

* Respuesta en frecuencia.

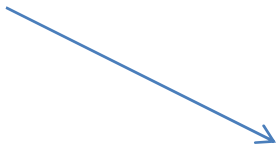
BIBLIOGRAFÍA: Ogata 3°ed.: caps. 8.1 y pp 486-487;

Kuo 7°ed.: caps. 9.1 al 9.1.2

R. Fadel: apunte “La respuesta en frecuencia”

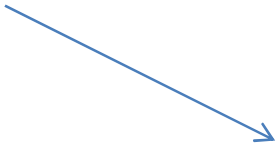
Forma Polo-Cero

$$G(s) = K_{pc} \cdot \frac{\prod_{l=1}^m (s + z_l)}{\prod_{i=1}^n (s + p_i)}$$


$$G(j\omega) = K_{pc} \cdot \frac{\prod_{l=1}^m (j\omega + z_l)}{\prod_{i=1}^n (j\omega + p_i)}$$

Forma de Constante de tiempo

$$G(s) = K_b \cdot \frac{\prod_{l=1}^m (s/z_l + 1)}{\prod_{i=1}^n (s/p_i + 1)}$$


$$G(j\omega) = K_b \cdot \frac{\prod_{l=1}^m (j\omega/z_l + 1)}{\prod_{i=1}^n (j\omega/p_i + 1)}$$

$$G(j\omega) = Kb \cdot \frac{\prod_{l=1}^m (j\omega/z_l + 1)}{\prod_{i=1}^n (j\omega/p_i + 1)}$$

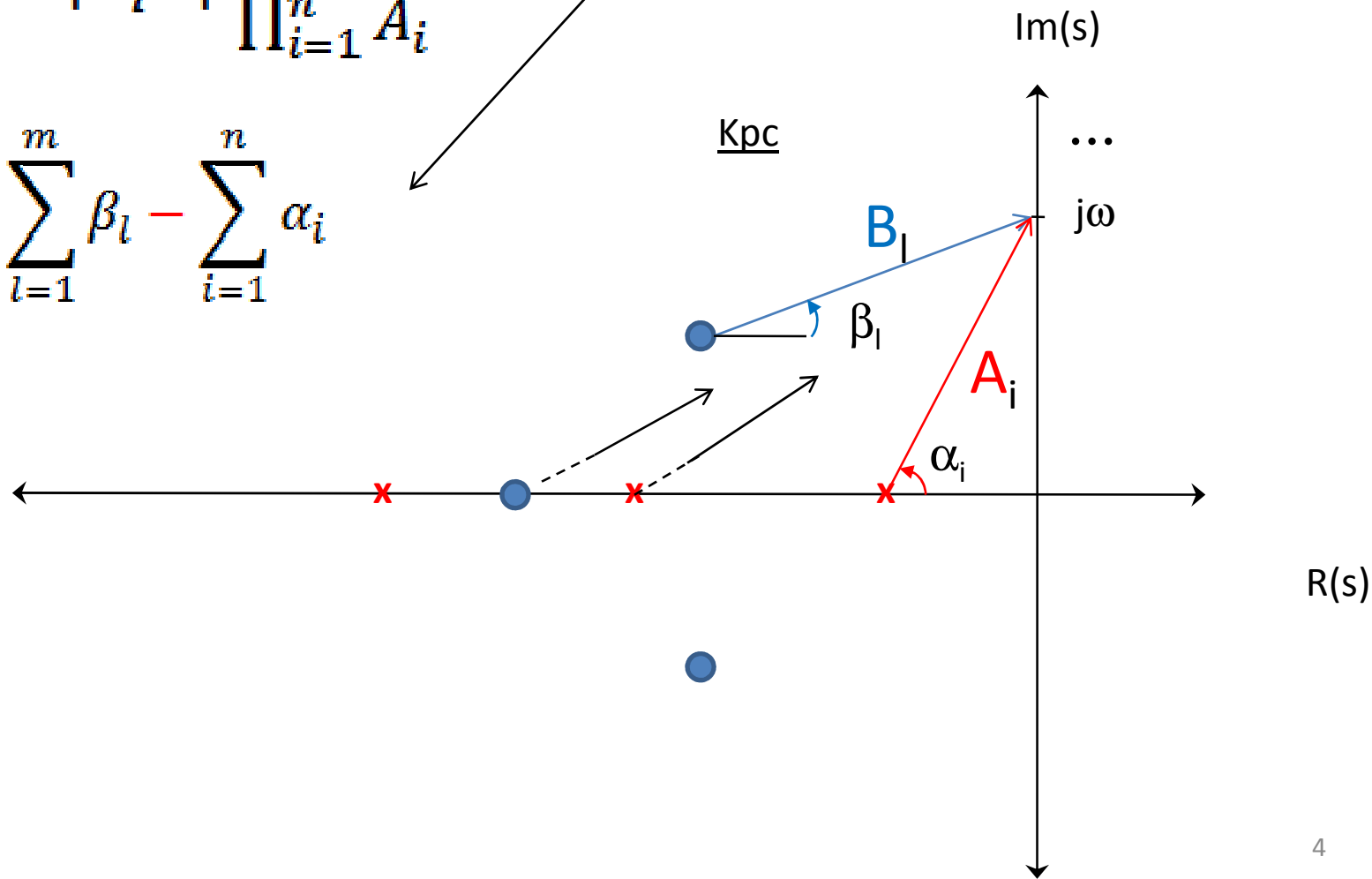
$$\log|G(j\omega)| = \log|Kb| + \sum_{l=1}^m \log |j\omega/z_l + 1| - \sum_{i=1}^n \log |j\omega/p_i + 1|$$

$$\varphi(\omega) = \sum_{l=1}^m \text{atg}(j\omega/z_l) - \sum_{i=1}^n \text{atg}(j\omega/p_i)$$

$$G(j\omega) = K_{pc} \cdot \frac{\prod_{l=1}^m (j\omega + z_l)}{\prod_{i=1}^n (j\omega + p_i)} \rightarrow G(j\omega) = K_{pc} \cdot \frac{\prod_{l=1}^m B_l \left| \frac{\beta_l}{\alpha_i} \right.}{\prod_{i=1}^n A_i \left| \frac{\alpha_i}{\alpha_i} \right.}$$

$$|G(j\omega)| = |K_{pc}| \cdot \frac{\prod_{l=1}^m B_l}{\prod_{i=1}^n A_i}$$

$$\varphi(\omega) = \sum_{l=1}^m \beta_l - \sum_{i=1}^n \alpha_i$$



Factores básicos de $G(j\omega)H(j\omega)$. Como se planteó antes, la ventaja principal de usar una traza logarítmica es la facilidad relativa de graficar las curvas de la respuesta en frecuencia. Los factores básicos que suelen ocurrir en una función de transferencia arbitraria $G(j\omega)H(j\omega)$ son:

1. La ganancia K
2. Los factores de integral y de derivada $(j\omega)^{\mp 1}$
3. Los factores de primer orden $(1 + j\omega T)^{\mp 1}$
4. Los factores cuadráticos $[1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2]^{\mp 1}$

$$G(j\omega) = Kb \cdot \frac{\prod_{l=1}^m (j\omega/z_l + 1)}{\prod_{i=1}^n (j\omega/p_i + 1)}$$

$$\log |G(j\omega)| = \log |Kb| + \sum_{l=1}^m \log \left| \frac{j\omega}{z_l} + 1 \right| - \sum_{i=1}^n \log \left| \frac{j\omega}{p_i} + 1 \right|$$

$$\varphi(\omega) = \sum_{l=1}^m \text{atg}(j\omega/z_l) - \sum_{i=1}^n \text{atg}(j\omega/p_i) \quad (\text{Aporte de cada polo...})$$

Factores básicos de $G(j\omega)H(j\omega)$. Como se planteó antes, la ventaja principal de usar una traza logarítmica es la facilidad relativa de graficar las curvas de la respuesta en frecuencia. Los factores básicos que suelen ocurrir en una función de transferencia arbitraria $G(j\omega)H(j\omega)$ son:

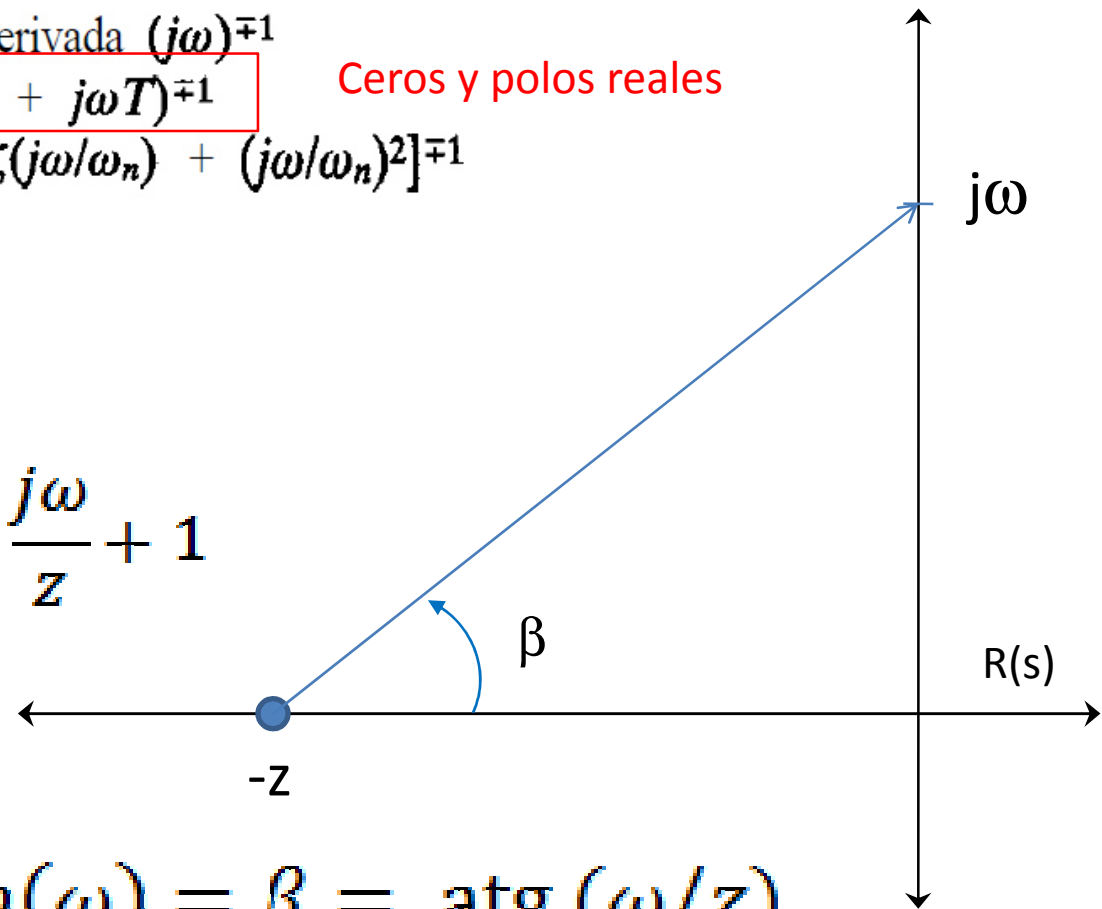
1. La ganancia K
2. Los factores de integral y de derivada $(j\omega)^{\mp 1}$
3. Los factores de primer orden $(1 + j\omega T)^{\mp 1}$
4. Los factores cuadráticos $[1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2]^{\mp 1}$

Ceros y polos reales

$$F_1(s) = S / z$$

$$F(s) = (S/z + 1)$$

$$F(j\omega) = \frac{j\omega}{z} + 1$$



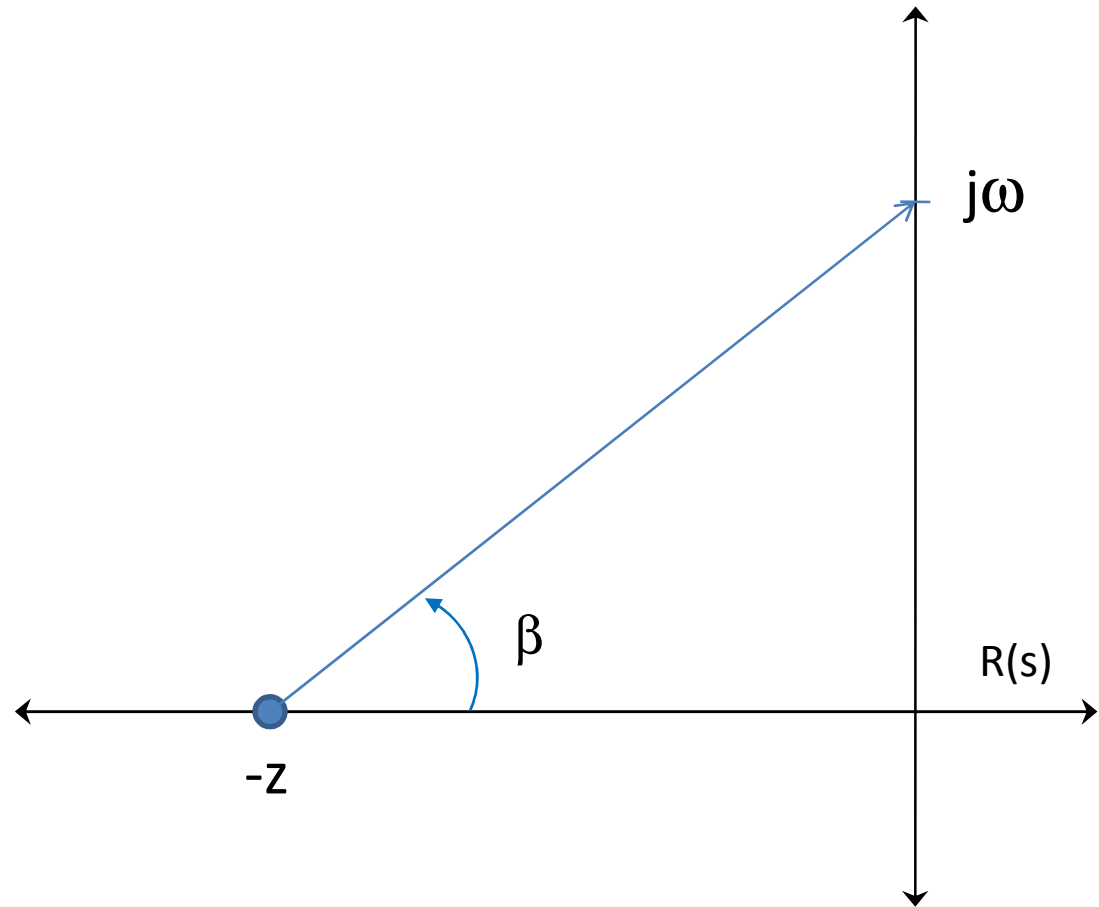
$$|F| = \sqrt{\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 + 1} \quad \varphi(\omega) = \beta = \text{atg}(\omega/z)$$

$$F(j\omega) = \frac{j\omega}{z} + 1$$

$$|F| = \sqrt{\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 + 1}$$

$$\varphi(\omega) = \beta = \text{atg}(\omega/z)$$

<u>ω:</u>	<u>$\varphi(\omega)$:</u>
0	\rightarrow 0
z	\rightarrow 45°
∞	\rightarrow 90°



$$F(j\omega) = \frac{j\omega}{z} + 1 \quad |F| = \sqrt{\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 + 1}$$

$$20 \cdot \log(|F|) = 10 \cdot \log\left(\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 + 1\right)$$

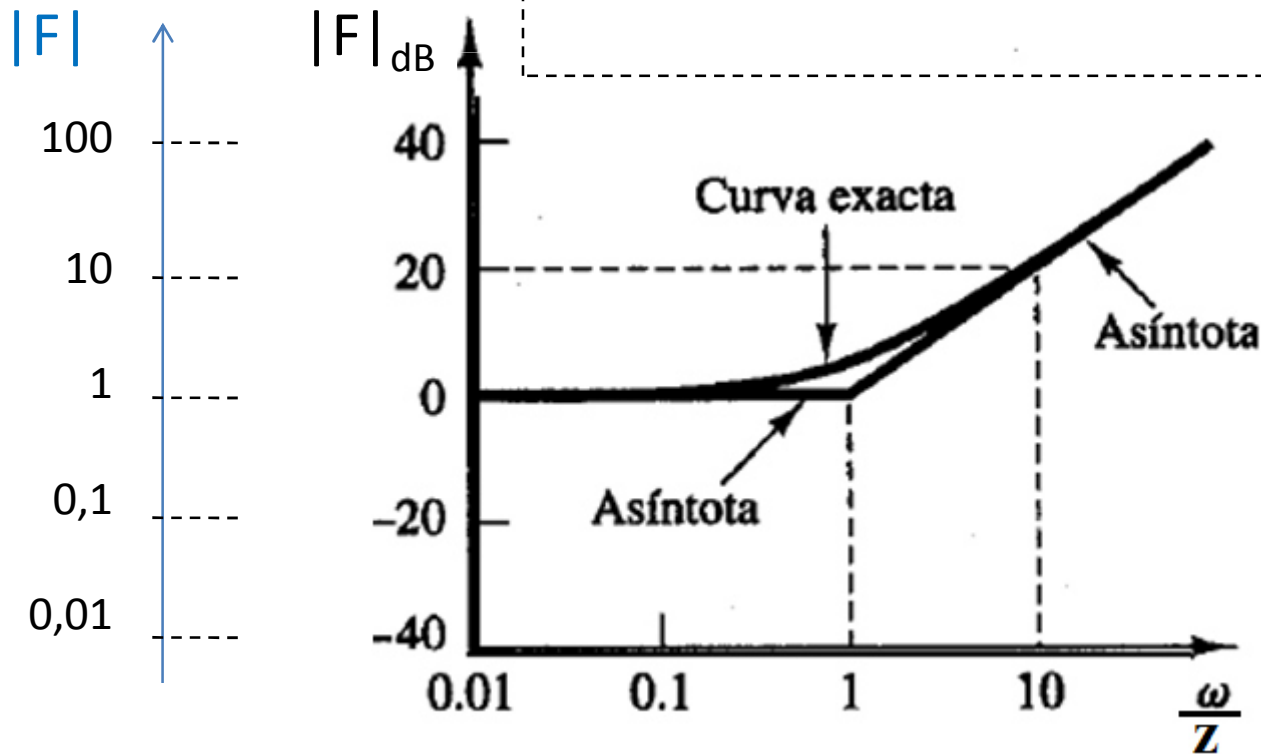
<u>ω</u> :	<u>$F(\omega)$</u>	<u>F [dB]</u>
0	$\rightarrow 1$	$\rightarrow 0\text{dB}$
z	$\rightarrow \sqrt{2}$	$\rightarrow 3\text{dB}$
∞	$\rightarrow \omega/z$	$\rightarrow 20 \cdot \log(\omega/z) \text{ dB}$

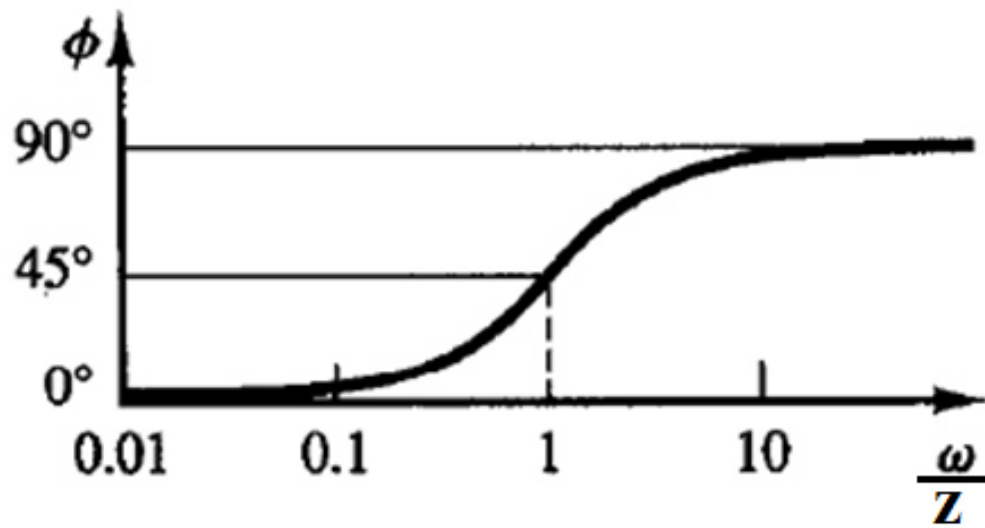
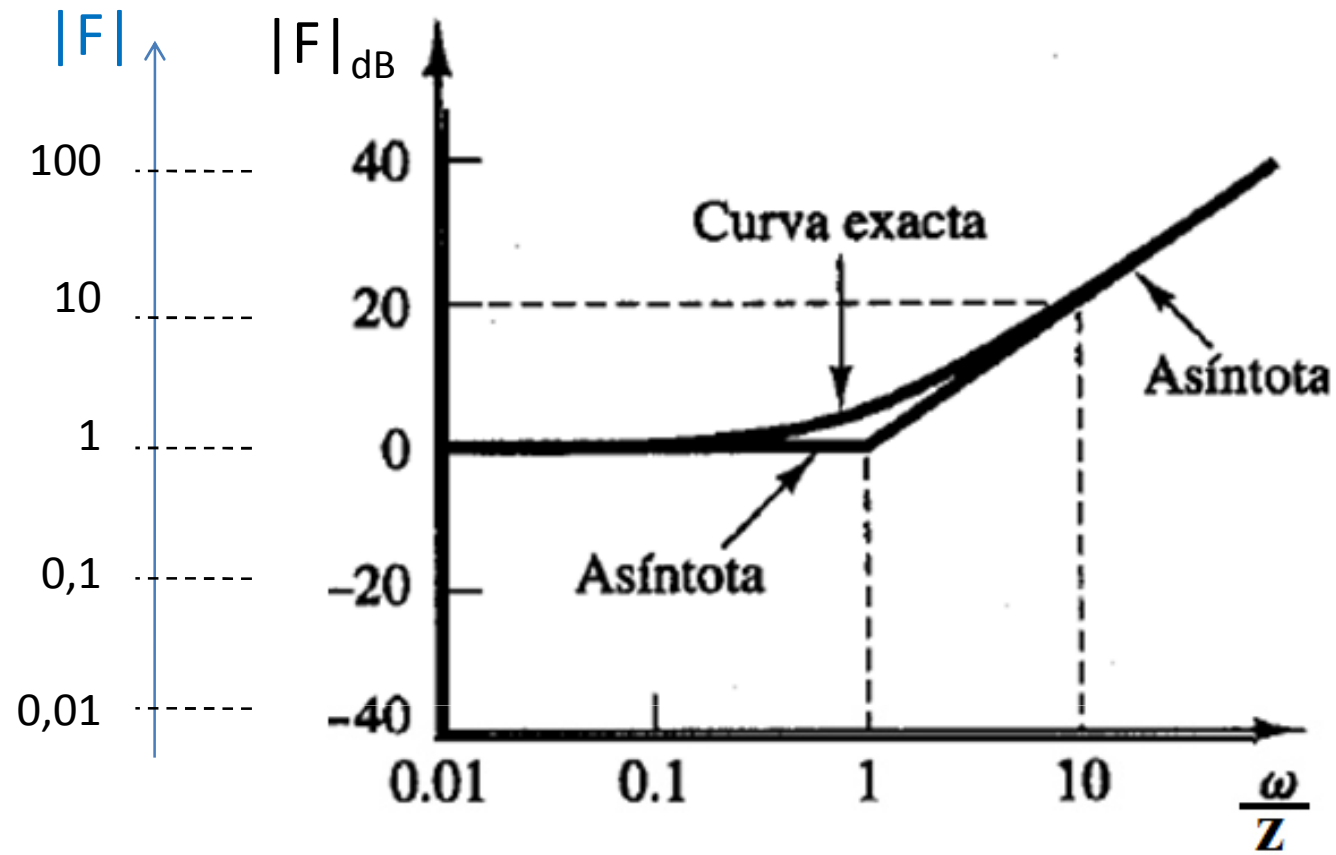
$$F(j\omega) = \frac{j\omega}{z} + 1 \quad |F| = \sqrt{\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 + 1}$$

$$20 \cdot \log(|F|) = 10 \cdot \log\left(\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 + 1\right)$$

<u>ω</u> :	<u>$F(\omega)$</u>	<u>F [dB]</u>
0	$\rightarrow 1$	$\rightarrow 0\text{dB}$
z	$\rightarrow \sqrt{2}$	$\rightarrow 3\text{dB}$
∞	$\rightarrow \omega/z$	$\rightarrow 20 \cdot \log(\omega/z) \text{ dB}$

ω :	$ F(\omega) $	$ F $ [dB]
0	$\rightarrow 1$	$\rightarrow 0\text{dB}$
z	$\rightarrow \sqrt{2}$	$\rightarrow 3\text{dB}$
∞	$\rightarrow \omega/z$	$\rightarrow 20.\log(\omega/z) \text{ dB}$



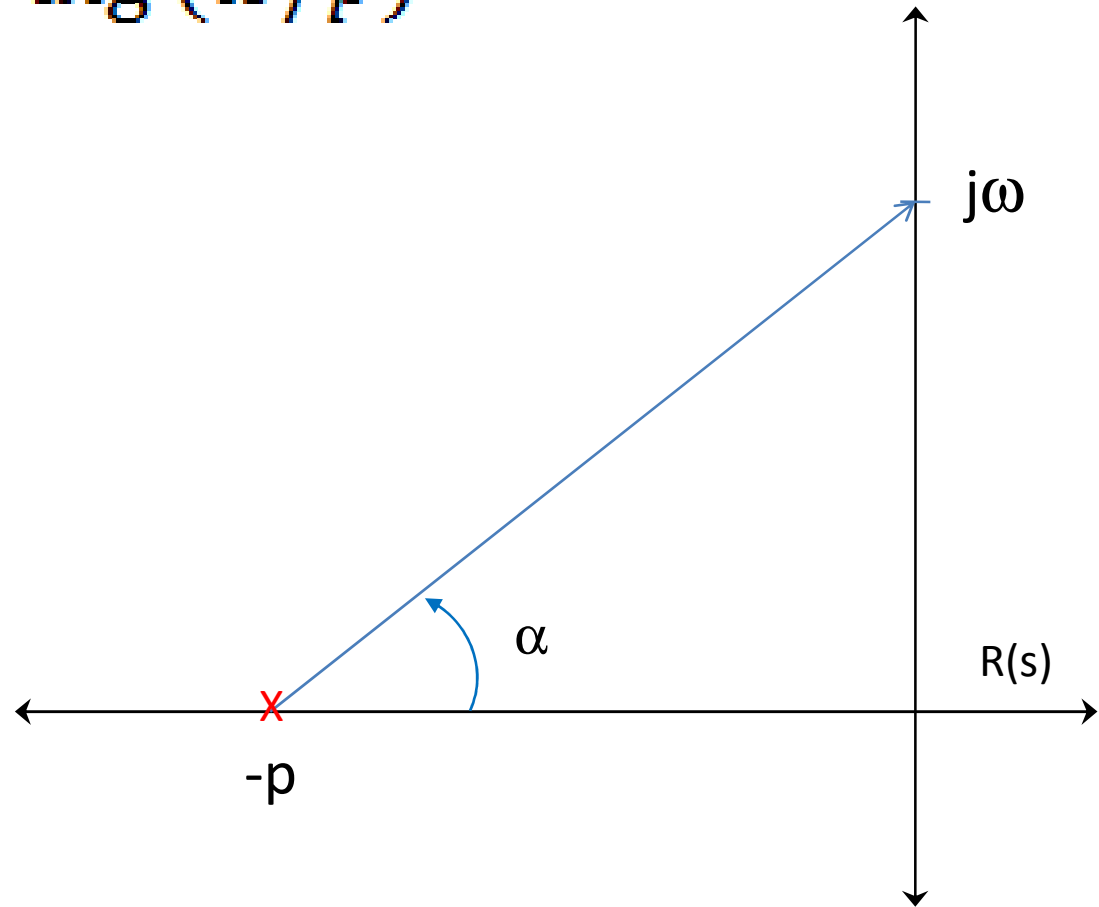


Aprox. de fase...

$$F(s) = \frac{1}{s/p + 1} = (s/p + 1)^{-1}$$

$$\varphi(\omega) = -\alpha = -\text{atg}(\omega/p)$$

<u>ω:</u>	<u>$\varphi(\omega)$:</u>
0	\rightarrow 0
p	\rightarrow -45°
∞	\rightarrow -90°



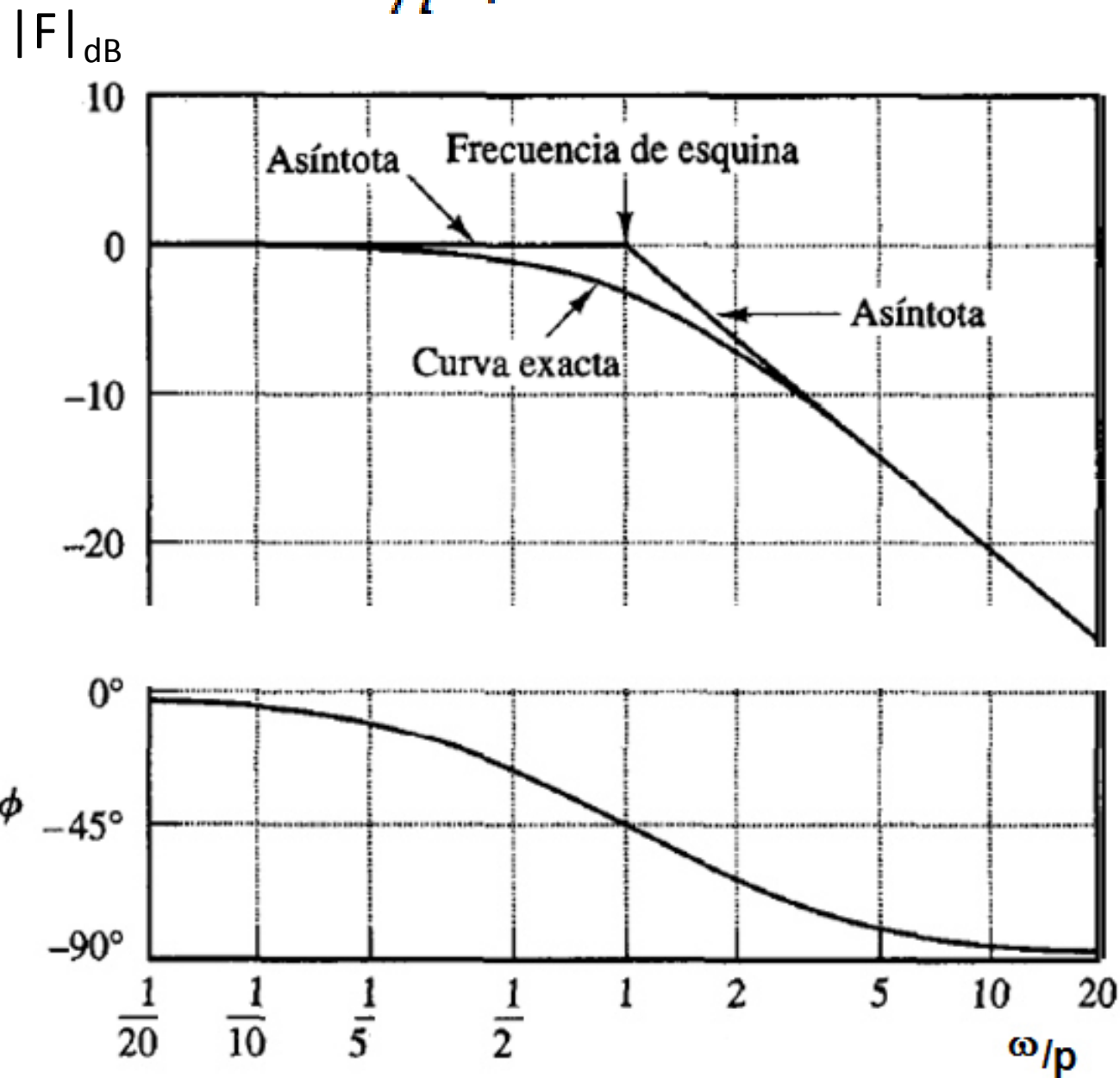
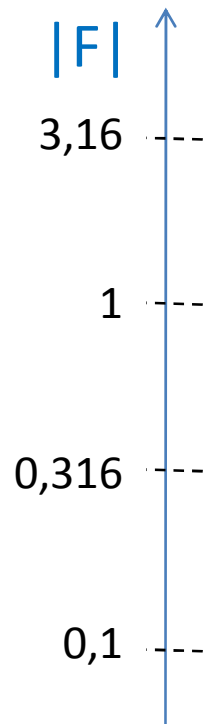
$$F(s) = \frac{1}{s/p + 1} = (s/p + 1)^{-1}$$

$$|F| = \left(\sqrt{\left(\frac{\omega}{p}\right)^2 + 1} \right)^{-1}$$

$$20 \cdot \log(|F|) = -10 \cdot \log\left(\left(\frac{\omega}{p}\right)^2 + 1\right)$$

ω :	$ F(\omega) $	$ F $ [dB]
0	$\rightarrow 1$	$\rightarrow 0\text{dB}$
z	$\rightarrow 1/\sqrt{2}$	$\rightarrow -3\text{dB}$
∞	$\rightarrow 1/(\omega/p)$	$\rightarrow -20 \cdot \log(\omega/p) \text{ dB}$

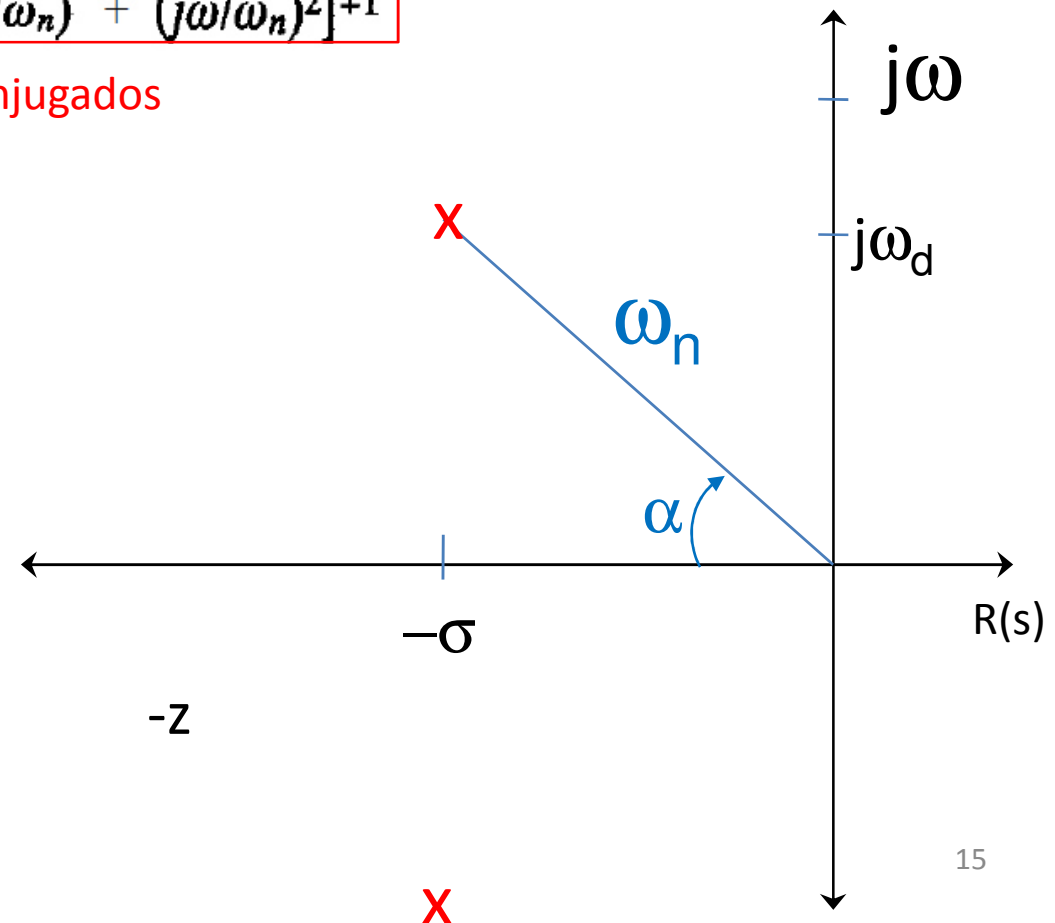
$$F(s) = \frac{1}{s/p + 1} = (s/p + 1)^{-1}$$



Factores básicos de $G(j\omega)H(j\omega)$. Como se planteó antes, la ventaja principal de usar una traza logarítmica es la facilidad relativa de graficar las curvas de la respuesta en frecuencia. Los factores básicos que suelen ocurrir en una función de transferencia arbitraria $G(j\omega)H(j\omega)$ son:

1. La ganancia K
2. Los factores de integral y de derivada $(j\omega)^{\mp 1}$
3. Los factores de primer orden $(1 + j\omega T)^{\mp 1}$
4. Los factores cuadráticos $[1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2]^{\mp 1}$

Ceros o polos complejos conjugados



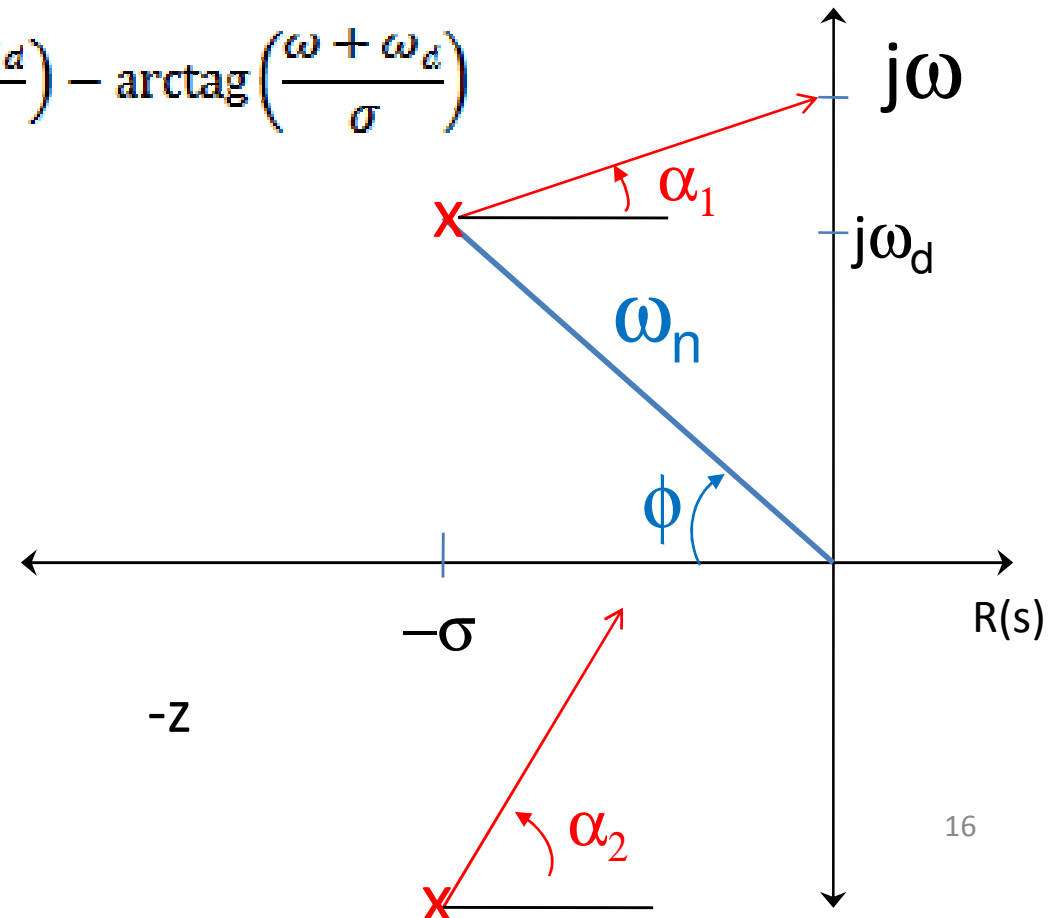
$$F(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2 \cdot \xi \cdot \left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}$$

(Ceros o polos complejos conjugados)
Coef de amortiguamiento...

$$|F(\omega)| = \left(\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right)^{-1}$$

$$\varphi(\omega) = -\alpha_1 - \alpha_2 = -\arctan\left(\frac{\omega - \omega_d}{\sigma}\right) - \arctan\left(\frac{\omega + \omega_d}{\sigma}\right)$$

ω :	$\varphi(\omega)$:
0	$\rightarrow 0$
ω_n	$\rightarrow -90^\circ$
∞	$\rightarrow -180^\circ$

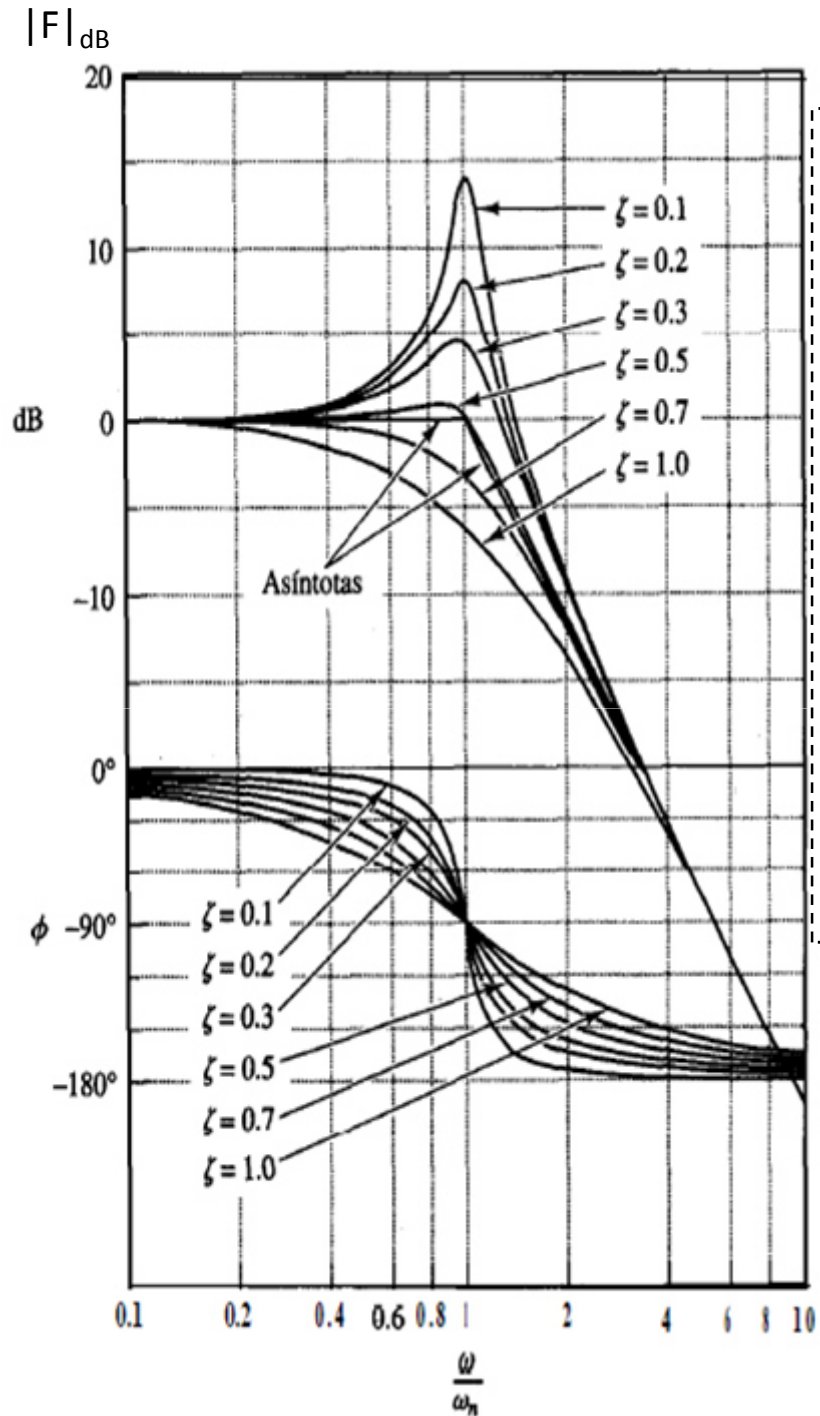


$$F(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2.\xi.\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}$$

$$|F(\omega)| = \left(\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + 4.\xi^2.\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right)^{-1}$$

$$20.\log|F(\omega)| = -10.\log \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + 4.\xi^2.\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 \right\}$$

ω :	$ F(\omega) $	$ F $ [dB]
0	$\rightarrow 1$	$\rightarrow 0\text{dB}$
ω_n	$\rightarrow \frac{1}{2.\xi}$	
∞	$\rightarrow 1/(\omega/\omega_n)^2$	$\rightarrow -40.\log(\omega/\omega_n) \text{ dB}$



$\omega:$	$ F(\omega) $	$ F _{[dB]}$
0	$\rightarrow 1$	$\rightarrow 0dB$
ω_n	$\rightarrow \frac{1}{2 \cdot \zeta}$	
∞	$\rightarrow \frac{1}{(\omega / \omega_n)^2}$	
∞		$\rightarrow -40 \cdot \log(\omega / \omega_n) \text{ dB}$