DIAGRAMAS DE RESPUESTA EN FRECUENCIA

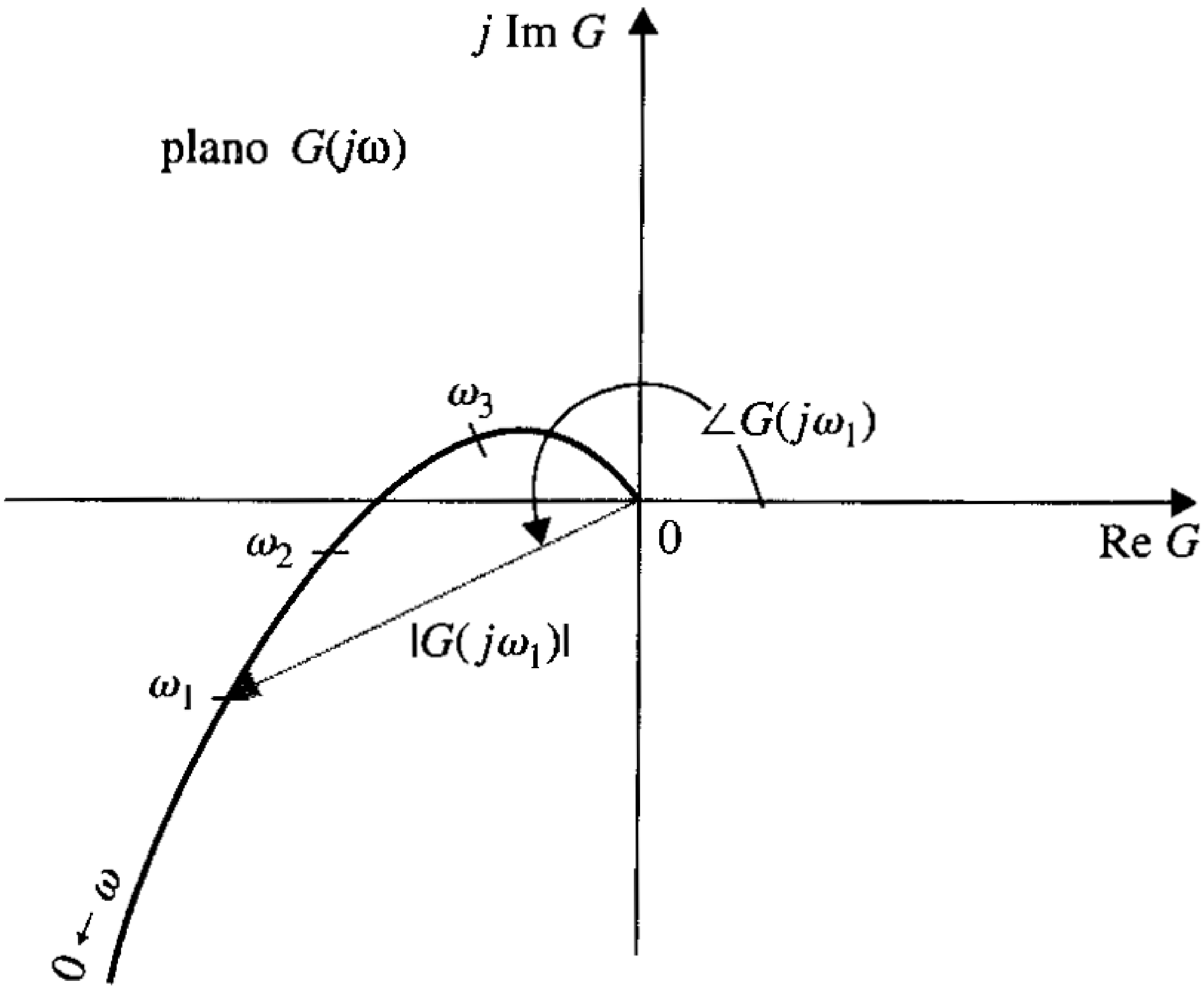
*Diagramas polares

*Diagramas semi-log y log-log

*Aproximación asintótica de Bode.

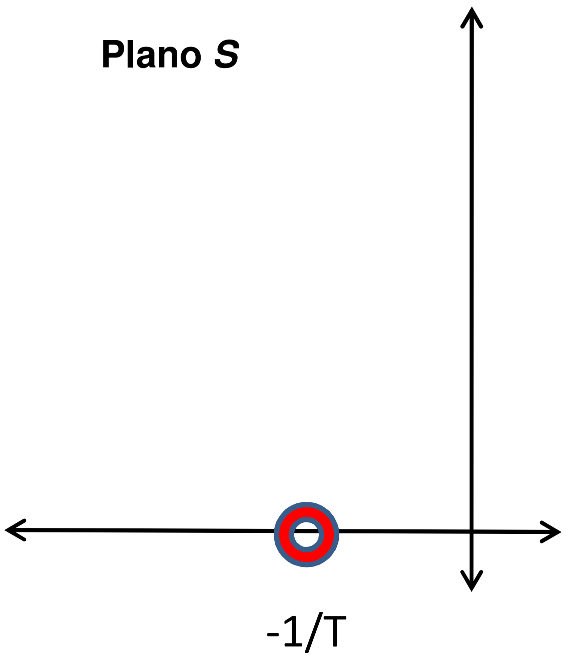
(Bibliografía: Kuo, Ogata)

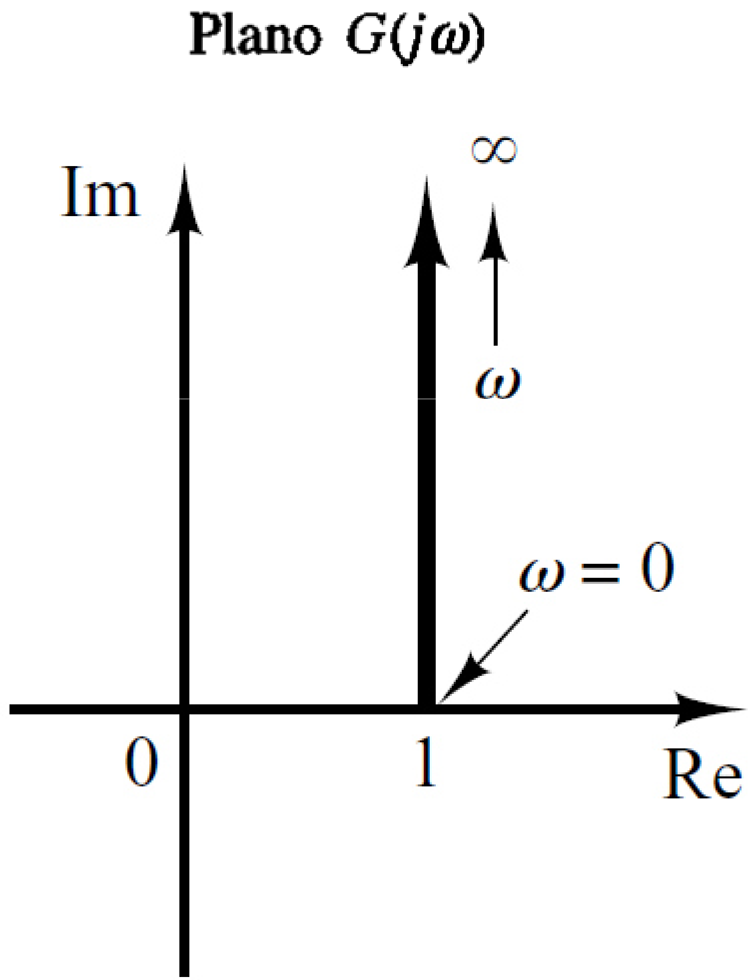
Diagrama **polar** de respuesta en frecuencia



$$G(s) = 1 + Ts$$

$$G(j\omega) = 1 + j\omega T$$



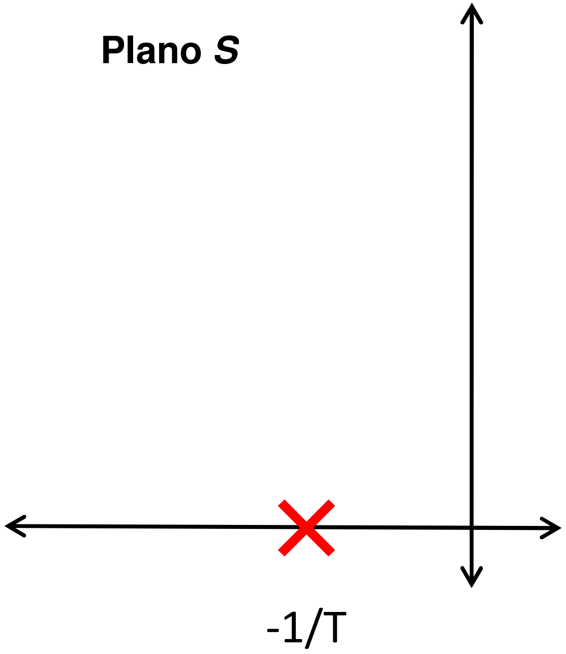


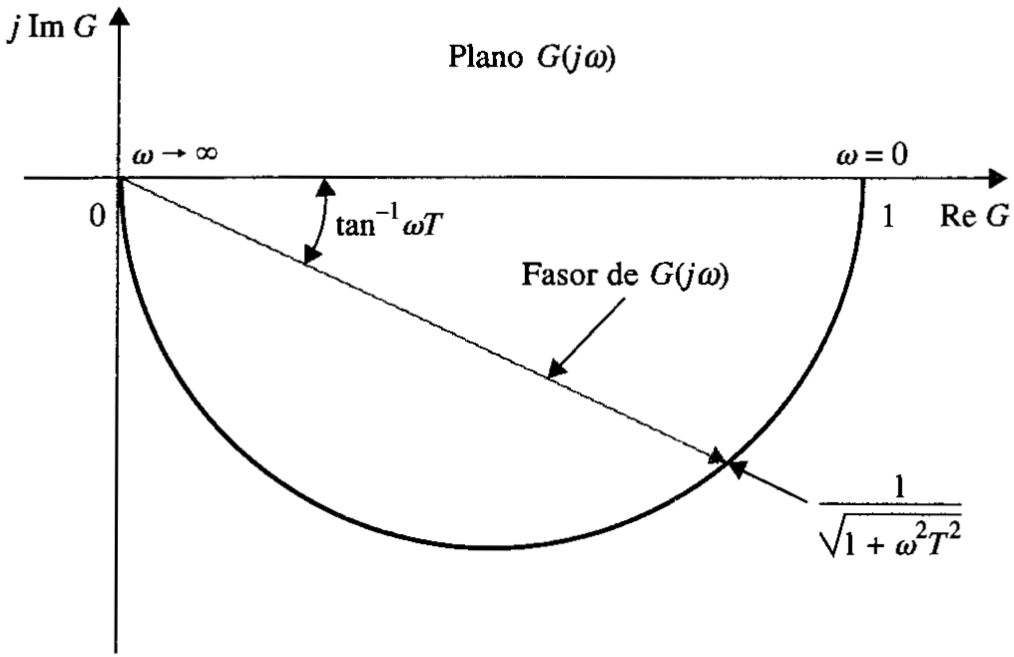
$$G(s) = \frac{1}{1 + Ts}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T}$$

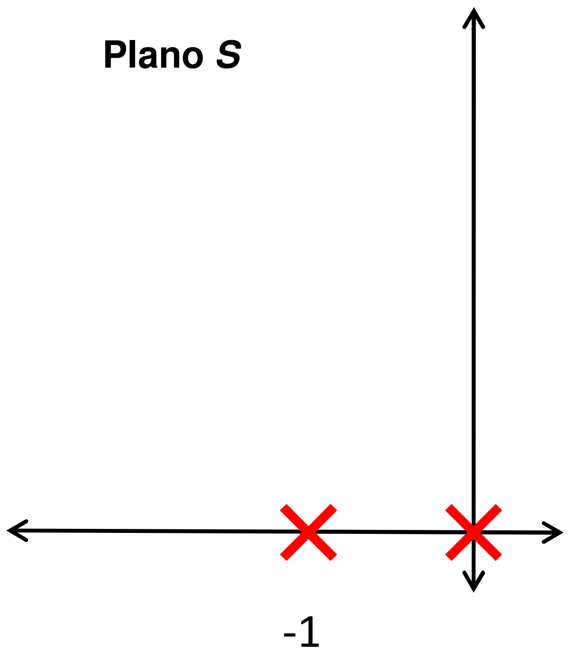
$$G(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \angle -\tan^{-1} \omega T$$

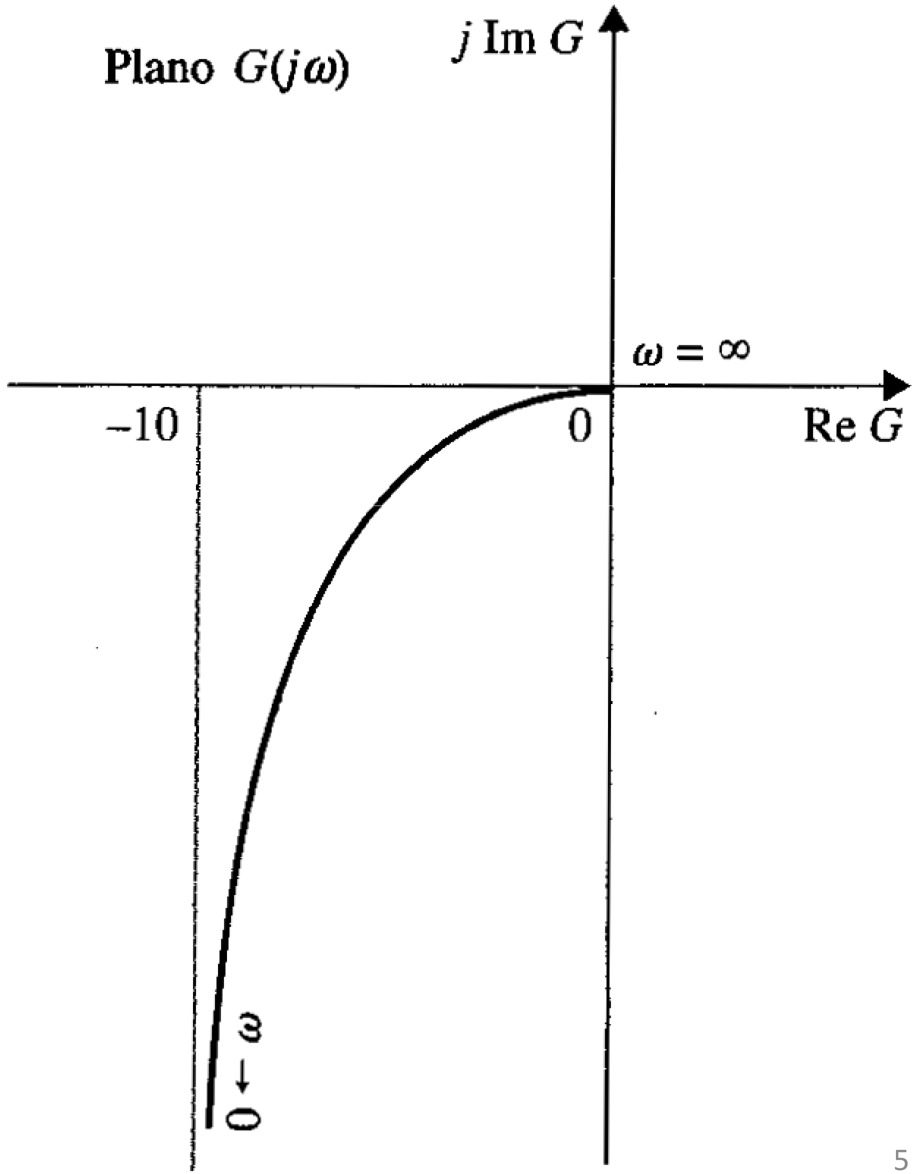
Plano *S*



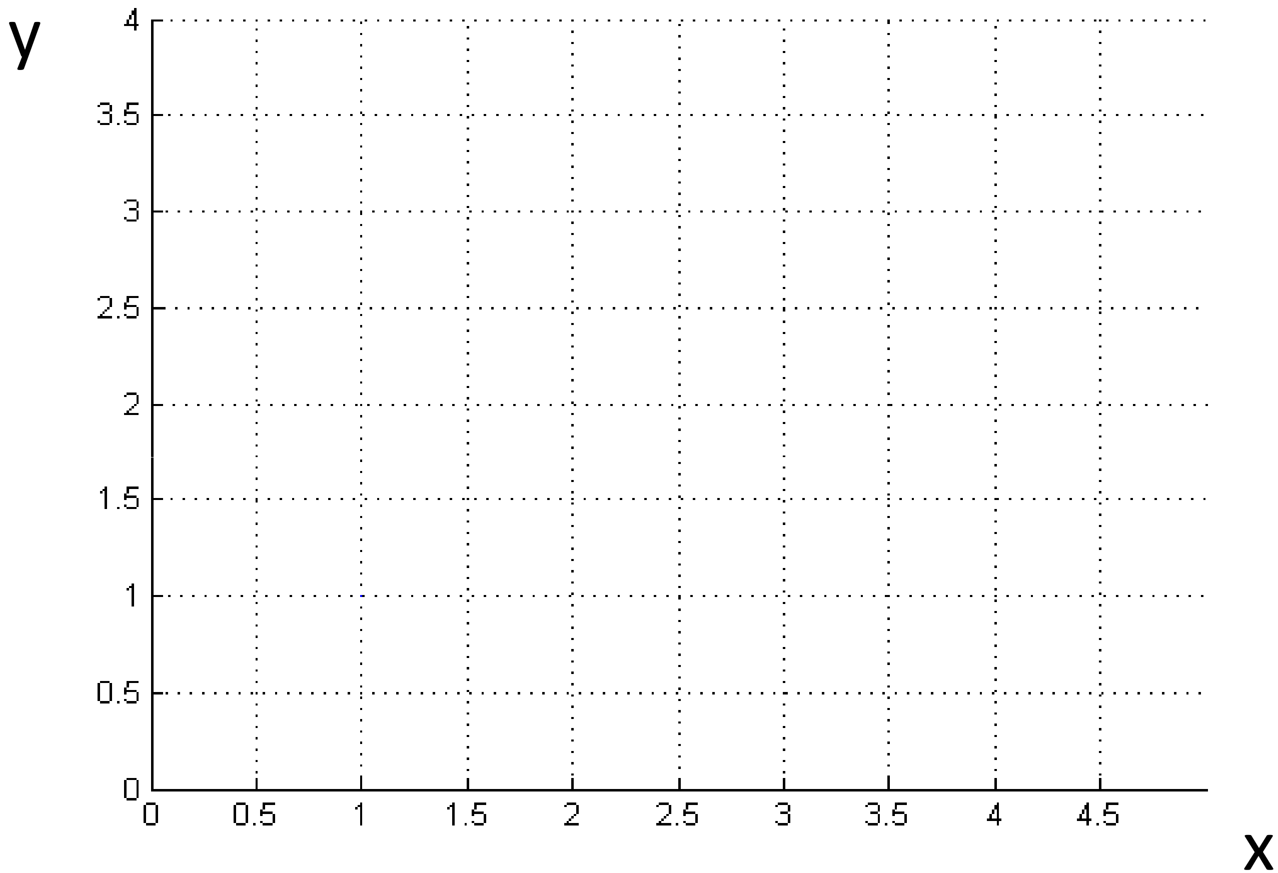


$$G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$$



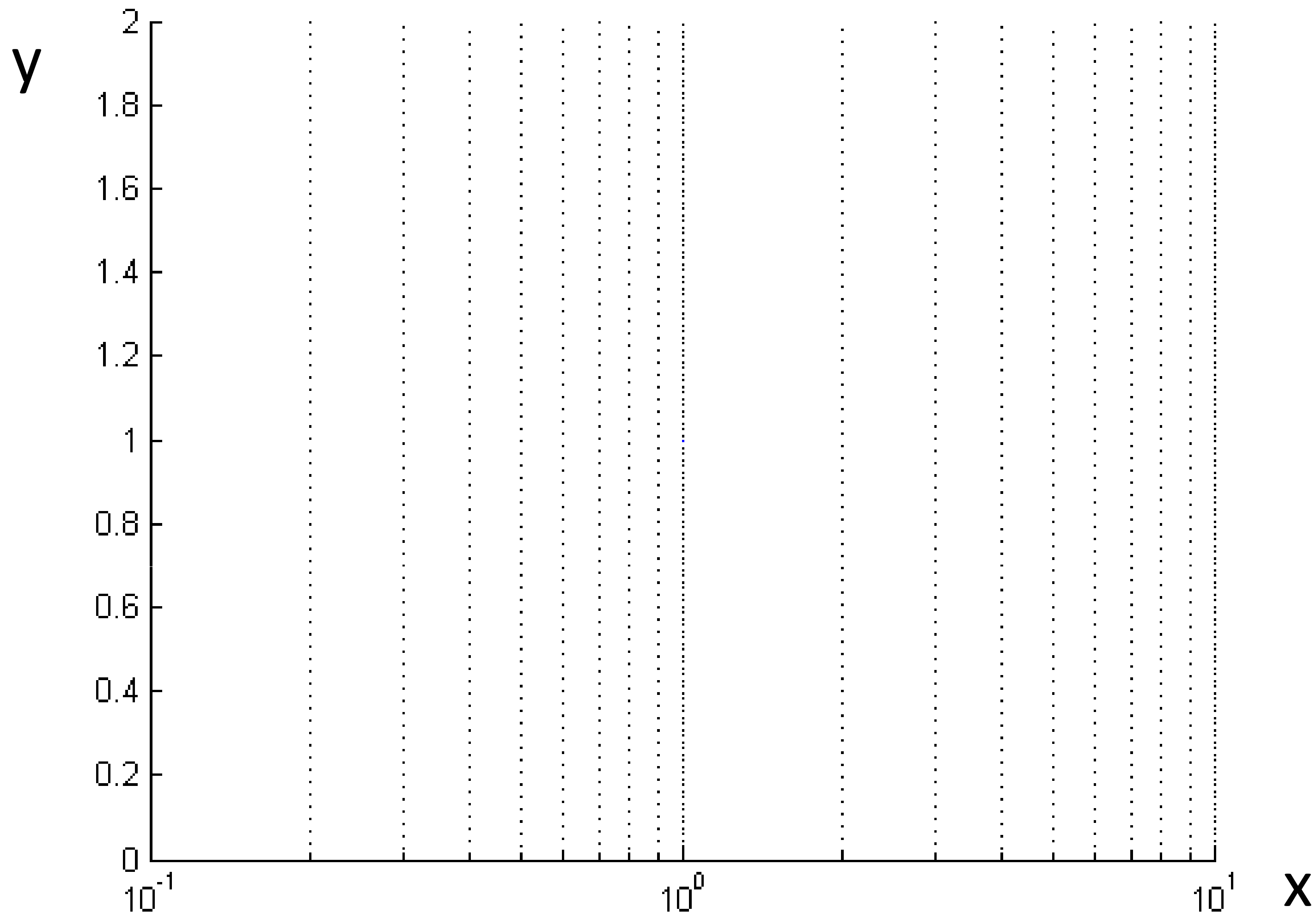


En el caso de los ejes coordenados…



La escala del eje horizontal es lineal… por que

una longitud horizontal dada representa un salto fijo de la variable X.

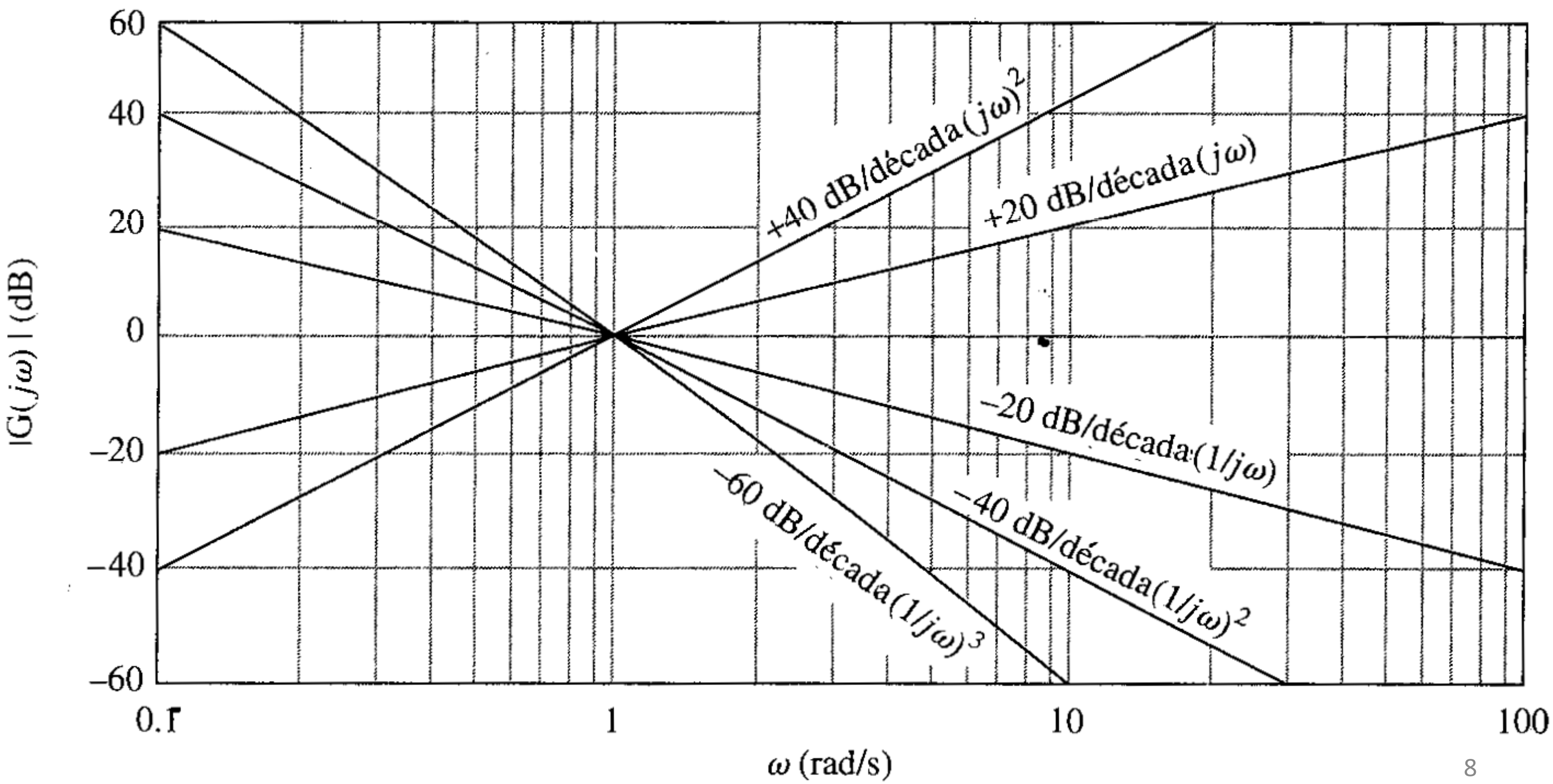


La escala horizontal es logarítmica por que

una longitud horizontal dada representa un salto en logaritmos de la variable X.

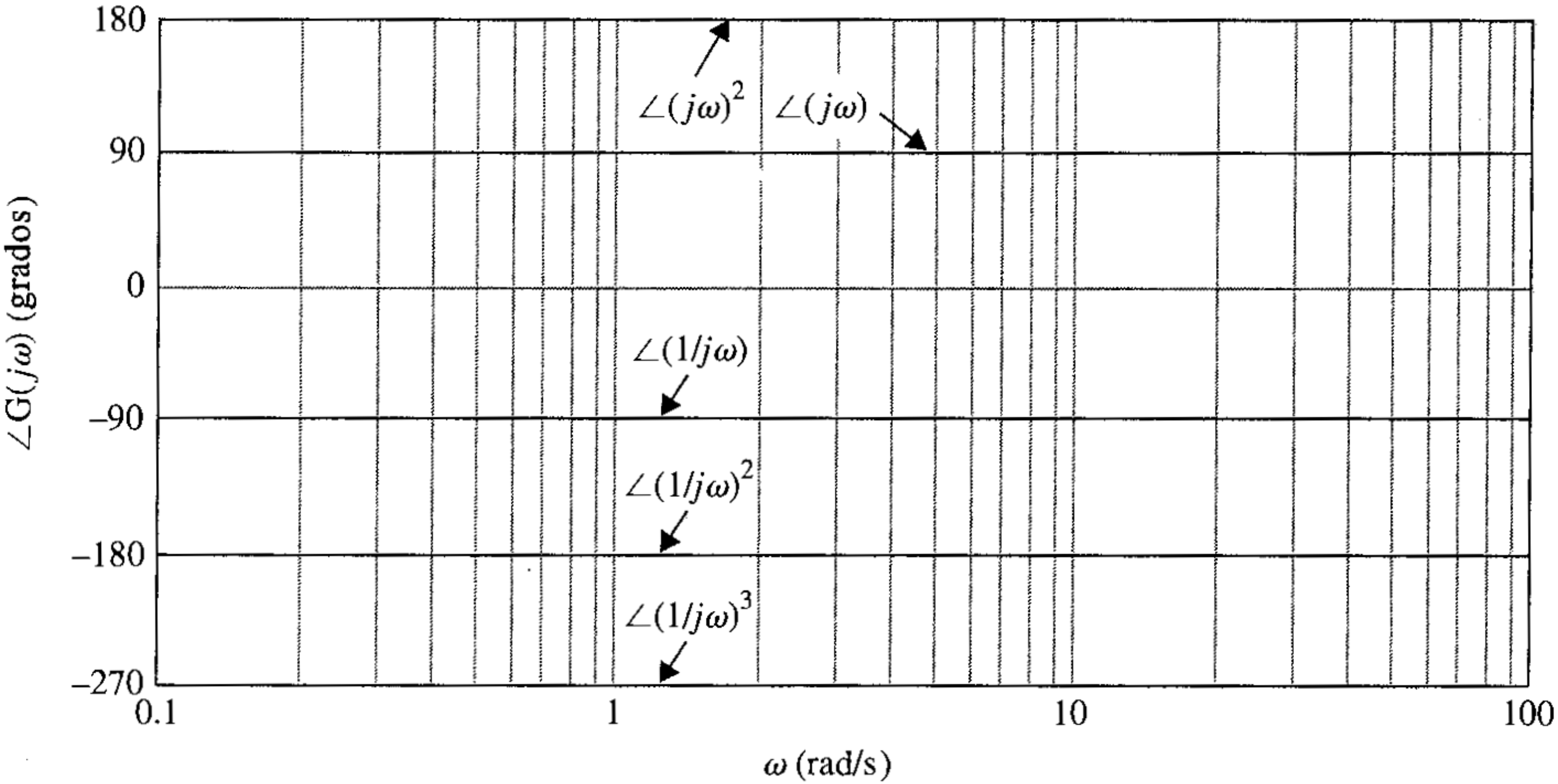
Polos y ceros en el origen, $(j\omega)^{\pm p}$

$$20 \log_{10}\left|(j\omega)^{\pm p}\right| = \pm 20p \log_{10} \omega \qquad \text{dB}$$



Polos y ceros en el origen, $(j\omega)^{\pm p}$

$$\angle(j\omega)^{\pm p} = \pm p \times 90^\circ$$



Cero simple, $G(s) = 1 + Ts$

$$G(j\omega) = 1 + j\omega T$$

$\omega T << 1$: $\quad \left|G(j\omega)\right|_{dB} \cong 20 \log_{10} 1 = 0 \quad \text{dB}$

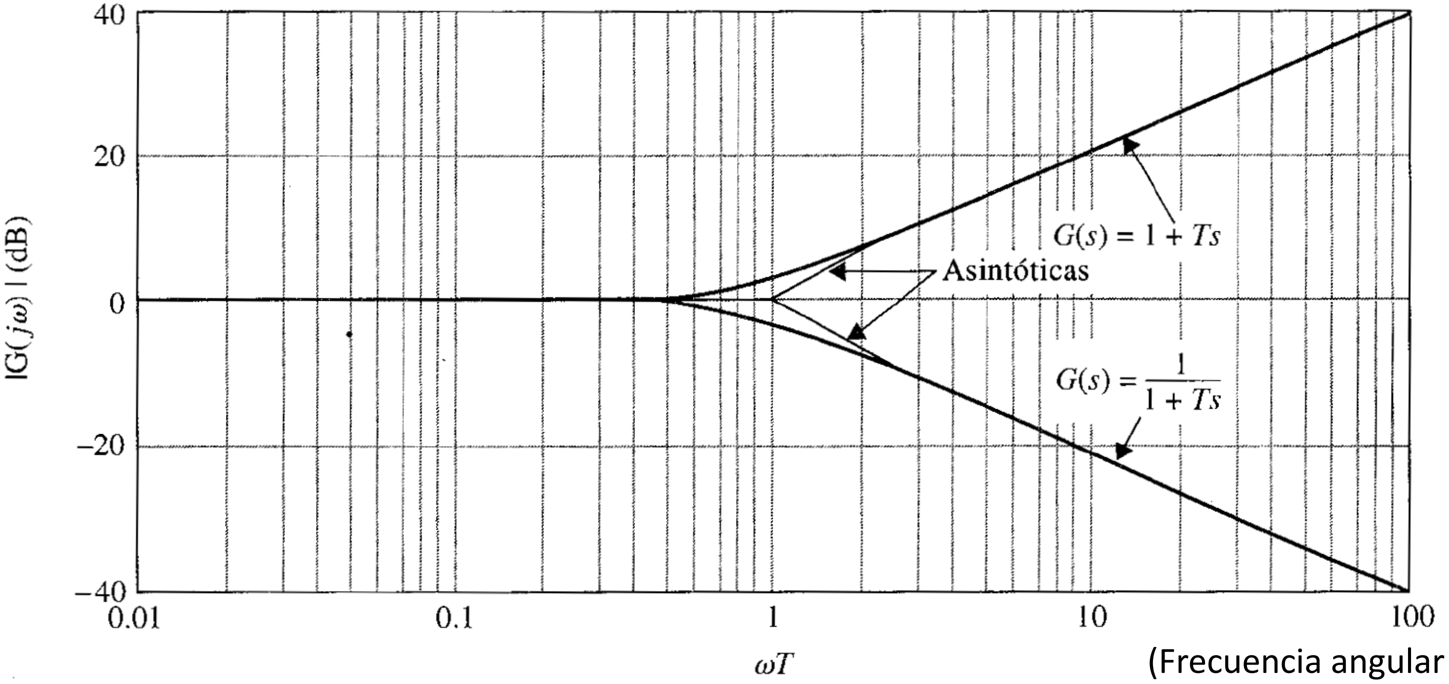
$\omega T >> 1$: $\quad \left|G(j\omega)\right|_{dB} \cong 20 \log_{10}\sqrt{\omega^2 T^2} = 20 \log_{10} \omega T$

Polo simple, 1/ (1 + *jωT*)

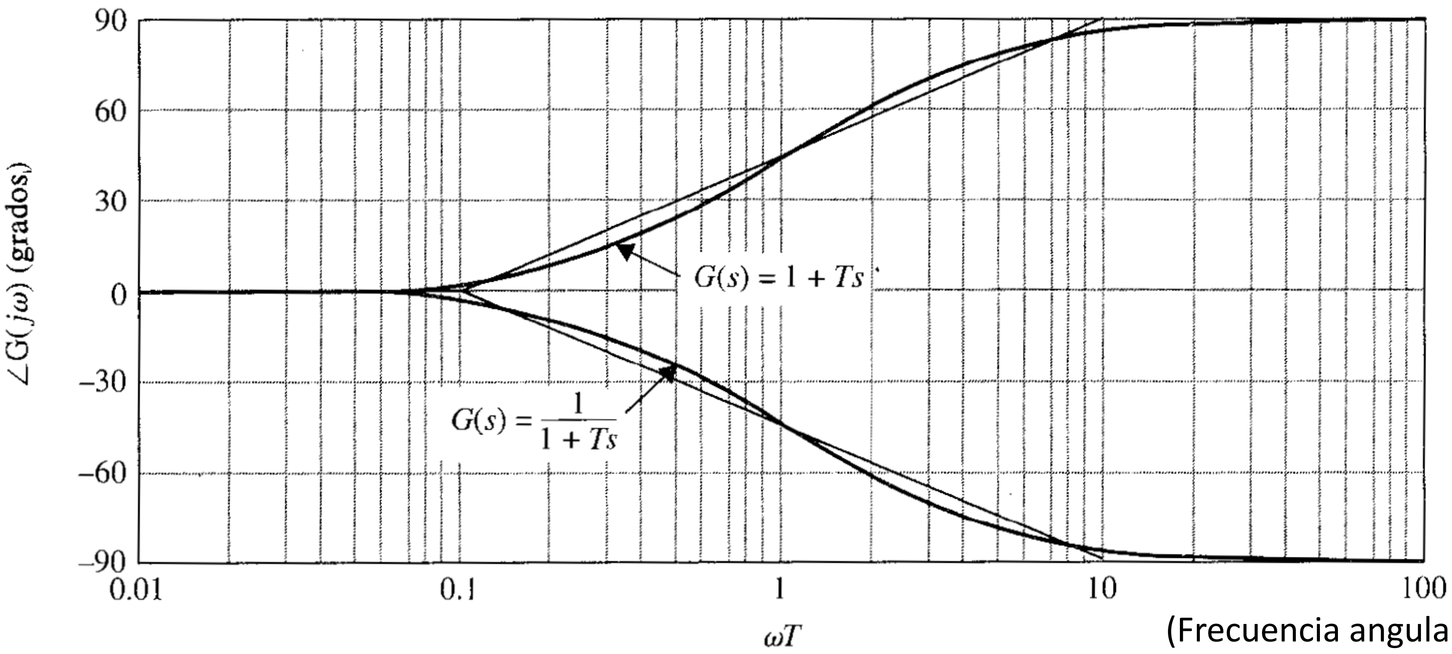
$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T}$$

$\omega T << 1$: $\quad \left|G(j\omega)\right|_{dB} \cong 0 \text{ dB}$

$\omega T >> 1$: $\quad \left|G(j\omega)\right|_{dB} \cong -20 \log_{10} \omega T$



(Frecuencia angular **normalizada**)



(Frecuencia angular **normalizada**)

Polos cuadráticos

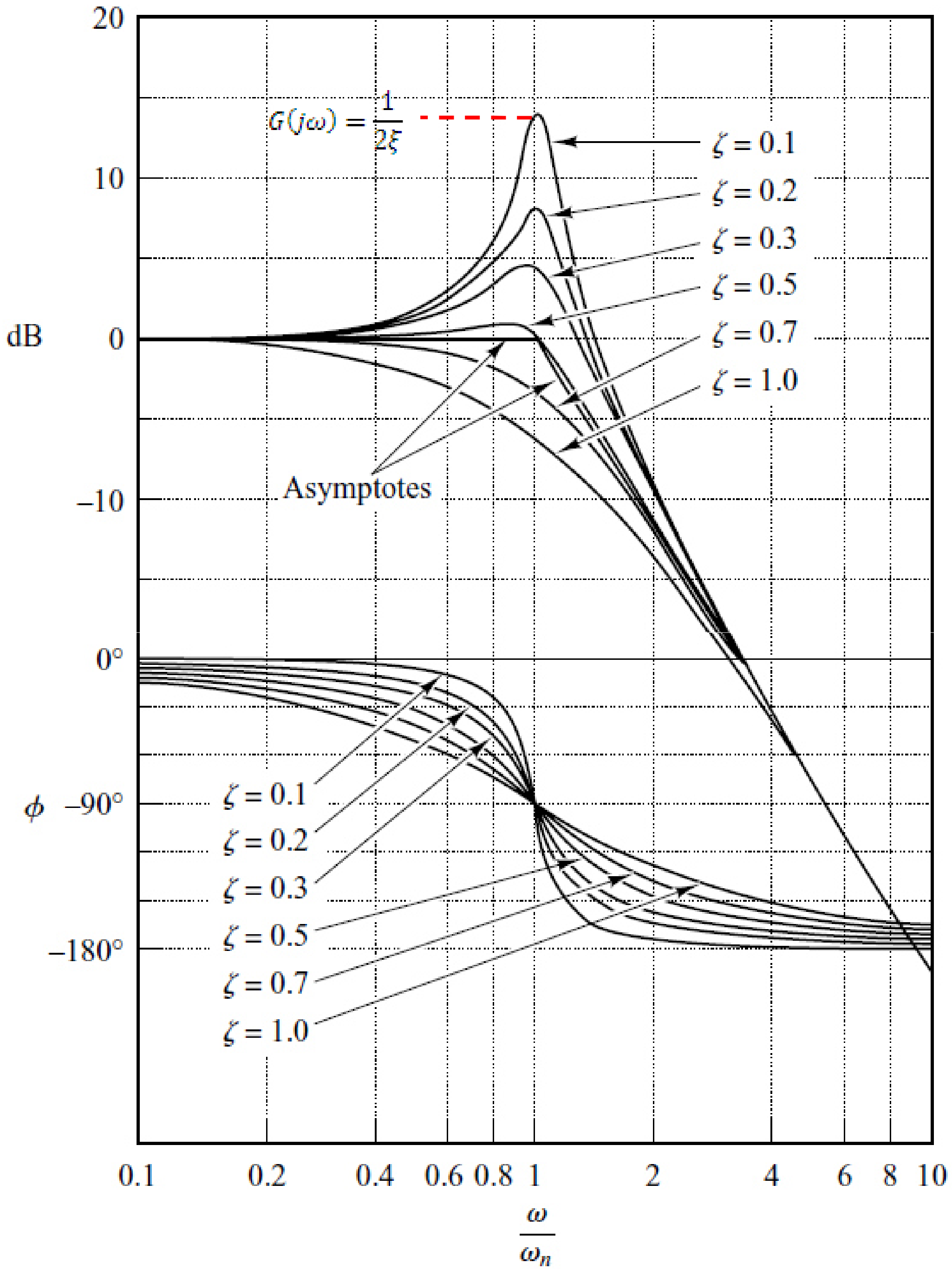
$$G(j\omega) = \frac{1}{[1-(\omega/\omega_n)^2] + j2\zeta(\omega/\omega_n)}$$

$$20\log_{10}|G(j\omega)| = -20\log_{10}\sqrt{[1-(\omega/\omega_n)^2]^2 + 4\zeta^2(\omega/\omega_n)^2}$$

$$20\log\left|\frac{1}{1+2\zeta\left(j\frac{\omega}{\omega_n}\right)+\left(j\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right| = -20\log\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+\left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

$\omega \ll \omega_n$ $\qquad$ $-20\log 1 = 0\text{ dB}$

$\omega \gg \omega_n$ $\qquad$ $-20\log\frac{\omega^2}{\omega_n^2} = -40\log\frac{\omega}{\omega_n}\text{ dB}$



$$\omega_r = \omega_n\sqrt{1 - 2\zeta^2}, \qquad \text{for } 0 \le \zeta \le 0.707$$

$$\omega_r < \omega_d < \omega_n$$

Asíntota en baja frecuencia

$\omega \ll \omega_n$

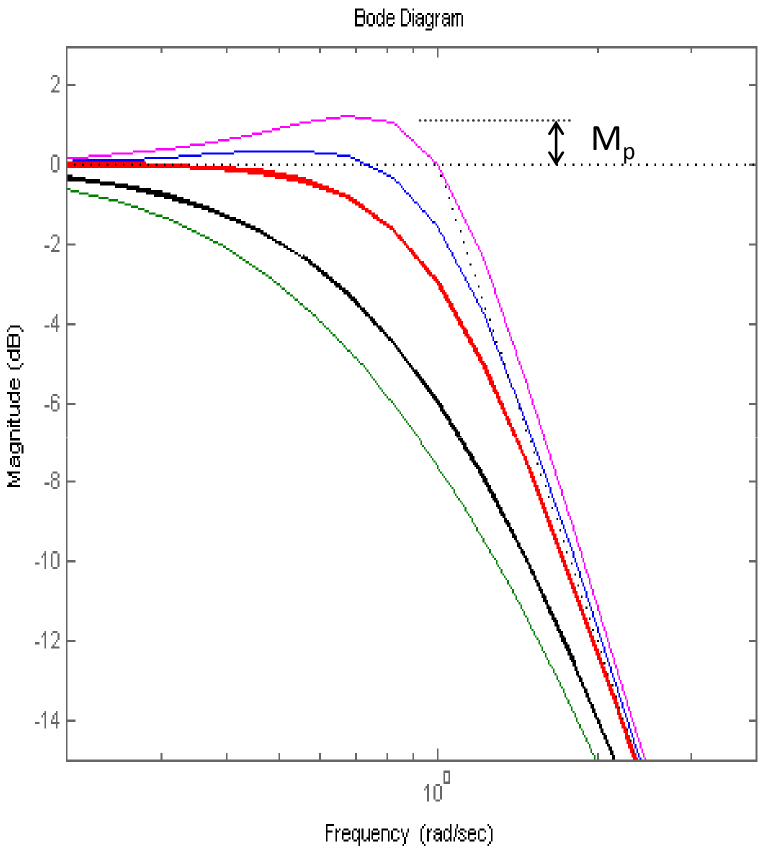
$$-20 \log 1 = 0 \text{ dB}$$

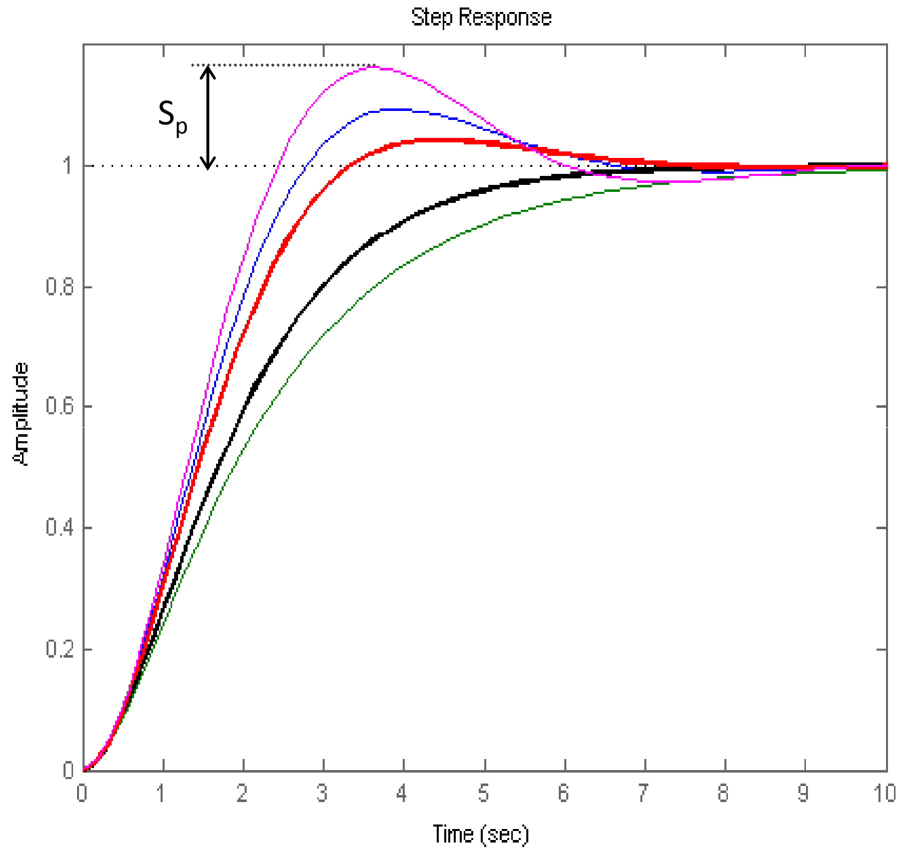
Asíntota en alta frecuencia

$\omega \gg \omega_n$

$$-20 \log \frac{\omega^2}{\omega_n^2} = -40 \log \frac{\omega}{\omega_n} \text{ dB}$$

ξ: 0.5 0.6 0.707 1 1.2





Para ξ≤0.707 aparece sobrepico (Mp) en la amplitud de la respuesta en frecuencia

Para ξ≤1 aparece sobrepico (Sp) en la respuesta al escalón.

RELACIONES TIEMPO-FRECUENCIA

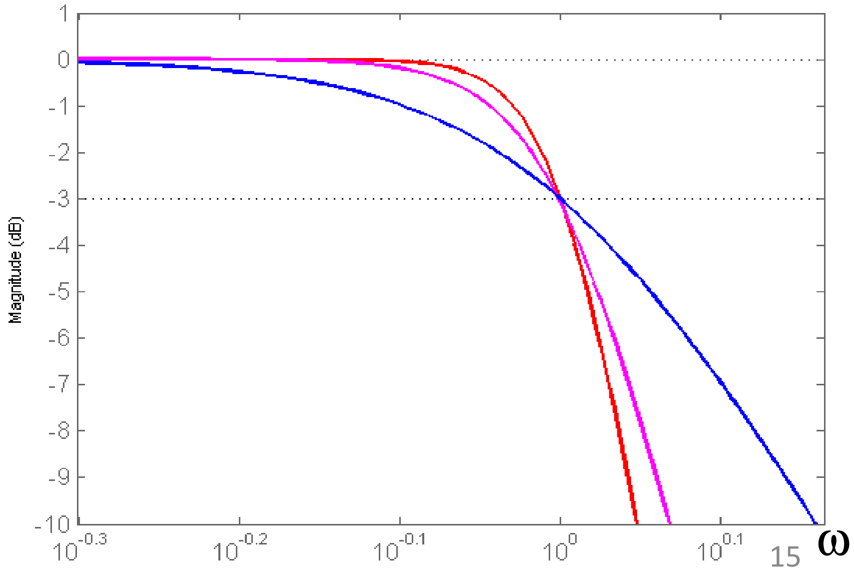
* **TVF** Al buscar $\lim_{S \to 0} H(S)$ básicamente se estará encontrando la "respuesta" en "contìnua".

* **TVI** Al buscar $\lim_{S \to \infty} H(S)$ Se tendrá una idea de que tan fielmente el sistema responde a cambios abruptos en la señal de entrada.

* **Ancho de banda y velocidad de respuesta**

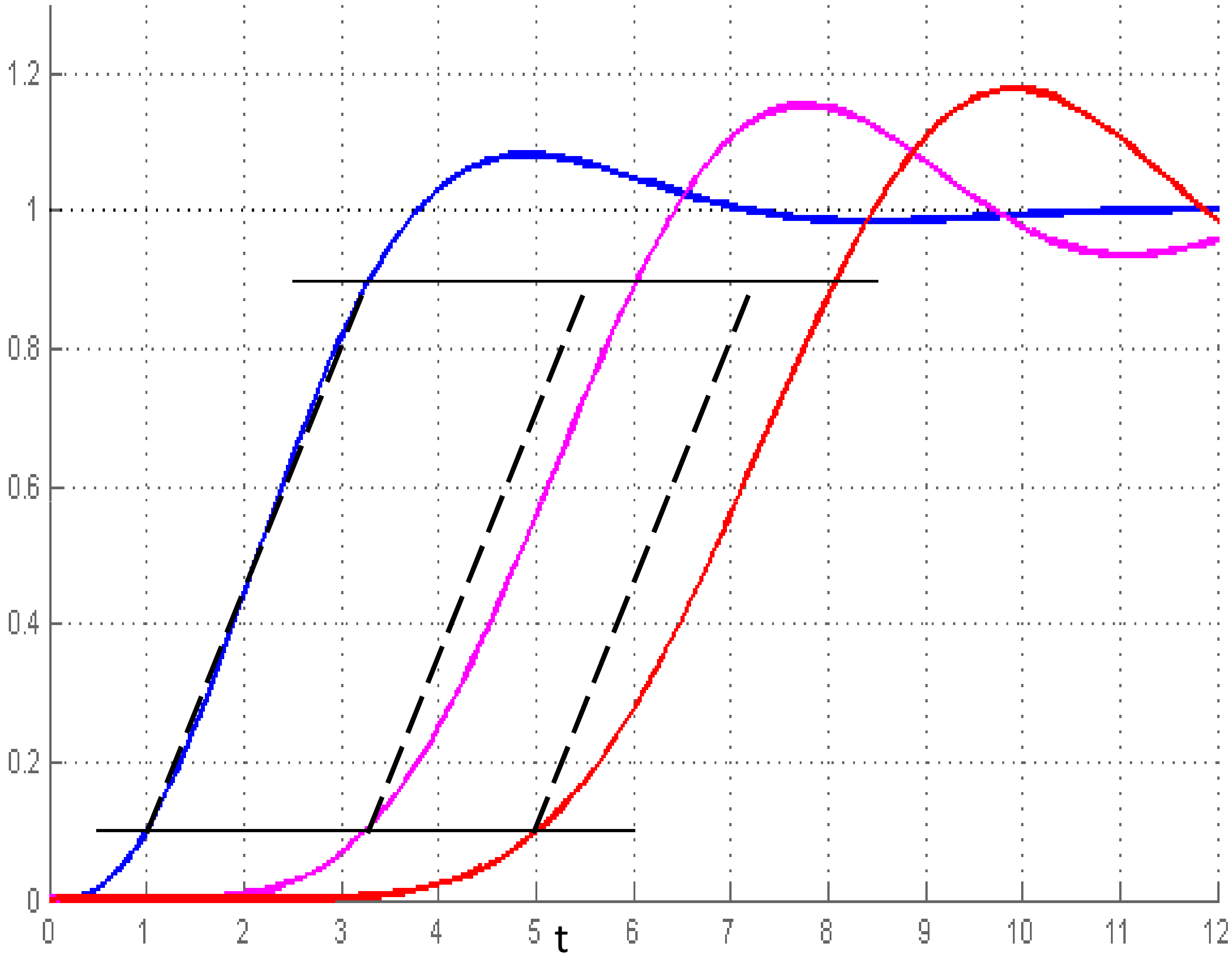
"En sistemas pasa-bajos, el ancho de banda está estrechamente ligado a la rapidez de la respuesta"

$$T_r \cong \frac{0.35}{f_{AB}} = \frac{2.2}{\omega_{AB}}$$



Filtros de Butterworth de 3°, 7° y 10° orden.

Respuesta al escalón de filtros normalizados de Butterworth de 3°, 7° y 10° orden



"**En general** cada vez que se agrega un polo nuevo a un sistema, el retardo en la respuesta temporal resulta incrementada, así como la velocidad de subida"