DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
FACULTAD DE CIENCAS EXACTAS Y TECNOLOGIA

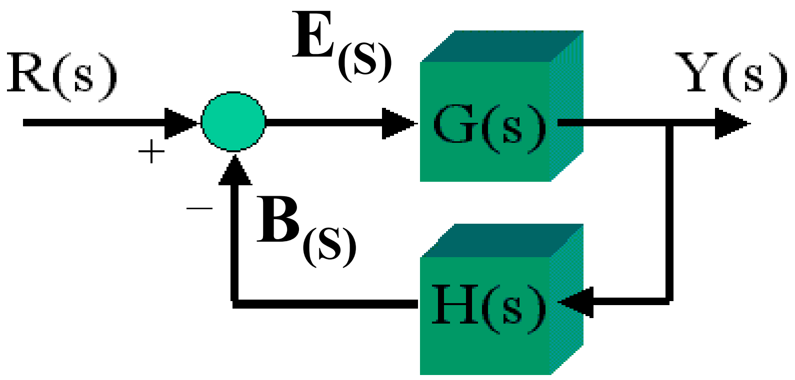
- **CÁTEDRA:** **"SISTEMAS DE CONTROL (PLAN 2004)"**
- **DOCENTE:** **Prof. Ing. Mec. Marcos A. Golato**

CARACTERÍSTICAS DE UN PROCESO

Universidad Nacional de Tucumán

Fundada el 25 de mayo de 1914

GANANCIA Y FASE



- El elemento G(s) podría ser el proceso, una válvula o un controlador.
- Cada elemento G(s) tiene una señal de entrada y una señal de salida.
- El elemento H(s) es el elemento de medición, ajuste y transmisión de señal.

GANANCIA - DEFINICIÓN

La ganancia (G), describe la cantidad de variación en la salida provocada por una variación dada en la entrada.

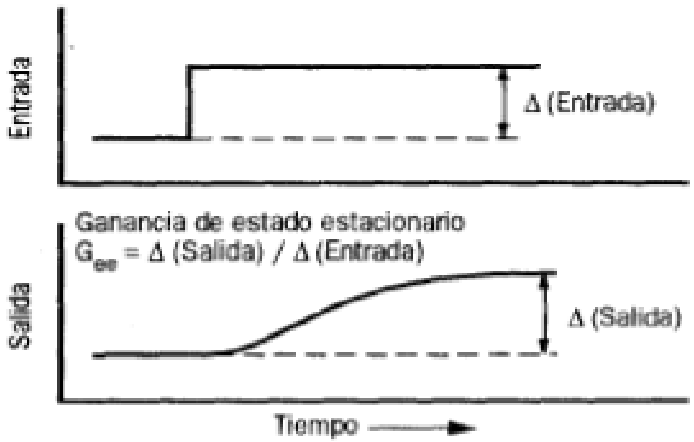
$$G = \frac{\Delta S}{\Delta E}$$

La ganancia (G), define la sensibilidad del proceso o de la planta.

GANANCIA ESTÁTICA Y DINÁMICA

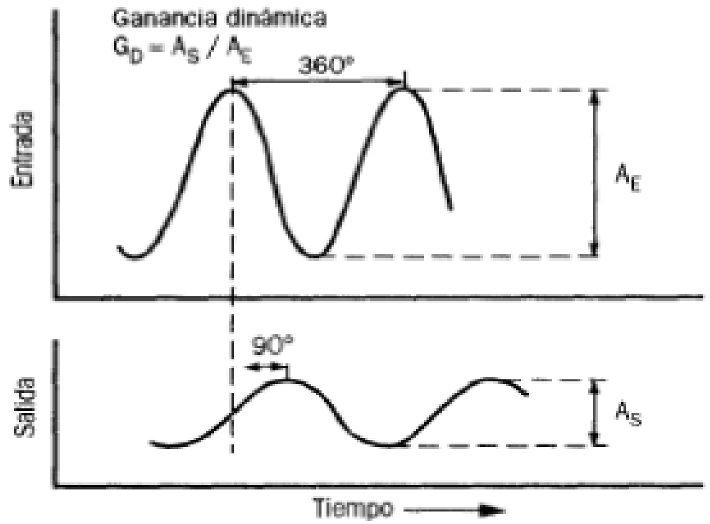
- **"Ganancia Estática" o "Ganancia de Estado Estacionario" (G_e):** se define como el cociente entre la variación final de la salida y la variación de la entrada:

$$G_e = \frac{\Delta(\text{Salida})}{\Delta(\text{Entrada})}$$



- **"Ganancia Dinámica" (G_D):** se define como el cociente entre la magnitud de la oscilación de salida A_s y la magnitud de oscilación de entrada A_E:

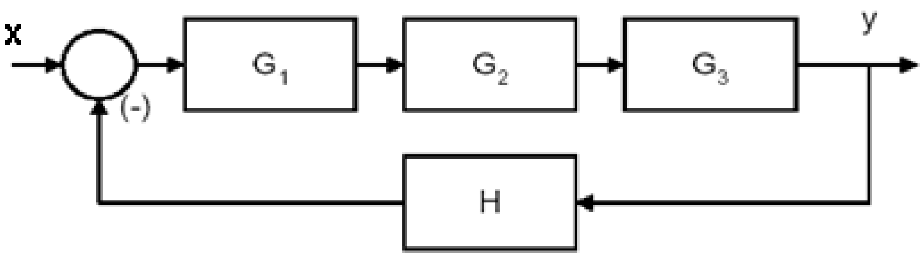
$$G_D = \frac{A_s}{A_E}$$

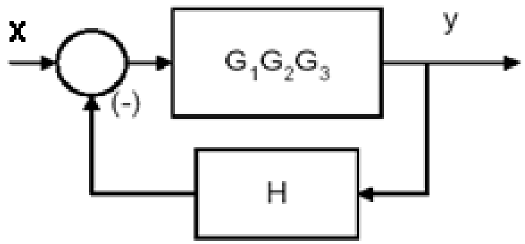


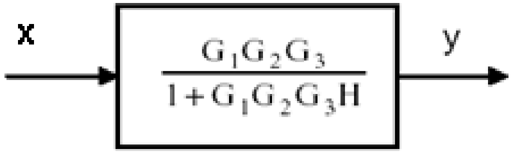
GANANCIA DE LAZO

Se define como el producto de las ganancias de todos los elementos que componen el lazo de control.

Supongamos el siguiente lazo de control:





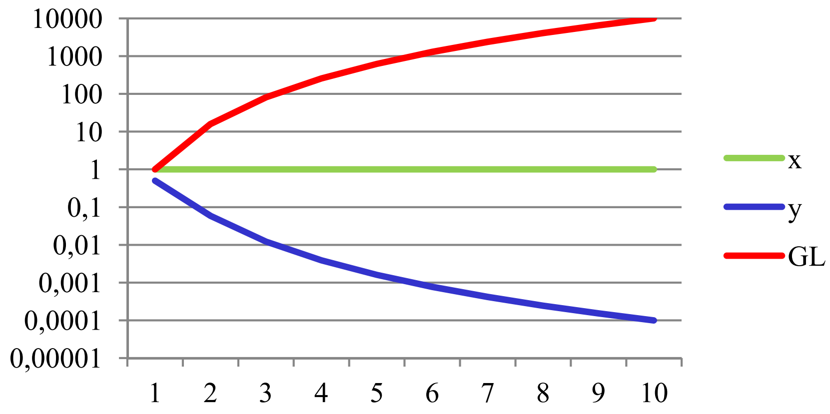


$$\longrightarrow \quad G_{Lazo} = G_1.G_2.G_3.H$$

Supongamos las siguientes condiciones de lazo:

p/GL>1

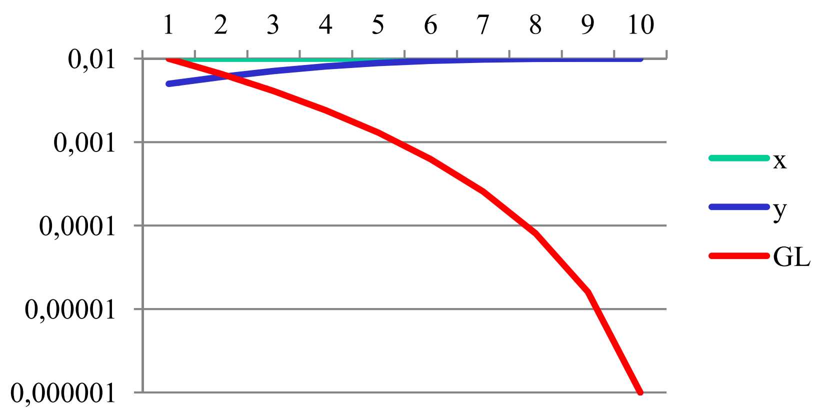
x	G1	G2	G3	H	GL	y
1	1	1	1	1	1	0,5
1	2	2	2	2	16	0,05882353
1	3	3	3	3	81	0,01219512
1	4	4	4	4	256	0,00389105
1	5	5	5	5	625	0,00159744
1	6	6	6	6	1296	0,00077101
1	7	7	7	7	2401	0,00041632
1	8	8	8	8	4096	0,00024408
1	9	9	9	9	6561	0,00015239
1	10	10	10	10	10000	9,999E-05



Entonces p/G_L>1 la respuesta “y” se aleja de la referencia “x”!!

p/GL<1

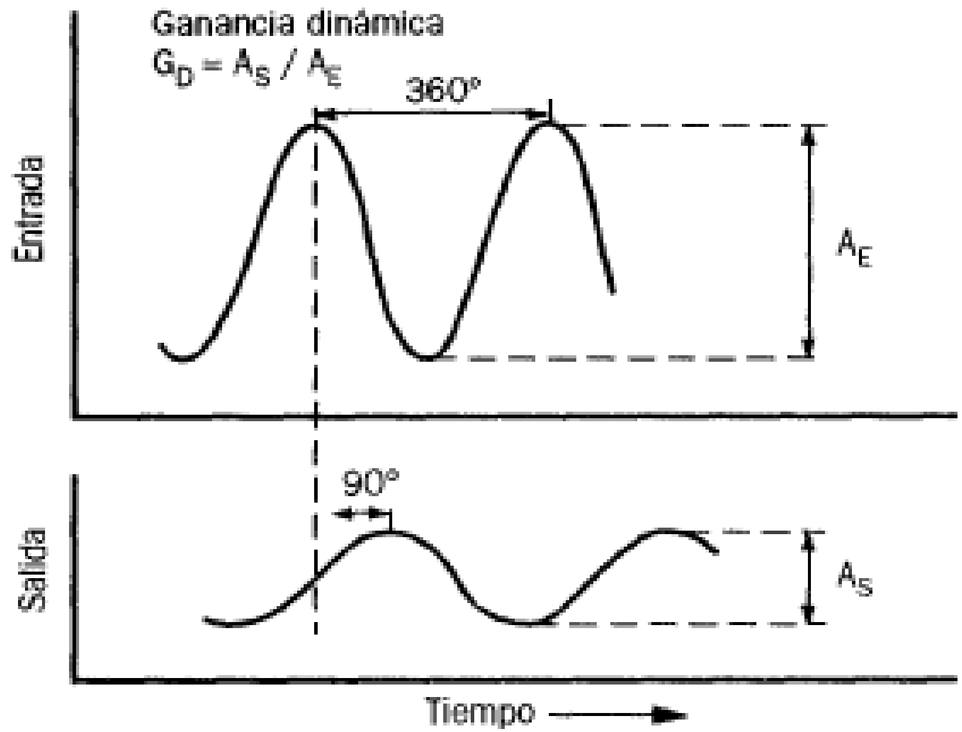
1	1	1	1	1	1	0,5
1	0,9	0,9	0,9	0,9	0,6561	0,60382827
1	0,8	0,8	0,8	0,8	0,4096	0,70942111
1	0,7	0,7	0,7	0,7	0,2401	0,80638658
1	0,6	0,6	0,6	0,6	0,1296	0,88526912
1	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0625	0,94117647
1	0,4	0,4	0,4	0,4	0,0256	0,975039
1	0,3	0,3	0,3	0,3	0,0081	0,99196508
1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,0016	0,99840256
1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0001	0,99990001



Entonces p/GL<1 la respuesta “y” se acerca a la referencia “x”!!

FASE

- La Fase es un parámetro de la respuesta de un elemento a una entrada cíclica (señal periódica).
- La Fase o Ángulo de Fase de un elemento mide el desplazamiento entre los picos de las señales de entrada y de salida, a causa de las demoras en el proceso.



Ejemplo: Si el pico del ciclo de salida se produce transcurrida la ¼ parte del ciclo de entrada, el ángulo de fase será:

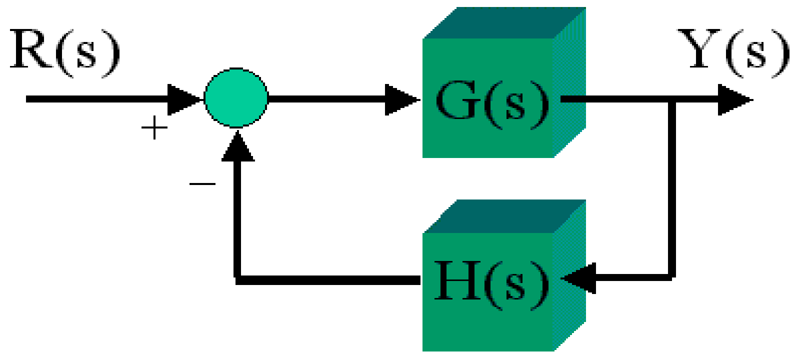
$$\varnothing = (360)\,(-1/4) = -90^{\circ}$$

El signo (-) indica que el pico de salida ocurre después del pico de entrada (demora de fase).

DEMORAS DE UN PROCESO

ES EL TIEMPO QUE TRANSCURRE DESDE QUE OCURRE UN EVENTO EN LA VARIABLE MANIPULADA, HASTA QUE TIENE EFECTO SOBRE LA SEÑAL DE MEDICIÓN REALIMENTADA.

LA EXISTENCIA DE DEMORAS EN EL PROCESO, TIENE EFECTO SOBRE EL DESEMPEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL.



DE UN PROCESO DEBEMOS CONOCER

- **CAUSA DE LAS DEMORAS**
- **CARACTERÍSTICAS DE LAS MISMAS**

CLASIFICACIÓN DE LAS DEMORAS

- **POR TIEMPO MUERTO**
- **POR CAPACIDAD**

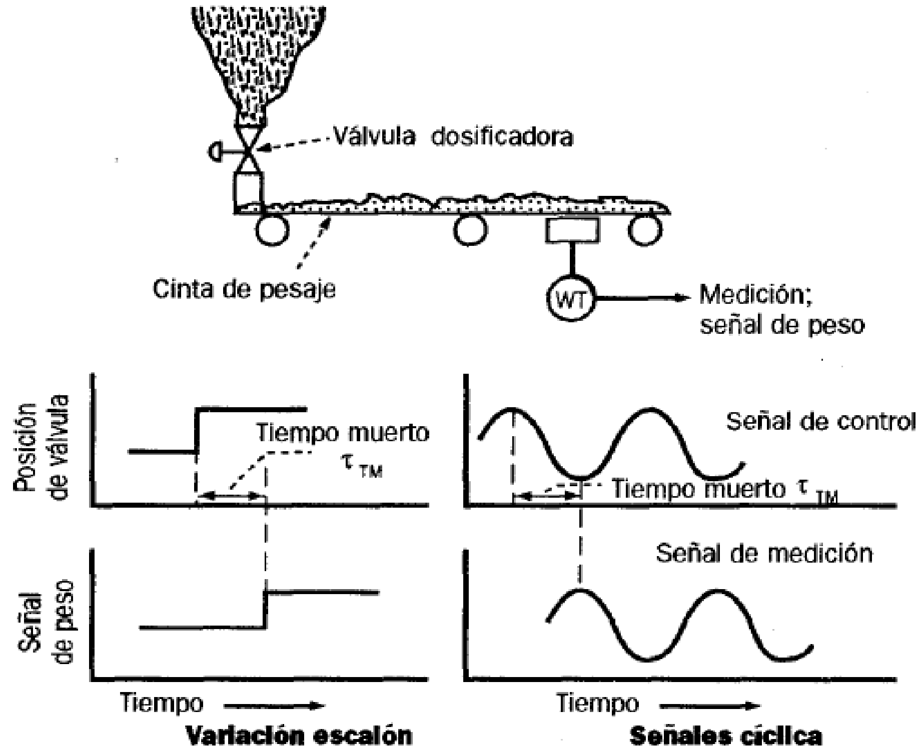
CONOCIENDO LAS CAUSAS Y CARACTERÍSTICAS DE LAS DEMORAS ES POSIBLE EVALUAR CUALES SERÁN LOS MODOS DE CONTROL A APLICAR.

DEMORAS POR TIEMPO MUERTO

TAMBIÉN LLAMADAS "DEMORA POR TRANSPORTE" O "DEMORAS DISTANCIA-VELOCIDAD"

Es el retardo de tiempo entre una variación de la señal de control y el comienzo de su efecto sobre la medición.

Representa un intervalo durante el cual el controlador no tiene información sobre el efecto de la acción de control ya realizada.



a. Atrasos de tiempo muerto

OBSERVACIONES SOBRE TIEMPO MUERTO

- NO DISMINUYE LA VELOCIDAD CON QUE PUEDE VARIAR LA MEDICIÓN.

- CUANTO MAYOR SEA EL ATRASO, MÁS DIFICIL SERÁ DE CONTROLAR.

- LA CANTIDAD DE TIEMPO MUERTO EN UN PROCESO AFECTA LOS AJUSTES DEL CONTROLADOR Y EL DESEMPEÑO DEL LAZO.

PARA ELIMINAR EL TIEMPO MUERTO SE DEBE:

- UBICAR TRANSMISORES ADECUADAMENTE.
- ESPECIFICAR UN MEZCLADO SUFICIENTE.
- PROYECTAR ADECUADOS NÚMEROS DE TANQUES.
- MINIMIZAR DEMORAS EN LA TRANSMISIÓN DE SEÑALES.

DEMORAS POR CAPACIDAD

Es el retardo de tiempo debido a la parte de un sistema donde puede acumularse materia o energía. También denominado "retardo de primer orden".

SISTEMAS CAPACITIVOS

DESCARGA VARIABLE (AUTORREGULADA).

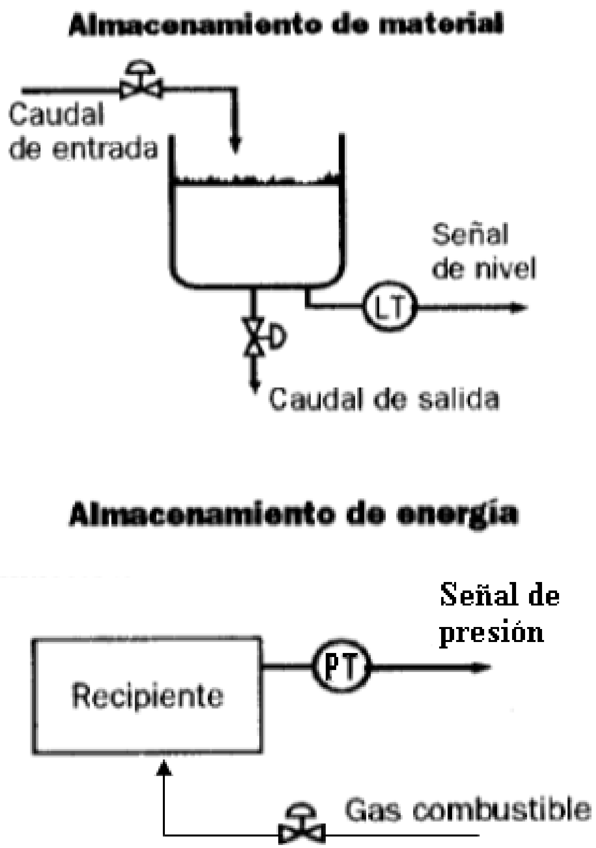
En función de la acumulación alcanzada (retardo lineal simple).

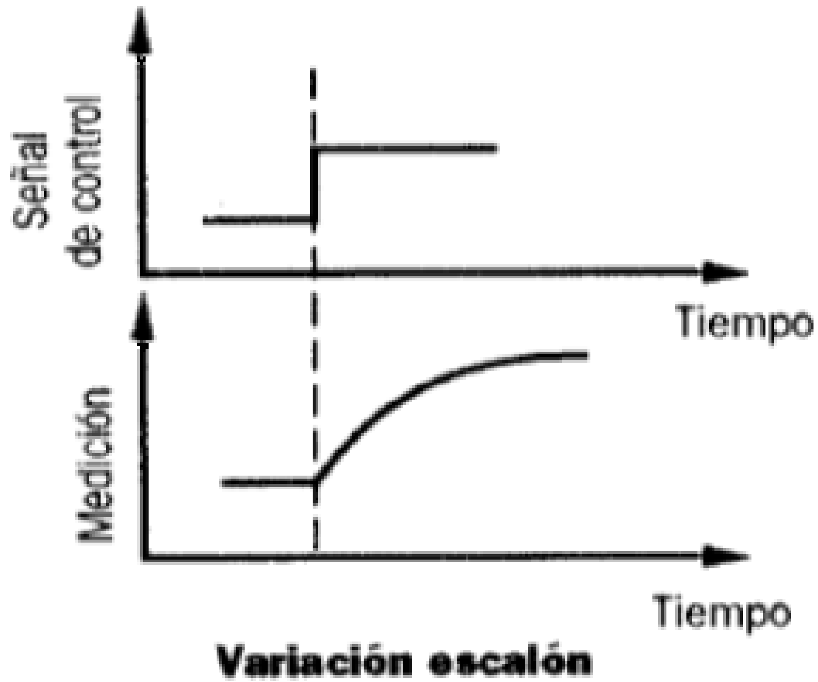
DESCARGA CONSTANTE (NO AUTORREGULADA).

En función de la variación porcentual del nivel y del caudal de entrada (Integrador).

DEACARGA VARIABLE
(RETARDO LINEAL SIMPLE)

Este retardo es consecuencia de procesos que tienen características de capacidad con autorregulación. Estas demoras tienden a atenuar las perturbaciones.



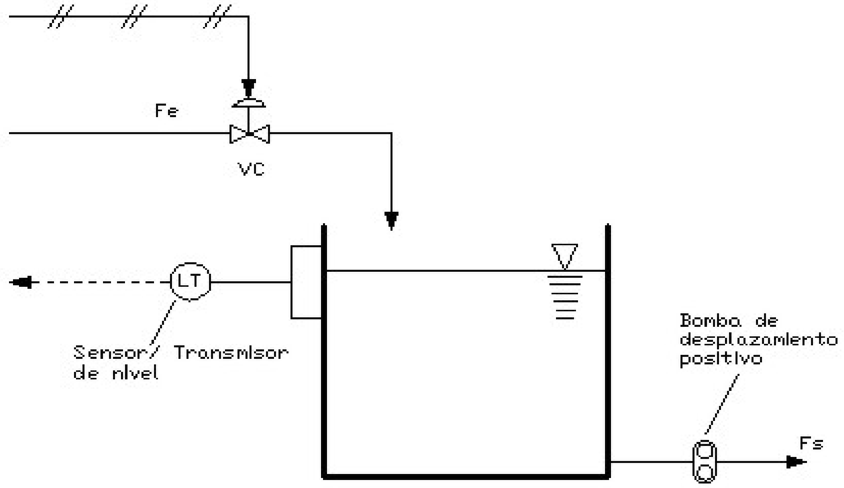


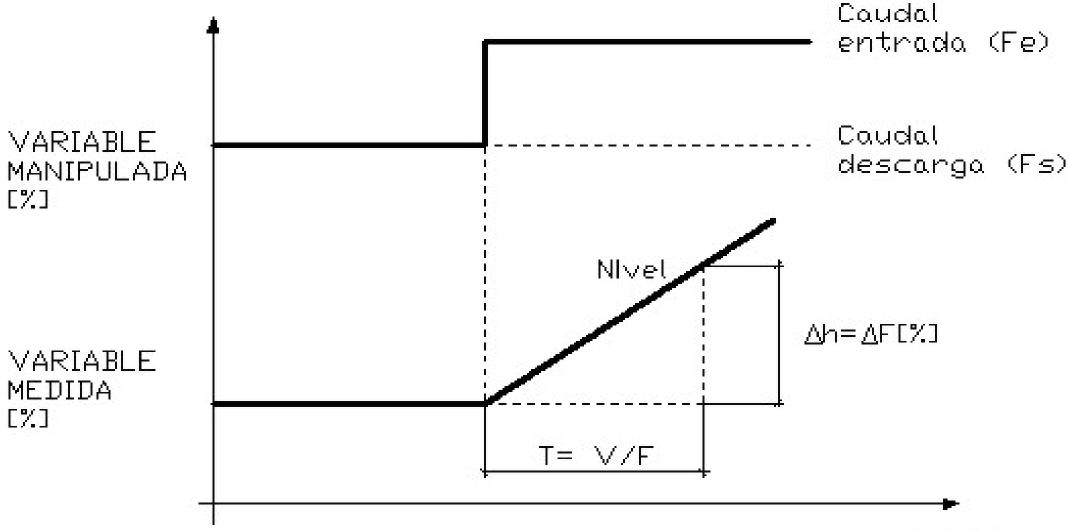
DESCARGA CONSTANTE (SISTEMA INTEGRADOR)

Cuando una capacidad no varía su descarga, cualquiera sea su condición de entrada, nos encontramos en presencia de un integrador.

En este caso, la constante de tiempo T es el tiempo necesario para obtener una variación porcentual del nivel igual a la variación porcentual del caudal de entrada ($\Delta h\ [\%] = \Delta F\ [\%]$).

Para todas las capacidades T= V/F

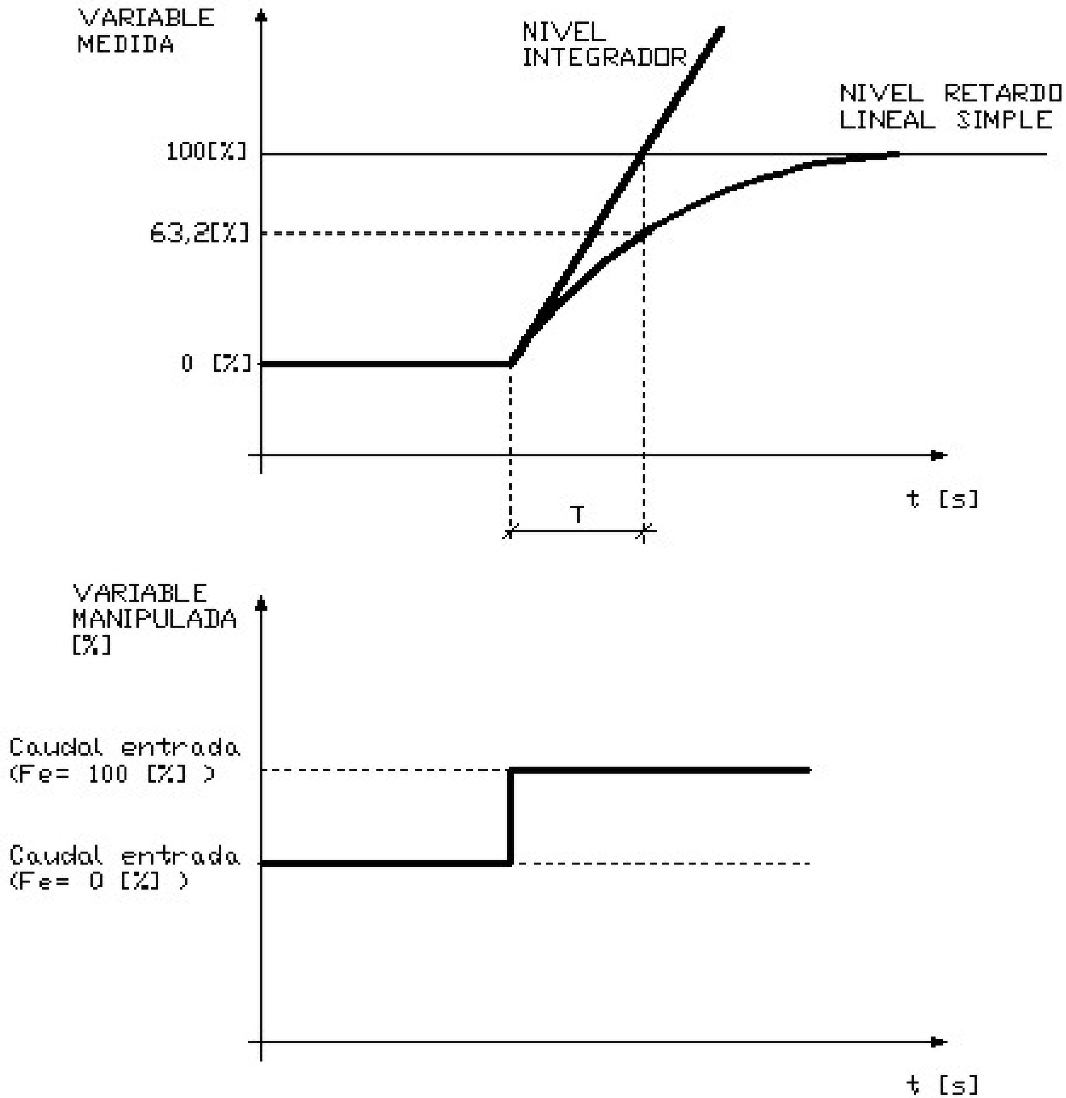




INTEGRADOR - CONCLUSIONES

Ante un igual cambio, los niveles comienzan a variar con la misma velacidad, pero el “Retardo lineal simple” produce amortiguamiento.

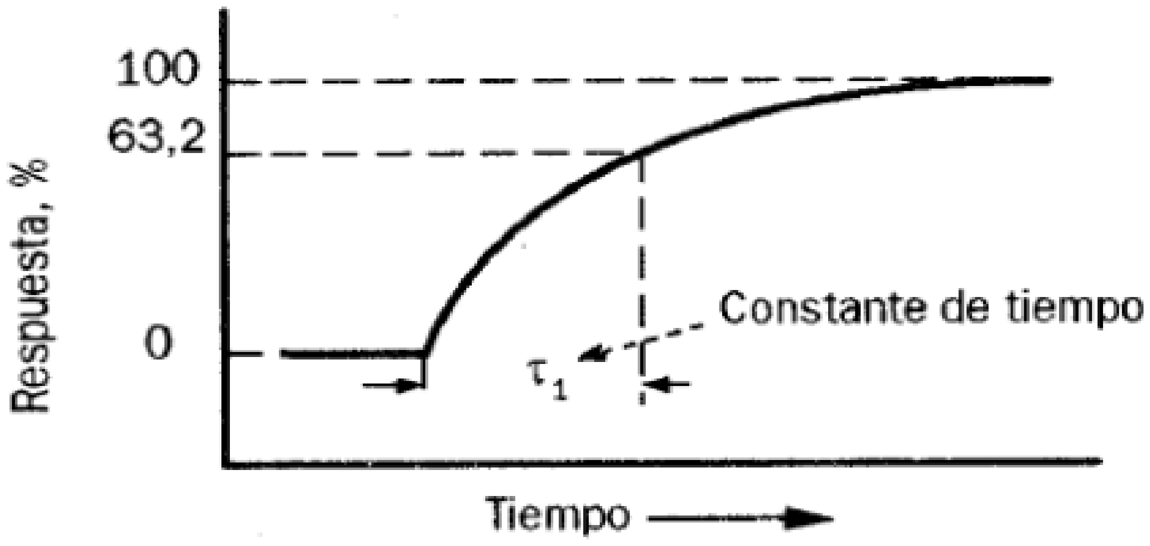
Con integrador, el nivel crece con igual velocidad inicial y alcanzará el 100% de la variación ocurrida en el tiempo “T”.



OBSERVACIONES SOBRE DENORAS POR CAPACIDAD

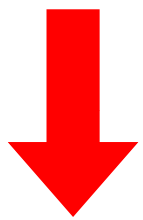
- **En un sistema capacitivo, la respuesta no puede ser medida por el tiempo hasta su finalización.**

- **La respuesta se cuantifica por la constante de tiempo “T”, que se define como: “el tiempo requerido para completar el 63,2% de la respuesta total”.**



Constante de tiempo

A MAYOR TAMAÑO DE UNA CAPACIDAD



MAYOR CONSTANTE DE TIEMPO “T”

- **Como primera aproximación, se puede tomar la constante de tiempo igual a su tiempo de residencia.**

DIFERENCIAS EN LAS RESPUESTAS DE ELEMENTOS DE CAPACIDAD Y DE TIEMPO MUERTO.

- **En un sistema capacitivo no hay ningún atraso antes de que la medición comience a variar (no hay tiempo muerto asociado a un elemento de capacidad simple).**

- **La capacidad inhibe la velocidad con que la medición puede variar.**

- **La capacidad facilita el control, el tiempo muerto lo entorpece.**

PARA EL MODELADO DE PROCESOS SE DEBE TENER EN CUENTA QUE:

Los procesos con capacidad simple y tiempo muerto puro, no existen!!. Los procesos reales incluyen un número de cada uno de estos elementos.

En un proceso, las capacidades identificables son:

<u>Sistemas de presión:</u> flujo de aire o gas en tuberías y recipientes a presión.

<u>Sistemas térmicos:</u> transferencia entre diversos medios.

<u>Sistemas de almacenamiento de líquidos:</u> tanques.

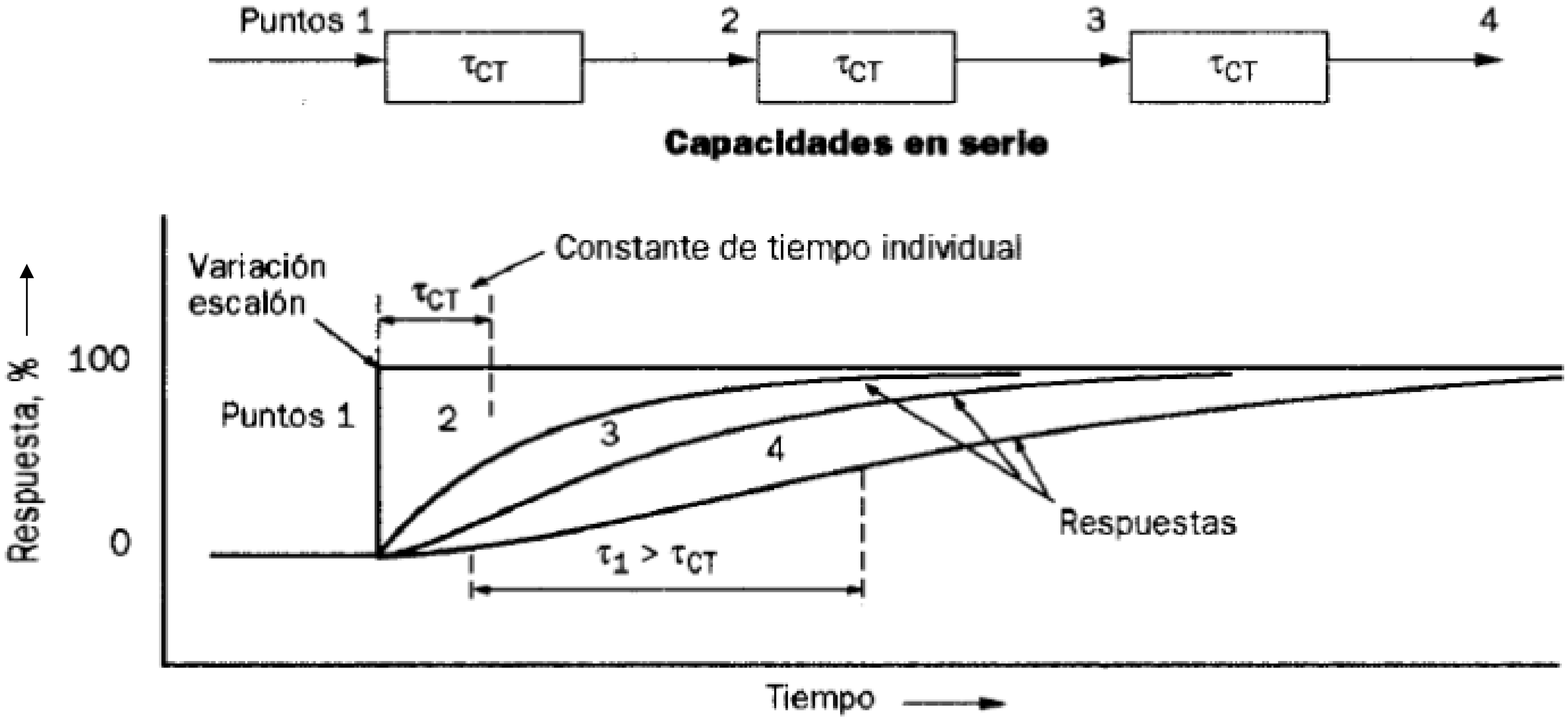
<u>Sistemas eléctricos:</u> circuitos capacitivos (RLC, RC).

Ejemplos:

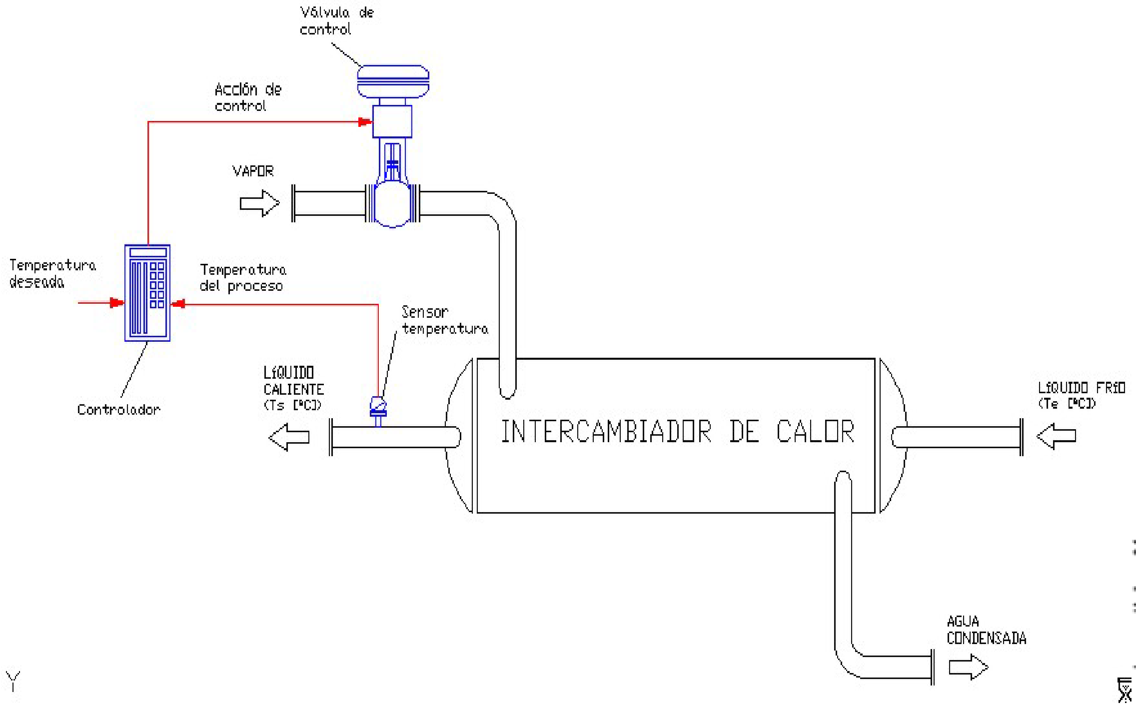
- **Volúmenes de tanques y recipientes.**
- **Volumen del actuador de aire en una válvula de control.**
- **Volúmenes de intercambiadores de calor y baterías de tubos.**
- **Volúmenes de conductos y cañerías.**
- **Energía almacenada en tubos y en fluidos.**
- **Energía almacenada en sensores y termovainas.**

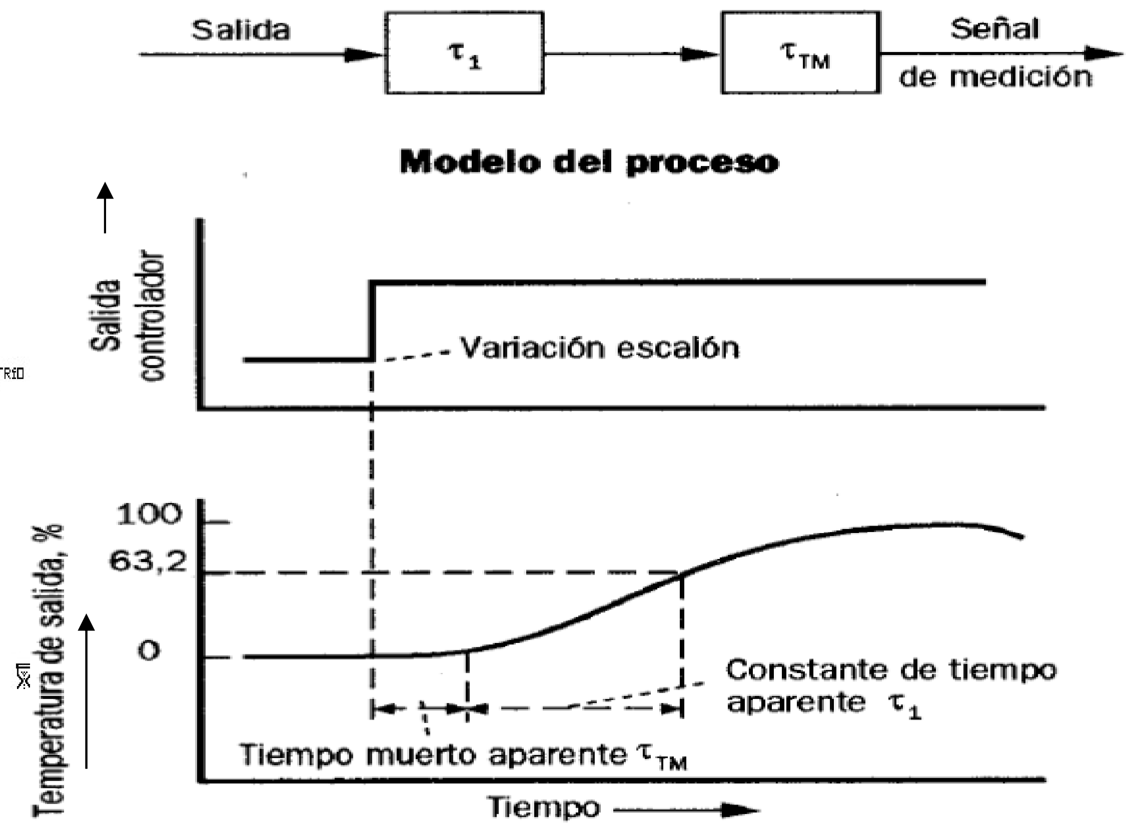
OBSERVACIONES

- **Los tiempos muertos en serie son aditivos.**
- **Los elementos de capacidad en serie, se parece a la combinación de un atraso de tiempo muerto, seguido por una capacidad simple (con cte. T1).**



Ejemplo: Respuesta de lazo abierto de un intercambiador de calor a una variación escalón en la salida del controlador.





CONTROLABILIDAD

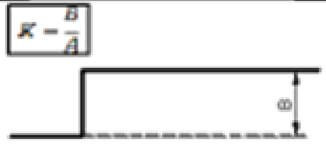
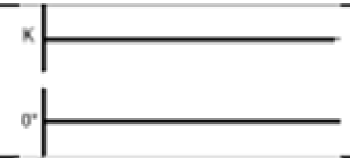
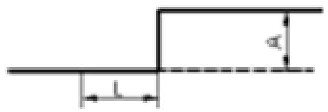
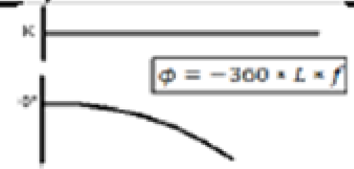
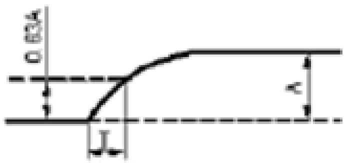
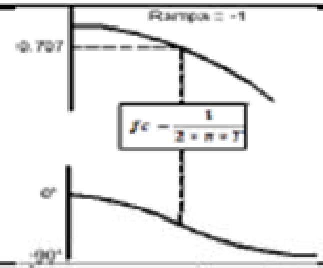
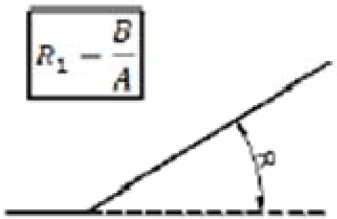
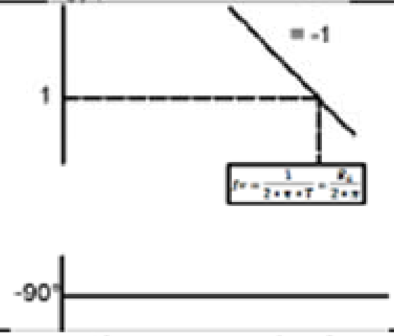
Es posible expresar en forma estimada la dificultad del control por medio de la relación entre el tiempo muerto (L) y la constante de tiempo (T) de la capacidad.

$$C = \frac{T}{L}$$

Si $\dfrac{T}{L} \leq 1$, el control es dificultoso.

Si $\dfrac{T}{L} >> 1$, el control es fácil.

Elementos básicos de Procesos. Características dinámicas

ELEMENTOS DE PROCESO	ECUACIÓN EN TIEMPO REAL	FUNCIÓN TRANSFERENCIA	RESPUESTA A	RESPUESTA EN FRECUENCIA	EJEMPLO
GANANCIA	$y = K * x$	$\frac{y}{x} = K$			Transmisor de presión
RETARDO DISTANCIA VELOCIDAD	Para entrada escalón: $y = 0 \; for \; t < L$ $y = x \; for \; t \geq L$	$\frac{y}{x} = e^{-L*s}$			Peso en cinta transportadora
RETARDO LINEAL SIMPLE	$\frac{dy}{dt} = \frac{x - y}{T}$ Para entrada escalón: $y = x * \left(1 - e^{-t/T}\right)$	$\frac{y}{x} = \frac{1}{1 + T * s}$			- Circuito RC - Int. de calor - Fluidos a presión - Nivel de tanque (descarga variable)
INTEGRADOR	$\frac{dy}{dt} = \frac{x}{T} = R_1 * x$	$\frac{y}{x} = \frac{1}{T * s} = \frac{R_1}{s}$			Nivel de tanque (descarga constante)

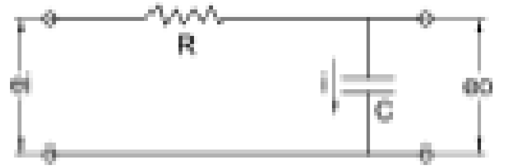
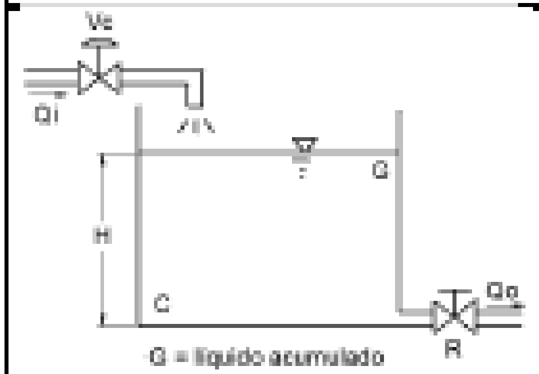
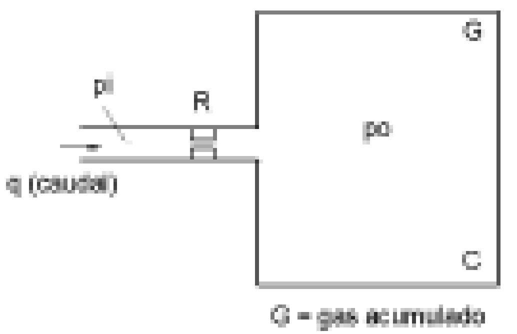
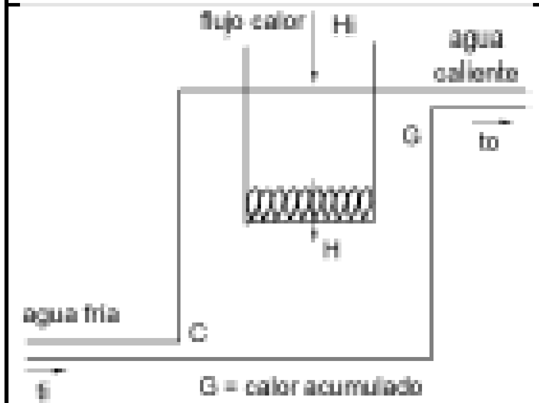
f – frecuencia ; K – ganancia ; L – retardo distancia - velocidad ; R – relación de interacción ; s – operador de Laplace ; t – tiempo ; T – constante de tiempo ; x – cambio de entrada ; y – cambio de salida

Departamento IB unt Scientia tua erit lux tua

Constante de Tiempo T=R*C

(Tiempo que tarda la variable controlada en alcanzar el 63,2% del valor definitivo)

$$T = Resistencia * Capacitancia = \frac{Volumen}{Caudal} = \frac{Cantidad}{Flujo}$$

SISTEMA	ANÁLISIS DIMENSIONAL	FUNCIÓN TRANSFERENCIA
	$T = R * C = (ohm) * (farad)$ $\frac{Volt}{Coulomb/s} * \frac{Coulomb}{Volt} = s$	$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{R * C * s + 1}$
	$R = \frac{\Delta H}{\Delta Q}\frac{(m)}{(m^3/s)} = \left(\frac{s}{m^2}\right)$ $C = \frac{\Delta G}{\Delta H}\left(\frac{m^3}{m}\right) = (m^2)$ $R * C = \left(\frac{s}{m^2}\right) * (m^2) = s = T$	$\frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{R}{R * C * s + 1}$ $\frac{Q_o(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{R * C * s + 1}$
	$R = \frac{\Delta P}{\Delta q}\frac{(N/m^2)}{(N/s)} = \left(\frac{s}{m^2}\right)$ $C = \frac{\Delta G}{\Delta P}\frac{(N)}{(N/m^2)} = (m^2)$ $R * C = \left(\frac{s}{m^2}\right) * (m^2) = s = T$	$\frac{P_o(s)}{P_i(s)} = \frac{1}{R * C * s + 1}$
	$R = \frac{\Delta t}{\Delta H} = \frac{(°C)}{(cal/s)}$ $C = \frac{\Delta G}{\Delta t} = \frac{(cal)}{(°C)}$ $R * C = \frac{(°C)}{(cal/s)} * \frac{(cal)}{(°C)} = s = T$	$\frac{t_o(s)}{H_i(s)} = \frac{R}{R * C * s + 1}$

ANÁLISIS DE LA RESPUESTA TRANSITORIA

Nos sirve para diseñar sistemas de control estableciendo señales de entrada particulares de prueba y comparando las respuestas de los diversos sistemas a esas señales de entrada.

Existe una correlación entre las características de un sistema a una señal de entrada típica de prueba y la posibilidad del mismo de manejar señales reales de entrada.

INTRODUCCIÓN

Una vez obtenido el "Modelo Matemático" del sistema, se analiza el comportamiento del mismo por medio de señales de prueba.

En la práctica normalmente no se conoce previamente la señal de entrada de un sistema de control, ya que ésta es de naturaleza aleatoria y no se puede expresar la entrada instantánea analíticamente.

Recordemos que!!:

Respuesta transitoria: es el comportamiento del sistema inmediatamente después de una cambio repentino de su señal de entrada.

SEÑALES DE PRUEBA TÍPICAS

Normalmente se utilizan:

- ❑ Funciones Escalón
- ❑ Funciones Rampa
- ❑ Funciones Impulso
- ❑ Funciones Sinusoidal
- ❑ Funciones Parabólica

Con estas señales se analizan experimental y matemáticamente con facilidad los sistemas de control, ya que estas son funciones simples del tiempo.

CRITERIO DE SELECCIÓN DE SEÑALES

Forma de la entrada a que el sistema estará sujeto en la realidad	Señal de prueba recomendada
Gradualmente variable en el tiempo	Función Rampa
Perturbaciones bruscas	Función Escalón
Bruscas rápidas	Función Impulso
Oscilante en el tiempo	Función Sinusoidal
Incremento acelerado de la señal	Función Parabólica

Una vez diseñado un sistema de control en base a señales de prueba, el funcionamiento del sistema a entradas reales generalmente es satisfactorio!!

Respuesta temporal

Respuesta transitoria

Comportamiento de la salida de un sistema desde un estado inicial hasta un estado final.

Respuesta estacionaria

Comportamiento de la salida del sistema para $t \longrightarrow \infty$ (atenuación de los transitorios = estado de régimen).

$$c_{(t)} = c_{t\,(t)} + c_{ss\,(t)}$$

donde:

$c_{t\,(t)}$ = Respuesta transitoria.

$c_{ss\,(t)}$ = Respuesta estacionaria.

- La respuesta $c_{t\,(t)}$ es originada por la propia característica dinámica del sistema y determina el comportamiento del mismo durante la transición de algún estado inicial hasta el estado final.
- La respuesta $c_{ss\,(t)}$ depende fundamentalmente de la señal de excitación al sistema y, si el sistema es estable, es la respuesta que perdura cuando el tiempo crece infinitamente.

ESTABILIDAD DE UN SISTEMA

El estudio de la estabilidad en un sistema es importante tanto para el análisis como para el diseño de los sistemas de control.

Un sistema es estable cuando la respuesta transitoria desaparece para valores crecientes en el tiempo.

Matemáticamente un sistema lineal invariante en el tiempo es estable si se cumple que:

- **la señal de salida se encuentra acotada para cada señal de entrada acotada.**
- **si su función ponderada es absolutamente integrable en un intervalo de tiempo infinito, es decir:**

$$\int_0^{\infty} |f(t)| \, . \, dt = cte$$

- **si todos los polos de la función de transferencia en lazo cerrado C(s)/R(s) se encuentran en el semiplano izquierdo del plano "s".**

ESTABILIDAD ABSOLUTA

Es la característica más importante del comportamiento dinámico de un sistema de control lineal invariante en el tiempo. ¡Se dice que un sistema es estable si su respuesta transitoria decae a cero cuando el tiempo tiende a infinito!.

Se define:

Sistema en Equilibrio: cuando la salida de un sistema se mantiene estable en ausencia de cualquier perturbación o entrada.

Sistema Estable: cuando la salida de un sistema de control lineal invariante en el tiempo, retorna a su estado de equilibrio cuando es sometido a una perturbación.

Sistema Inestable: cuando la salida de un sistema de control lineal invariante en el tiempo oscila indefinidamente o diverge sin límite de su estado de equilibrio ante una perturbación.

ESTABILIDAD RELATIVA

La “Estabilidad Relativa” es una medida que representa el grado de estabilidad de un sistema de control lineal en el dominio temporal.

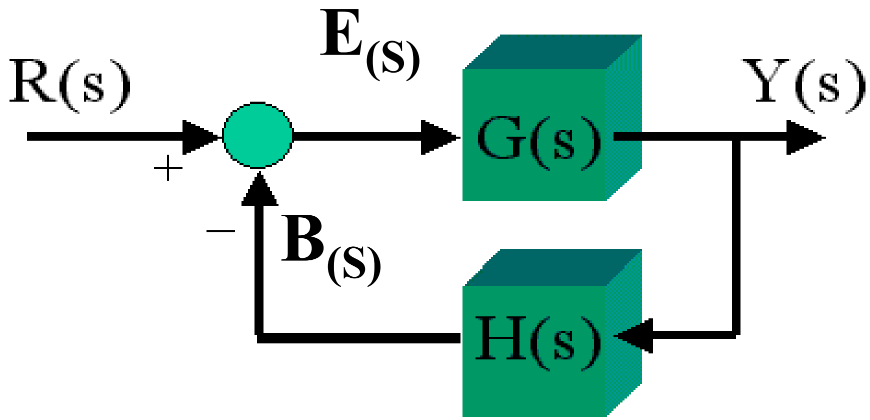
Normalmente se expresa en términos de alguna variación permisible de un parámetro particular del sistema, durante la cual el sistema permanece estable.

Métodos para determinar la estabilidad de sistemas de control:

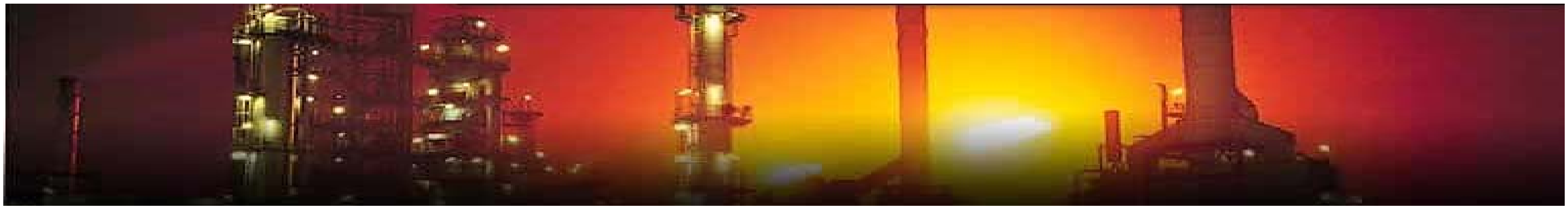
- **Criterio de Routh-Hurwitz:** método algebraico que permite conocer la estabilidad absoluta del sistema.
- **Criterio de Nyquist:** método gráfico que indica el número de polos y ceros de la función de transferencia de lazo cerrado del sistema de control.
- **Lugar de las raíces:** método gráfico que indica la situación de las raíces del polinomio característico al variar la ganancia de lazo abierto del sistema de control.
- **Diagrama de Bode:** método gráfico que analiza la función de transferencia de lazo abierto para determinar la estabilidad del sistema en lazo cerrado en igual sentido que Nyquist.
- **Criterio de Lyapunov:** métodos analíticos (1^{ro} y 2^{do} método de Lyapunov), para el análisis de sistemas no lineales y/o invariantes en el tiempo.

ERROR ESTACIONARIO

Se define como la diferencia entre la señal de salida de un sistema en estado estacionario y la señal de entrada al mismo sistema. También llamado "Error en estado de régimen".

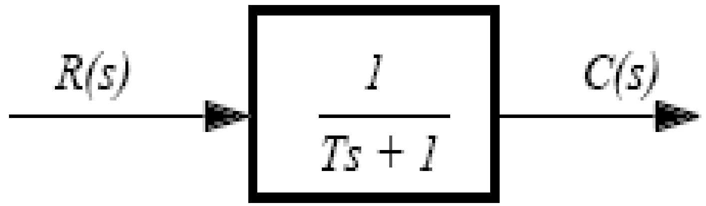


Este error coincide con el valor estacionario de la señal originada por el detector de error y nos indica la exactitud del sistema.



RESPUESTAS DE SISTEMAS DE PRIMER ORDEN

<u>Sistema de primer orden:</u> es aquel que únicamente posee un polo en su función de transferencia. Físicamente este sistema puede representar un circuito RC, un sistema térmico, un sistema de nivel de líquido y/o un sistema de presión.



Sistema de primer orden. T: constante de tiempo del sistema

A continuación analizaremos las respuestas del sistema a señales de entrada típicas para condiciones iniciales cero.

RESPUESTA AL ESCALÓN UNITARIO PARA SISTEMAS DE PRIMER ORDEN

Función de transferencia del sistema analizado de 1er orden ⇒

$$\frac{C_{(S)}}{R_{(S)}} = \frac{1}{T \cdot S + 1}$$

Transformada de Laplace de la función de escalón unitario ⇒

$$R(s) = \frac{1}{S}$$

Reemplazando: ⇒

$$C_{(S)} = \frac{1}{T \cdot S + 1} \cdot \frac{1}{S}$$

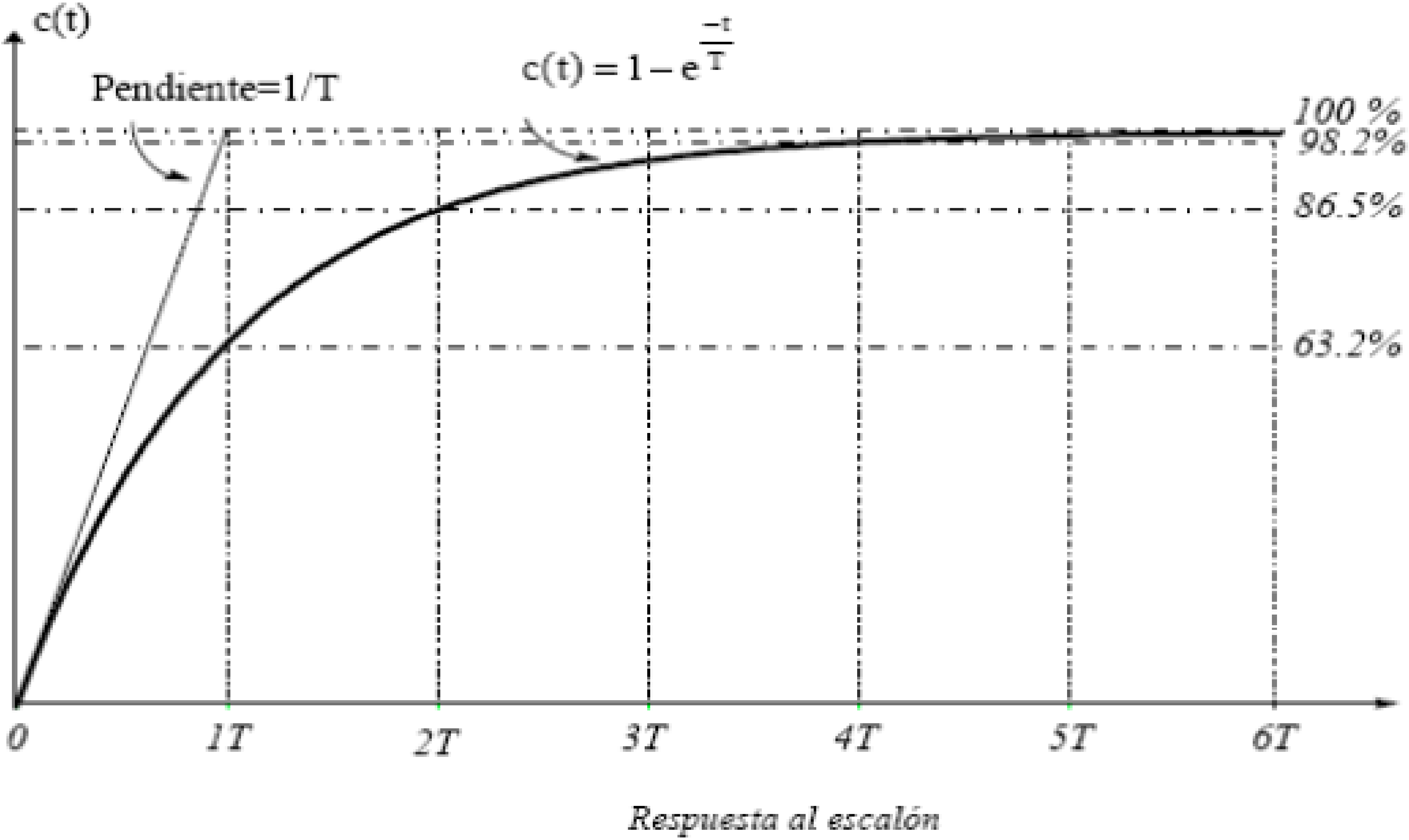
Desarrollando en fracciones parciales: ⇒

$$C_{(S)} = \frac{1}{S} - \frac{T}{T \cdot S + 1}$$

Aplicando la antitransformada de Laplace ⇒

$$C_{(t)} = 1 - e^{(-t/T)} \qquad p/\ t \geq 0$$

CURVA DE RESPUESTA AL ESCALÓN UNITARIO



¡CUANTO MÁS PEQUEÑA LA CONSTANTE DE TIEMPO "T", MÁS RÁPIDA LA RESPUESNTA DEL SISTEMA!

OBSERVACIONES

•Si T $\leq$ 0, el sistema no alcanza el estado estacionario, resultando, de este modo, el sistema inestable.

• Se comprueba además, que para t = T la señal de salida ha alcanzado el 63,2 % del valor final, siendo esta una medida típica en la caracterización de sistemas de primer orden.

• Vemos que para t > 4T, la respuesta queda dentro del 2% del valor final.

• Se puede observar que p/ T = ∞, matemáticamente se alcanza el estado estacionario.

•De la curva de respuesta se ve que c (t) = 1 cuando "t" tiende a infinito si T > 0; esto implica que *"el polo de la función de transferencia del sistema debe encontrarse en el semiplano izquierdo del plano transformado S".*

RESPUESTA A LA RAMPA UNITARIA PARA SISTEMAS DE PRIMER ORDEN

Función de transferencia del sistema analizado de 1er orden

$$\frac{C_{(S)}}{R_{(S)}} = \frac{1}{T\,.\,S + 1}$$

Transformada de Laplace de la función de escalón unitario

$$R(s) = \frac{1}{S^2}$$

Reemplazando:

$$C_{(S)} = \frac{1}{T\,.\,S + 1} \cdot \frac{1}{S^2}$$

Desarrollando en fracciones parciales:

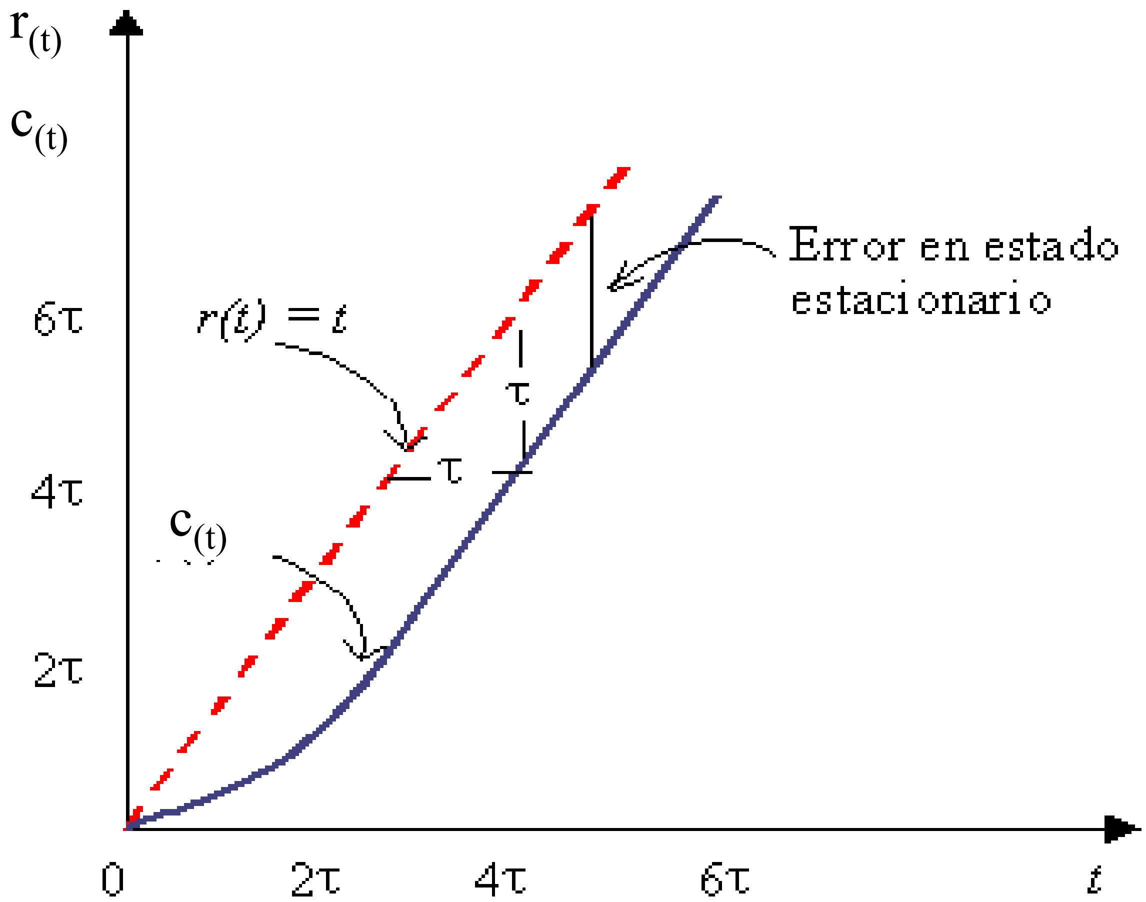
$$C_{(S)} = \frac{1}{S^2} - \frac{T}{S} + \frac{T^2}{T\,.\,S + 1}$$

Aplicando la antitransformada de Laplace

$$C_{(t)} = t - T + T\,.\,e^{(-t/T)} \qquad p/\ t \geq 0$$

Como la señal de error $e_{(t)}$ es: $e_{(t)} = r_{(t)} - c_{(t)} = T\,(1 - e^{-t/T})$, donde $r_{(t)}$ es la señal de entrada.
Cuando t tiende a infinito, $e^{-t/T}$ tiende a cero, y entonces la señal de error $e_{(t)}$ tiende a t, o bien $e_{(\infty)} = t$

CURVA DE RESPUESTA A LA RAMPA UNITARIA



Respuesta de un sistema de primer orden a una rampa unitaria

¡CUANTO MENOR LA CONTANTE DE TIEMPO "T" , MENOR ES EL ERROR ESTACIONARIO!

RESPUESTA AL IMPULSO UNITARIO PARA SISTEMAS DE PRIMER ORDEN

Función de transferencia del sistema analizado de 1er orden ⇒

$$\frac{C_{(S)}}{R_{(S)}} = \frac{1}{T \cdot S + 1}$$

Transformada de Laplace de la función de impulso unitario ⇒

$$R(s) = 1$$

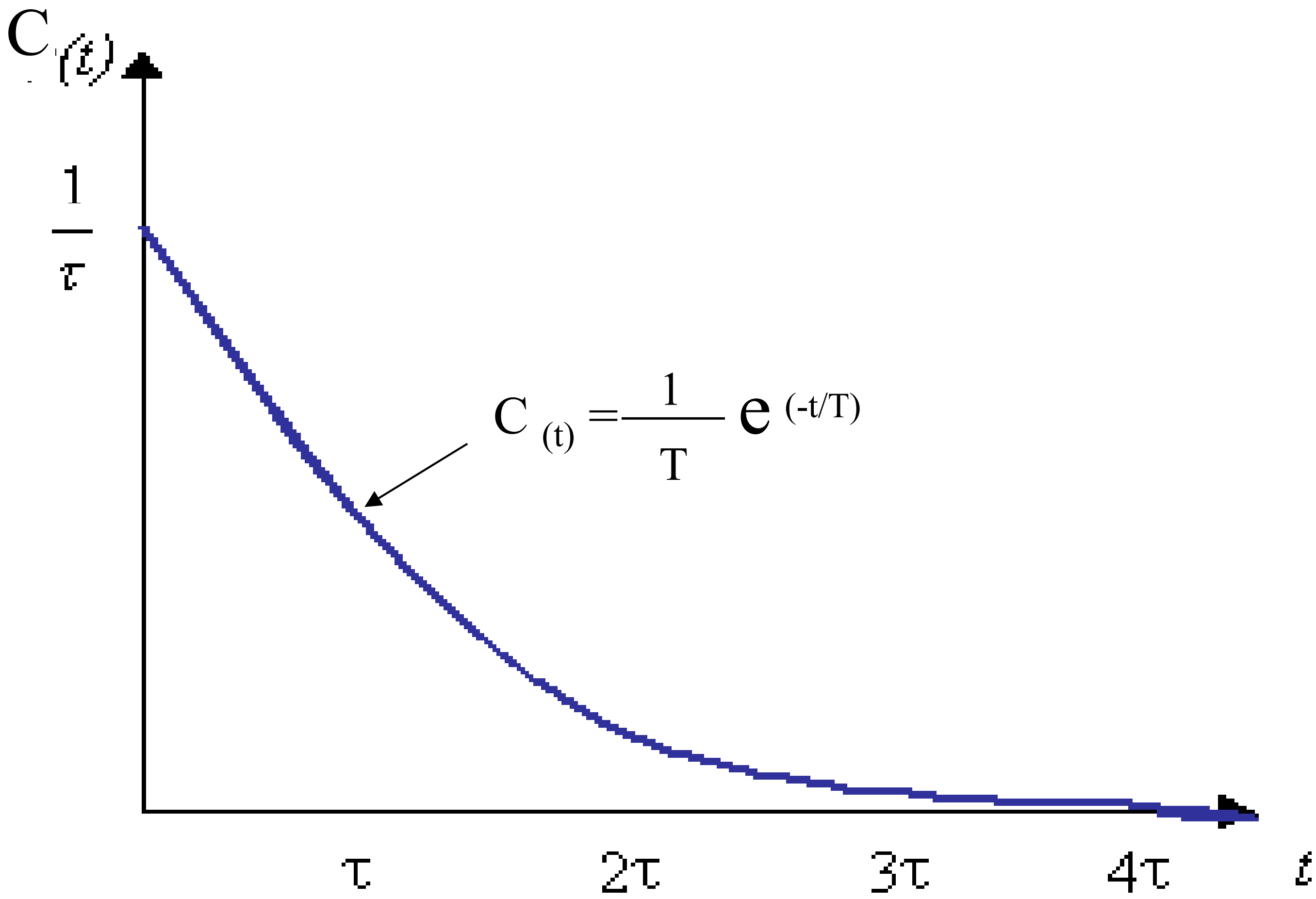
Reemplazando: ⇒

$$C_{(S)} = \frac{1}{T \cdot S + 1}$$

Aplicando la antitransformada de Laplace ⇒

$$C_{(t)} = \frac{1}{T} e^{(-t/T)} \qquad p/\ t \geq 0$$

CURVA DE RESPUESTA AL IMPULSO UNITARIO



PROPIEDAD IMPORTANTE DE LOS SISTEMAS LINEALES INVARIANTES EN EL TIEMPO

Reuniendo las respuestas del sistema de primer orden para las señales de prueba analizadas, tenemos que:

- **Rampa unitaria** ⟶ $$C_{(t)} = t - T + T \, . \, e^{(-t/T)}$$
- **Escalón unitario** ⟶ $$C_{(t)} = 1 - e^{(-t/T)}$$ **(derivada de la rampa)**
- **Impulso unitario** ⟶ $$C_{(t)} = \frac{1}{T} \, e^{(-t/T)}$$ **(derivada del escalón)**

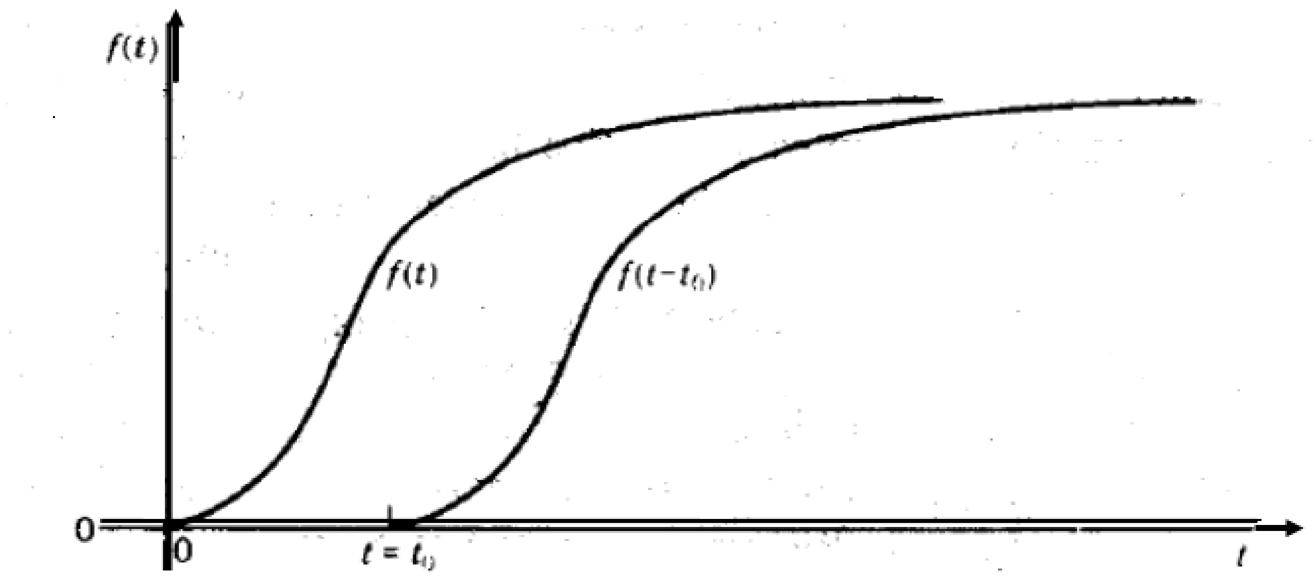
¡ESTA ES UNA CARACTERÍSTICA DE LOS SISTEMAS LINEALES INVARIANTES EN EL TIEMPO!.

TRASLACIÓN TEMPORAL

Habíamos visto que, el "Teorema de Traslación Temporal" era: (pág. 13, clase 03/08)

$$L\,[f(t - t_o)] = e^{-t_o s} .\ F_{(s)}$$

Gráficamente:



La transformada de una función con retardo es igual al producto de la transformada de la función sin retardo por el término: .

$$e^{-t_o . s}$$

Este término es la transformada del tiempo muerto puro.

FUNCIÓN TRANSFERENCIA DE LA TRASLACIÓN TEMPORAL

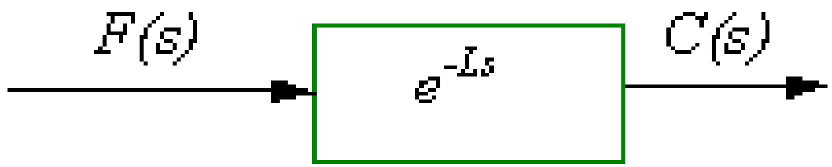
Si algún elemento de un sistema produce un tiempo muerto de "L" unidades de tiempo, entonces cualquier entrada $f_{(t)}$ al elemento se reproducirá en la salida como $f_{(t-L)}$.
Al transformar esto al dominio de "s", se tiene:

$$L[f_{(t)}] = F_{(s)} = \text{entrada}$$
$$L[f_{(t-L)}] = e^{-L.s} \,.\, F_{(s)} = \text{salida}$$

Entonces:

$$G(s) = \frac{salida}{entrada} = \frac{e^{-Ls}F(s)}{F(s)} = e^{-Ls}$$

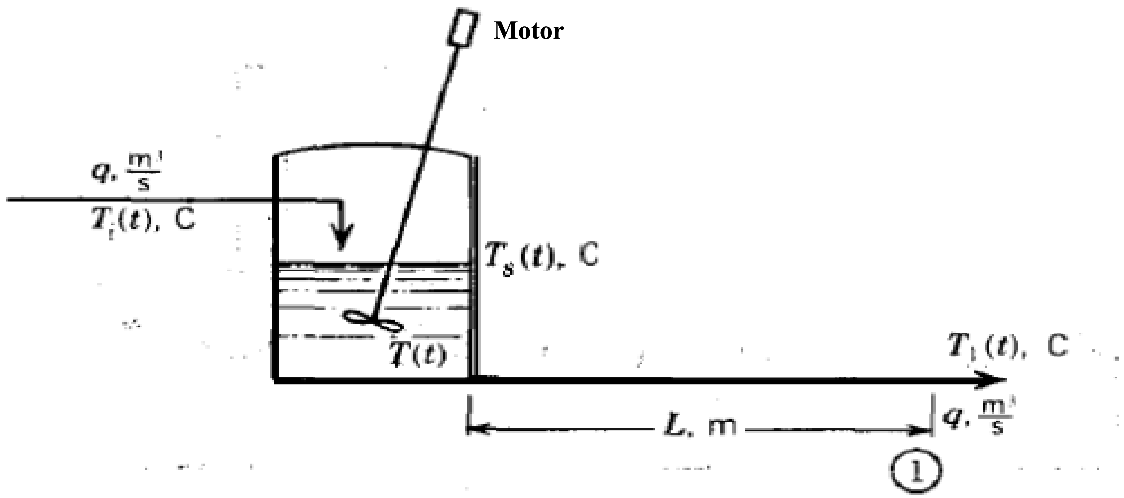
Diagrama de bloque:



EFECTO DEL TIEMPO MUERTO EN UN SISTEMA DE PRIMER ORDEN

EJEMPLO: Analizamos el siguiente sistema:
Tanque con agitación continua.

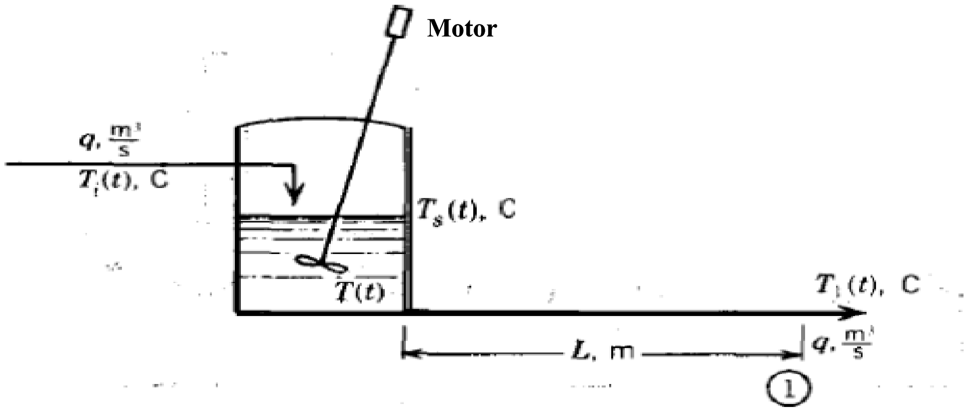
$T_{i(t)}$ = temperatura del fluido en la entrada, en [ºC].
$q_{o(t)}$ = corriente de entrada y de salida del fluido, en [m^3/s].
$T_{s(t)}$ = temperatura ambiente, en [ºC].
$T_{(t)}$ = temperatura del baño, en [ºC].
$T_{1(t)}$ = temperatura del fluido en la salida, en [ºC].

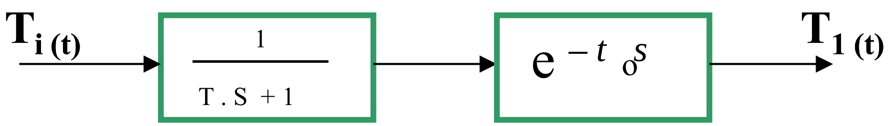


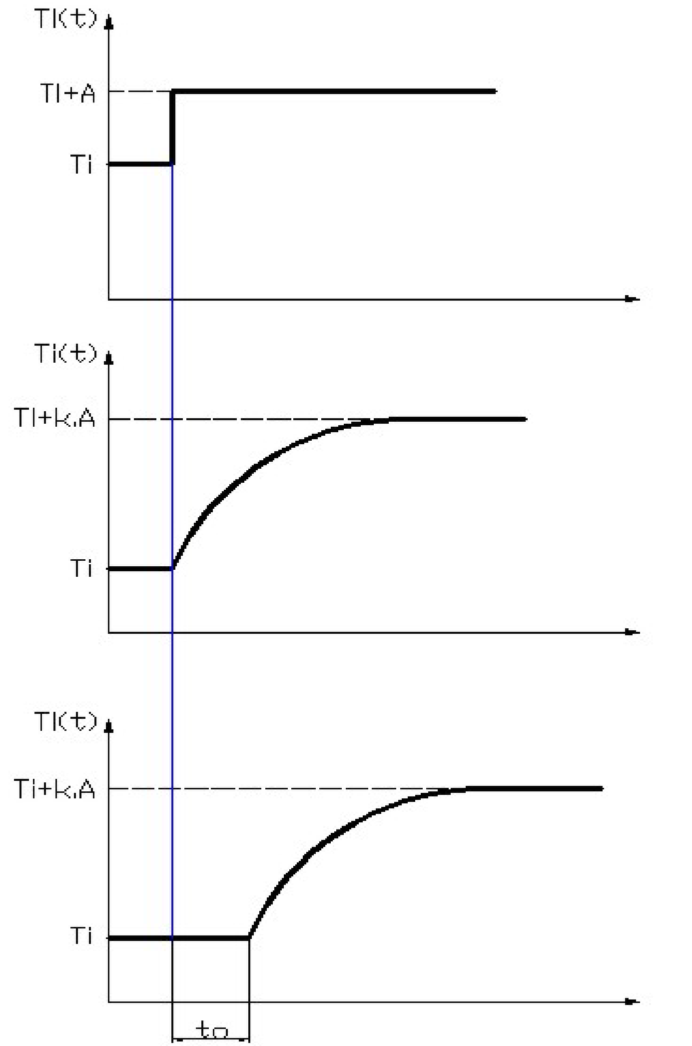
Hipótesis:
El conducto de salida desde el tanque hasta (1), se encuentra bien aislado.
El flujo del líquido a través del conducto es turbulento.

Entonces:
La respuesta de $T_{1(t)}$ a los disturbios de $T_{i\,(t)}$, tendrá la forma ya vista hasta ahora, con la excepción de que presenta un retardo de tiempo (t_o), debido a la distancia L [m].

RESPUESTA DEL PROCESO TÉRMICO A UN CAMBIO ESCALÓN EN LA TEMPERATURA DE ENTRADA







Función transferencia del sistema con tiempo muerto a causa del retardo (t_o) que toma el líquido desde la salida del tanque hasta el punto (1).

$$\frac{T_{1\,(t)}}{T_{i\,(t)}} = \frac{k.\,e^{-t_0 s}}{T.S+1}$$

OBSERVACIONES

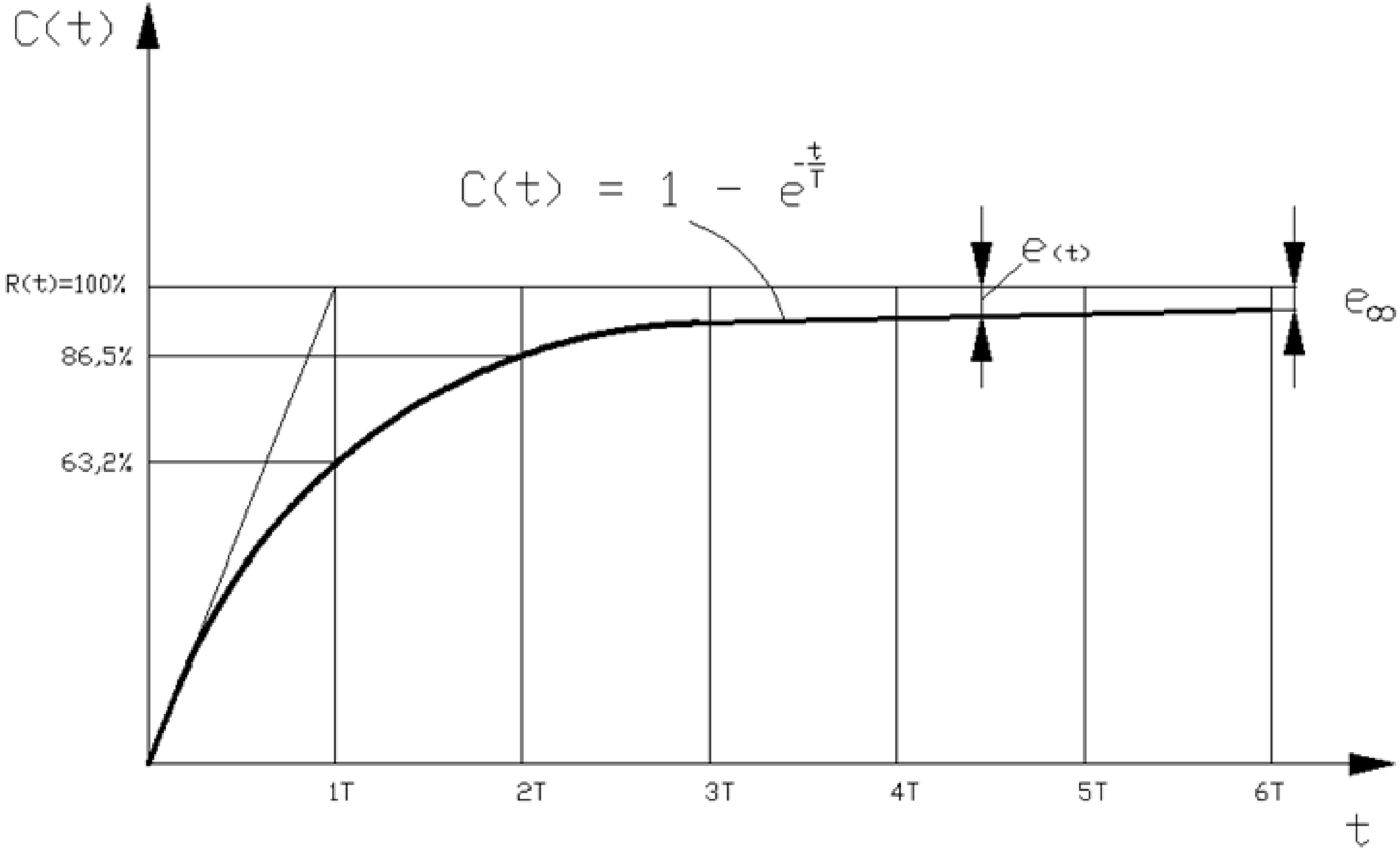
El tiempo muerto es parte integral de un proceso y, consecuentemente, se debe tomar en cuenta en las funciones de transferencia que relacionan las variables de salida con la variables de entrada a dicho proceso.

Para el caso analizado, el retardo de tiempo entre el momento en que el disturbio entra al tanque y el tiempo en que la temperatura $T_{1\,(t)}$ empieza a responder se conoce como tiempo muerto.
En este ejemplo, este tiempo muerto puede calcularse como:

$$t_o = \frac{\text{Distancia}}{\text{Velocidad}} = \frac{L}{q / A} = \frac{L \,.\, A}{q}$$

En la mayoría de los procesos el tiempo muerto no se define tan fácilmente, generalmente es inherente y se atribuye a lo largo de un proceso. En estos casos se necesita de un modelo detallado del sistema o una evaluación empírica.

OBSERVACIONES



$$e_{\infty} = 1 - C_{(t)} \text{ p/ } t \longrightarrow \infty$$