

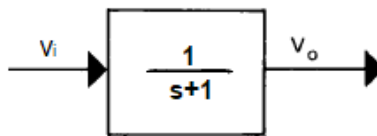
## Efecto sobre el ancho de banda de lazo cerrado. Velocidad

La velocidad de un sistema también se puede especificar en el dominio frecuencia según el ancho de banda. En el caso de los sistemas pasa bajos como son la mayoría de los sistemas físicos tratados en control, se define el ancho de banda para una entrada senoidal como:

**Definición: “Ancho de banda es la frecuencia  $f_b$  en la cual el módulo (amplitud de salida/amplitud de entrada) es  $\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$  veces el módulo a bajas frecuencias cuando se aplica a la entrada una señal senoidal de igual amplitud para todas las frecuencias”**

Un ancho de banda mayor implica una mayor velocidad de respuesta del sistema ya que es mayor el número de componentes de Fourier de alta frecuencia que aparecen a la salida.

Un sencillo ejemplo servirá para sacar conclusiones. Sea el sistema mostrado en la siguiente figura



Cuando la entrada tiene frecuencia muy baja, en particular 0,

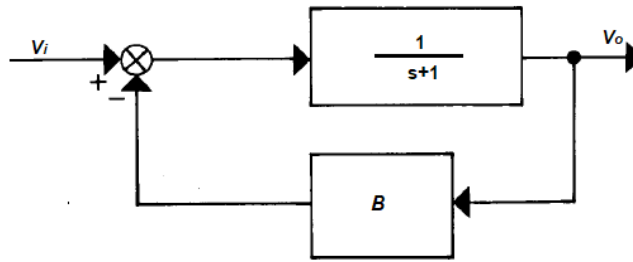
$$\left| \frac{V_0}{V_i} \right| = \frac{1}{|j0 + 1|} = 1$$

Cuando la entrada tiene igual amplitud que antes pero una frecuencia de valor 1 rad/seg

$$\left| \frac{V_0}{V_i} \right| = \frac{1}{|j1 + 1|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cong 0.707$$

Es decir cuando  $\omega = 1$  rad/seg el valor de la salida  $V_0$  es 0.707 veces el valor de la salida cuando la frecuencia es 0 y según la definición anterior, el ancho de banda (AB) es 1 rad/seg.

Si ahora se efectúa una realimentación según indica la figura siguiente



La función de transferencia de lazo cerrado es  $M(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{s+1+B}$ . En este caso a frecuencia  $\omega=0$ ,  $|M(j0)| = \frac{1}{1+B}$  y para  $\omega=(1+B)$  el módulo vale

$$|M(j(1+B))| = \frac{1}{|j(1+B) + 1+B|} = \frac{1}{(1+B) \cdot \sqrt{2}} = \frac{|M(j0)|}{\sqrt{2}}$$

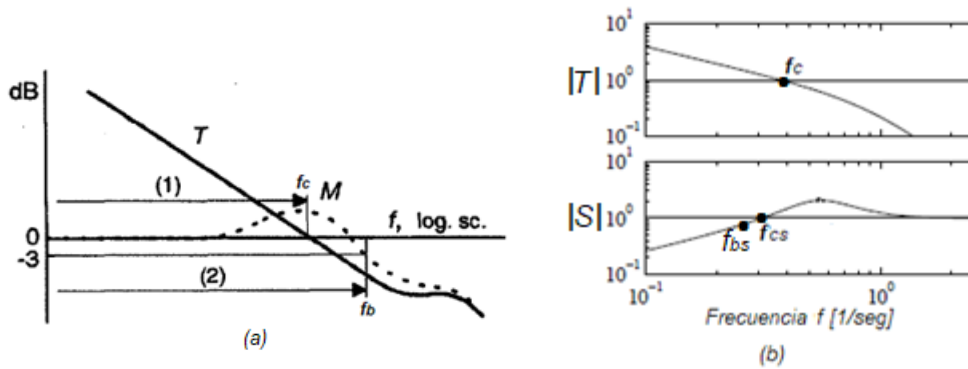
El ancho de banda ahora es  $(1+B)$  rad/seg. y se concluye que **“la realimentación negativa incrementa el ancho de banda”**.

El aumento del ancho de banda también tiene un costo y es que la ganancia en continua se redujo en  $(1+B)$  ya que sin realimentación la ganancia era 1 y con realimentación la ganancia es  $\frac{1}{1+B}$ ; esto se soluciona pre-multiplicando el sistema realimentado con un bloque de ganancia  $1+B$ .

**Nota:** en el estudio de los sistemas realimentados se suele hablar del **“Ancho de banda de realimentación”** y dentro de esta definición se suele incluir, además del ancho de banda de lazo cerrado ya definido ( $f_b$ ), a la frecuencia de corte de la función de transferencia del lazo  $f_c$  (frecuencia en la cual  $T=1$  ó 0dB) y a la frecuencia de corte de la función sensibilidad  $f_{cs}$  (frecuencia donde el módulo de la función sensibilidad  $|S(j\omega)|=1$ ) (algunos autores definen en lugar de  $f_{cs}$  una frecuencia  $f_{bs}$  aquella donde el módulo de la sensibilidad es 0.707 del valor de alta frecuencia).

Todos los valores en definitiva aportan información similar, por ello en los textos sobre sistemas realimentados, cuando se trata la velocidad, se suele usar indistintamente cualquiera de ellos para cuantificar la velocidad de respuesta del sistema.

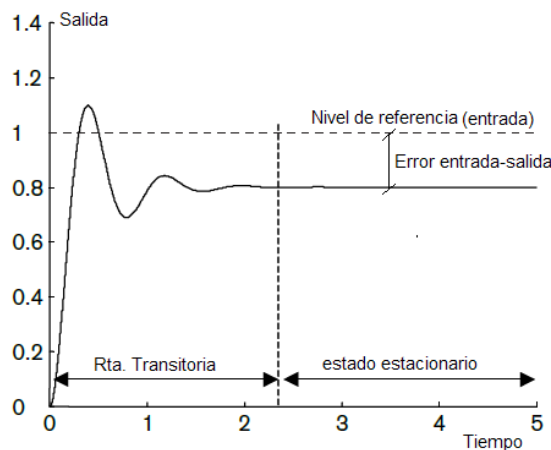
En la gráfica siguiente, en (a) se ilustra simultáneamente la frecuencia de corte de  $T$  ( $f_c$ ) (1) junto al ancho de banda tal como fue definido ( $f_b$ ) (2); es interesante destacar que típicamente  **$f_b$  tiene un valor entre  $1.3 f_c$  a  $1.7 f_c$** . En la figura (b) se presenta simultáneamente la frecuencia de corte ( $f_c$ ), la frecuencia de corte de sensibilidad ( $f_{cs}$ ) y la frecuencia de módulo de sensibilidad = 0.707 ( $f_{bs}$ )



Comparando las 2 graficas se puede ver que generalmente la relación entre las frecuencias es  $f_{bs} < f_{cs} < f_c < f_b$ .

### **Efecto sobre la respuesta en el tiempo: velocidad y exactitud**

Dado un sistema físico al cual se le aplica a la entrada una señal comúnmente un escalón, la salida, pasado el acomodamiento inicial conocido como “**respuesta transitoria**” de la respuesta en el tiempo, si el sistema es estable se alcanza un equilibrio llamado “**estado estacionario**”. Estos 2 momentos o estados de la respuesta en el tiempo se muestran en la siguiente figura



La respuesta transitoria la constituye la variación temporal que presenta la salida hasta que el sistema alcanza un nuevo estado estacionario, por lo tanto en esta situación de la respuesta se puede visualizar y medir “**la velocidad de respuesta**” sistema; esta característica es cuantificada evaluando determinados tiempos definidos en esta parte de la respuesta en el tiempo.

Por otro lado en el estado estacionario se puede ver y estudiar otra característica de desempeño importante del sistema: “**la exactitud**”; esta

es cuantificada evaluando el error o diferencia entre la entrada (valor deseado) y la salida (valor real obtenido).

Tanto la respuesta transitoria de un sistema como el estado estacionario de la respuesta en el tiempo dependen de la ubicación en el plano  $s$  de polos y ceros. Como se vio, la realimentación permite “**movilizar**” los polos del sistema y por lo tanto queda evidente que modificará tanto la respuesta transitoria como la estacionaria y por ende la velocidad y la exactitud del sistema.

### **a) Efecto sobre la respuesta transitoria: velocidad**

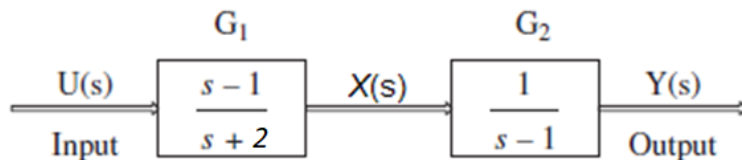
La velocidad de respuesta es una de las características de comportamiento muy importante a estudiar en un sistema. En el dominio tiempo esta es especificada mediante parámetros de la respuesta transitoria cuando se aplica a la entrada una señal escalón (tiempo de subida, tiempo de retardo, tiempo de establecimiento, etc.), mientras que en el dominio frecuencia se especifica principalmente mediante el ancho de banda.

En un sistema lineal tanto la respuesta transitoria como la respuesta en frecuencia están íntimamente ligadas a la posición de los polos en el plano  $s$  de la función de transferencia entrada-salida del sistema y como la realimentación permite reubicar los polos de lazo abierto en una nueva posición a lazo cerrado, ambas respuestas en tiempo y frecuencia se verán modificadas.

Dada una planta  $G_p(s)$  que no presenta una respuesta transitoria adecuada se podría pensar en multiplicarla por otra  $G_d(s)$  que tenga los polos adecuados para la respuesta deseada y simultáneamente dividir el resultado por la planta no deseada, es decir, dada la planta original  $G_p(s)$  hacer

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_d(s)}{G_p(s)} \cdot G_p(s) = G_d(s).$$

Este procedimiento tiene algunos problemas; el primero es que sencillamente no se puede cancelar **toda** la dinámica de la planta; las únicas dinámicas que se pueden cancelar son aquellas que precisamente producen un buen comportamiento; **las dinámicas que generan un comportamiento no adecuado no se pueden cancelar** ya que esta acción puede llevar a comportamientos no adecuados del sistema (concretamente, problemas de inestabilidad). Para justificar la afirmación se presenta el esquema de la siguiente figura con dos bloques  $G_1$  y  $G_2$  en cascada

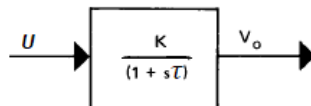


$G_2$  presenta un polo inestable en  $s=1$  y si se supone que agregar  $G_1$  con un cero en  $s=1$  lo eliminará y con ello su efecto en el comportamiento, se está en un grave error ya que si bien  $Y(s)/U(s)$  solo presentará el polo en  $s=-2$ , cualquier señal parásita que ingrese por  $X(s)$  generará a la salida una salida creciente y por lo tanto un comportamiento global inestable; se dice que **“el sistema será internamente inestable”**.

Un segundo motivo es operativo pensando en que los beneficios que se pueden obtener si se decide realimentar aquí no serán posibles conseguirlos ya que para algún par entrada–salida el sistema será inestable.

Como se vio al comienzo, al configurar un lazo realimentado la función de transferencia desde la nueva entrada hasta la salida,  $M(s)$ , presenta polos cuya ubicación en el plano  $s$  dependen de la realimentación. Por lo tanto mediante una realimentación adecuada es posible conseguir una respuesta transitoria satisfactoria.

Un simple ejemplo servirá para corroborar lo dicho. Sea la planta dada en la figura siguiente:

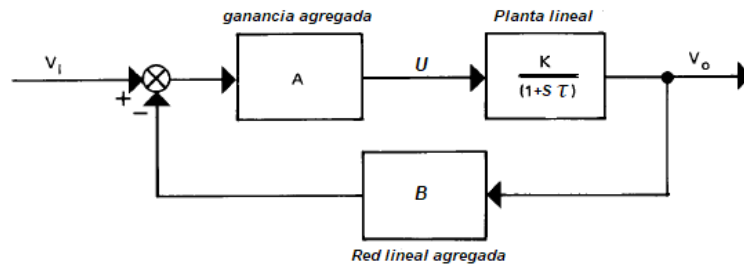


En ella,  $K$  es una ganancia de continua y  $\tau$  es una constante de tiempo en segundos. Al aplicar un escalón unitario a la entrada,  $U(t)$ , lo que se obtiene a la salida es

$$V_0(t) = K(1 - e^{-t/\tau})$$

La ganancia en continua es  $K$ , mientras que la velocidad de respuesta puede ser tomada como el valor de la constante de tiempo  $\tau$ .

Si ahora se le efectúa a la planta la realimentación indicada en la figura siguiente



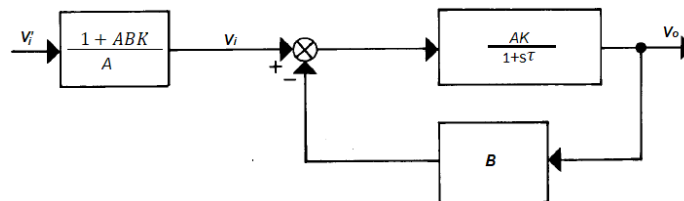
Para la misma señal de entrada pero ahora aplicada a la nueva entrada  $V_i(t)$ , se obtiene a la salida

$$V_0(t) = \frac{KA}{(1 + ABK)} \left( 1 - e^{-\frac{t \cdot (1+ABK)}{\tau}} \right)$$

Se ve que tanto la ganancia en continua como la constante de tiempo se modificaron y ambas se redujeron por el valor de la realimentación  $F=1+ABK$ , es decir los nuevos valores son:

$$K' = \frac{KA}{1+ABK} \quad \gamma \quad \tau' = \frac{\tau}{1+ABK}$$

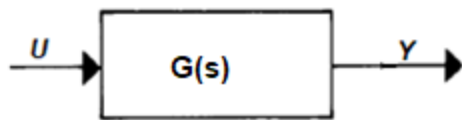
De este modo si  $ABK \gg 1$  lo que implica que  $F \gg 1$  se produce una considerable reducción en la constante de tiempo y por lo tanto un aumento de la velocidad. El precio a pagar por esta mejora en velocidad es que también se redujo el nivel de continua a la salida, pero si la reducción en el nivel de continua no es aceptable, este puede ser restablecido al valor que tenía antes de realimentar agregando afuera del lazo una ganancia adicional de valor  $\frac{1+ABK}{A}$  como se muestra en la figura siguiente



Queda así comprobado que mediante “**realimentación negativa se puede aumentar la velocidad del sistema**”.

**b) Efecto sobre el estado estacionario: exactitud y error.**

Primero es necesario interpretar que significa el error entrada-salida y para ello se analiza primero a lazo abierto como evaluar dicho error y qué condiciones se deben cumplir para tener error nulo. Sea el sistema dado por la figura siguiente



donde  $G(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ms^m}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n}$

El error entrada-salida es  $E=U-Y=U-UG(s)=U[1-G(s)]$  que desarrollado resulta

$$E(s) = U \cdot \left(1 - \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ms^m}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n}\right) = U \cdot \left[\frac{(b_0 - a_0) + (b_1 - a_1)s + (b_2 - a_2)s^2 + \dots + (b_m - a_m)s^m + \dots + b_ns^n}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n}\right]$$

Suponiendo que  $G(s)$  es estable, se puede aplicar a  $E(s)$  el teorema del valor final y así conocer el error para  $t$  tendiendo a infinito o sea estado estacionario:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot U(s) \cdot \left(1 - \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ms^m}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n}\right)$$

cuando  $u(t)$  es un escalón unitario ( $U(s)=1/s$ ) se obtiene:

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \left(1 - \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ms^m}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n}\right) = \frac{b_0 - a_0}{b_0} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = e_{esc}(\infty)$$

$$e_{esc}(\infty) = \frac{b_0 - a_0}{b_0}$$

Es decir los coeficientes independientes definen el error al escalón en estado estacionario. En particular si estos coeficientes son iguales el error al escalón es nulo.

**Nota importante:** prestar atención que se consideró una señal de entrada de amplitud 1. Si el escalón hubiera tenido una amplitud  $Q$  ( $U(s)=Q/s$ ) el valor del error calculado con la formula obtenida es el llamado "**error relativo**"; es decir se tiene

$$\frac{e_{esc}(\infty)}{Q} = \frac{b_0 - a_0}{b_0}$$

Por ejemplo si  $\frac{b_0 - a_0}{b_0} = 0.1$  y el escalón aplicado es  $U(s)=4/s$  (amplitud 4) el error relativo a la entrada vale 0.1 o sea el error tendrá un valor igual al 10% de la entrada. Esto implica que para  $t \rightarrow \infty$  entre la salida y la entrada existirá una diferencia o error real de  $4 \times 0.1 = 0.4$ , es decir como  $E = U - Y$ , la salida  $Y = U - E$ ; para el ejemplo  $Y = 4 - 0.4 = 3.6$ .

En forma análoga se procede para una entrada tipo rampa  $U(s)=1/s^2$ . En este caso para conseguir un error a la rampa finito o nulo debe ser nulo el

error al escalón es decir  $b_0=a_0$ . Con esto presente se puede evaluar el error a la rampa resultando

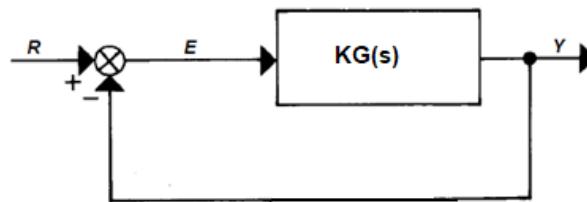
$$e_{rampa}(\infty) = \frac{b_1-a_1}{b_0}, \text{ siempre que se tenga } b_0 = a_0$$

De modo que si  $b_0 = a_0$  y además  $b_1 = a_1$  el error a la rampa también es nulo.

Razonando en forma análoga se puede calcular el error para una entrada tipo parábola ( $u(t)=t^2/2$ ) cuya transformada de Laplace es  $U(s)=1/s^3$

Resulta  $e_{parab.}(\infty) = \frac{b_2-a_2}{b_0}$ , siempre que se tenga  $b_0 = a_0$  y  $b_1 = a_1$ .

Si ahora se efectúa una realimentación unitaria alrededor de  $G(s)$  como se presenta en la figura siguiente



Considerando que  $\frac{Y(s)}{R(s)} = M(s) = \frac{K \cdot G(s)}{1 + K \cdot G(s)}$ , y la ganancia del lazo  $KG(s)$ , el error  $E(s)$  será:

$$E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) - R(s) \cdot M(s) = R(s) \cdot \left[ 1 - \frac{k \cdot G(s)}{1 + K \cdot G(s)} \right] = R(s) \cdot \frac{1}{1 + KG(s)} = R(s) \cdot \frac{1}{F}$$

Es decir: **“cuanto más fuerte es la realimentación más chico es el error”** o bien **“cuanto más grande es la ganancia del lazo más chico es el error”**

Ahora bien, si se desea cuantificar el error para distintas señales de entrada, en el caso de un escalón se tiene lo siguiente:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + KG(s)} = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} KG(s)} = \frac{1}{1 + k_p} = e_{esc}(\infty)$$

donde se define  $k_p = \lim_{s \rightarrow 0} KG(s)$



La constante  $k_p$  tiene un nombre propio y es el de “**constante de error de posición**”. Para error al escalón nulo  $k_p \rightarrow \infty$  y esto se consigue si  $G(s)$  es tipo 1 es decir tiene un polo en el origen (un integrador).

En forma análoga se puede calcular el error para una entrada rampa resultando

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1 + KG(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot KG(s)} = \frac{1}{k_v} = e_{rampa}(\infty)$$

$$\text{donde } k_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot KG(s)$$

en este caso la constante  $k_v$  tiene el nombre propio de “**constante de error de velocidad**”. Para error a la rampa nulo  $k_v \rightarrow \infty$  y esto se consigue si  $G(s)$  es tipo 2 es decir tiene dos polos en el origen (dos integradores).

Para el caso de una entrada tipo parábola se tiene:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{1 + KG(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 \cdot KG(s)} = \frac{1}{k_a} = e_{parabola}(\infty)$$

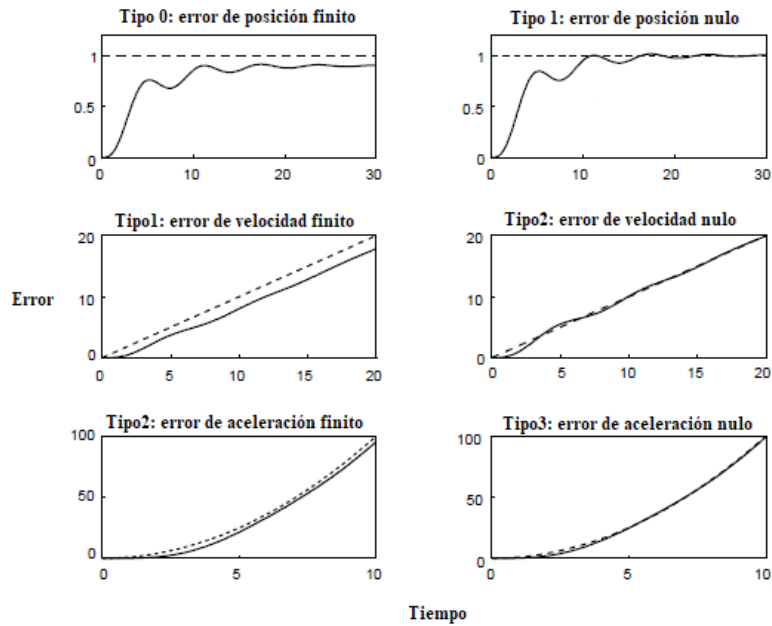
$$\text{donde } k_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 \cdot KG(s)$$

Ahora la constante de error  $k_a$  tiene el nombre propio de “**constante de error de aceleración**”. Para error a la parábola nulo  $k_a \rightarrow \infty$  y esto se consigue si  $G(s)$  es tipo 3 es decir tiene tres polos en el origen (tres integradores).

La tabla siguiente resume lo obtenido hasta aquí

Sistema	Entrada		
	Escalón	Rampa	Parábola
Tipo 0	$\frac{1}{1 + K_p}$	$\infty$	$\infty$
Tipo 1	0	$\frac{1}{K_v}$	$\infty$
Tipo 2	0	0	$\frac{1}{K_a}$

Mientras que la figura siguiente muestra los típicos errores para las 3 señales de prueba y tipos de plantas



**Nota importante:** antes de evaluar el error mediante las constantes de error, se debe constatar la estabilidad del sistema a lazo cerrado ya que si el sistema a lazo cerrado no es estable no tienen sentido las constantes. Por supuesto que también en el caso realimentado se podría haber utilizado el mismo método que al comienzo cuando se trató el sistema sin realimentación. En este caso en vez de  $G(s)$  se toma  $Y(s)/R(s)=M(s)$  que se escribe como

$$M(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ms^m}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n}$$

y como

$$E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) - R(s) \cdot M(s) = R(s) \cdot [1 - M(s)]$$

Estamos en una situación similar y por lo tanto valen los resultados allí obtenidos y repetidos aquí:

$$e_{escalon}(\infty) = \frac{b_0 - a_0}{b_0} \text{ y si } b_0 = a_0 \text{ entonces } e_{escalon}(\infty) = 0$$

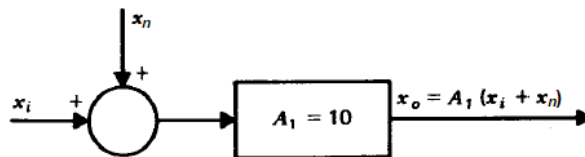
$$e_{rampa}(\infty) = \frac{b_1 - a_1}{b_0} \text{ con } b_0 = a_0; \text{ si } b_1 = a_1 \text{ entonces } e_{rampa}(\infty) = 0$$

$$e_{parab.}(\infty) = \frac{b_2 - a_2}{b_0} \text{ con } b_0 = a_0 \text{ y } b_1 = a_1; \text{ si } b_2 = a_2 \text{ entonces } e_{parab.}(\infty) = 0$$

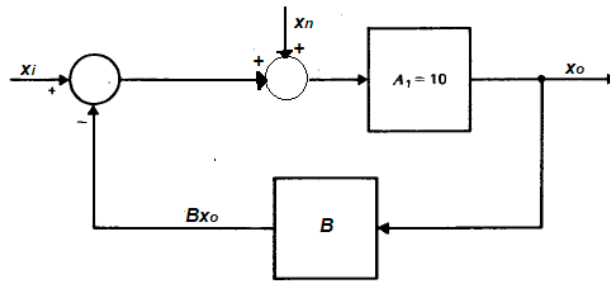
## Efecto sobre el ruido en el lazo. La relación señal/ruido

Cuando algún ruido parásito aparece en un sistema se debe buscar la manera que la señal deseada a la salida según la señal que se haya aplicado a la entrada sea la esperada. Se define como una medida de la influencia del ruido en la señal a la llamada “**razón señal-ruido S/R**”. Se debe conseguir que esta razón sea máxima de forma que la salida esté predominantemente constituida por la señal deseada. En un diseño a lazo abierto conseguir este objetivo es imposible, mientras que con una realimentación negativa se consigue mejorar esta razón fácilmente cuando el ruido ingresa en el camino directo. Sin embargo cuando el ruido ingresa en el camino de realimentación la situación es más compleja y se debe recurrir a diseños apropiados de la ganancia de lazo para conseguir que el ruido tenga poca influencia en la salida.

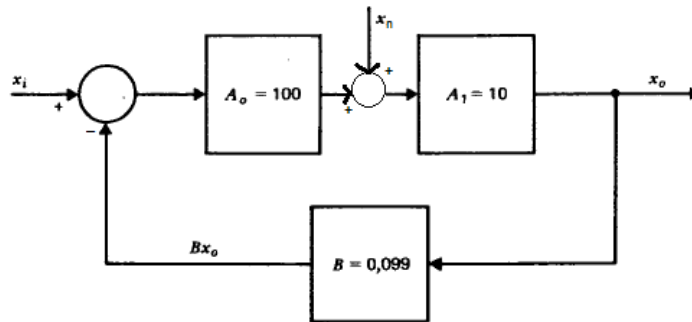
Un sencillo ejemplo ilustra la imposibilidad de corregir la razón S/R en un sistema a lazo abierto y como se resuelve el problema en el caso de ruido que ingresa en el camino directo. Sea el sistema dado en la figura siguiente



La señal de entrada es  $x_i$  y el ruido es  $x_n$ ; la salida es  $x_o = 10x_i + 10x_n$ ; el primer sumando es el aporte a la salida de la señal de entrada mientras que el segundo es el aporte del ruido. La razón señal-ruido a la entrada vale  $S/R = x_i/x_n$  y a la salida tiene exactamente el mismo valor  $S/R = 10x_i/10x_n = x_i/x_n$ . Si el ruido es exógeno (proviene de afuera del sistema) el problema se soluciona colocando un filtro en el punto de ingreso del ruido al sistema; si por el contrario el ruido es intrínseco del sistema no existe una solución posible a excepción de la situación en que el contenido armónico de  $x_i$  y  $x_n$  sean completamente diferentes en cuyo caso se puede agregar un filtro para el ruido. Como se dijo, una realimentación puede solucionar el problema. Suponiendo primero que se realimenta tal como se indica en la figura siguiente



La sorpresa (que no debe ser tal) es que la relación S/R sigue siendo la misma ya que la señal  $x_i$  y el ruido  $x_n$  se reducen en la misma proporción  $(1+A_1B)$ . Para conseguir que la realimentación reduzca la relación S/R se debe construir un sistema realimentado pero con el agregado de un bloque de ganancia  $A_0$  en cascada con el elemento en el que aparece el ruido como el que se muestra en la figura siguiente



Ahora la salida es  $x_o = A_1[x_n + A_0(x_i - Bx_o)]$ . Despejando de ella  $x_o$  se obtiene

$$x_o = \left( \frac{A_0 \cdot A_1}{1 + A_0 \cdot A_1 \cdot B} \right) \cdot x_i + \left( \frac{A_1}{1 + A_0 \cdot A_1 \cdot B} \right) \cdot x_n$$

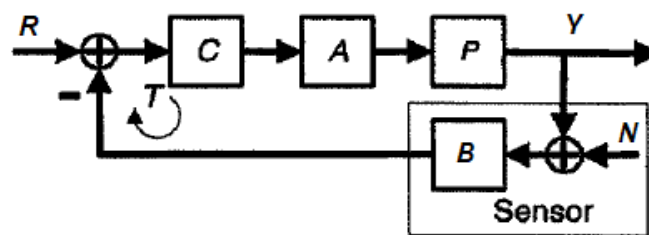
De modo que para los valores indicados en la figura:  $A_0=100$ ,  $A_1=10$  y  $B=0.099$  se tiene que  $x_o = 10x_i + 0,1x_n$  y con estos valores la razón señal-ruido queda  $S/R = 100(x_i/x_n)$ . Es decir, ahora la señal es 100 veces mayor que el ruido que era el objetivo deseado.

El ejemplo justifica lo que se puntualizó en relación al efecto de la realimentación sobre las perturbaciones en el camino directo y en particular para el ruido que es un tipo de perturbación. Tal como fue demostrado el ruido se verá reducido en un valor dado por la realimentación  $F$  y que en el ejemplo es  $F=1+A_0A_1B$ . quede en claro que *en el caso de ruido que ingresa al sistema en el camino directo lo que interesa es reducir la relación S/R*. Tener presente que sea realimentación positiva o negativa, afectará en todo el rango de frecuencias por igual tanto al ruido como a la señal deseada de modo que la ganancia que se agregue en

el camino directo, previo al punto de ingreso del ruido, determinara la mejora de la relación S/R. Además como siempre, en el diseño se debe buscar una  $T$  que presente una gran ganancia en bajas frecuencias. Sin embargo, la ganancia de  $T$  en altas frecuencias deberá ser pobre para controlar el ruido en el camino de retorno tal como se verá a continuación.

### Ruido en el camino de retorno

Cuando el ruido ingresa en el camino de retorno tal como es el caso del llamado "**ruido de medición**" y que se representa en la figura siguiente, el tratamiento es diferente.



Ahora la cuestión no es tan sencilla de solucionar. En efecto tanto el ruido como la señal se ven amplificadas por el mismo elemento ( $C$ ) por lo que reducir la relación S/R ya no resulta sencillo; la más elemental de las soluciones en este caso es agregar un bloque de ganancia que amplifique la señal  $R$  antes de ingresar al sistema.

Si se calcula la función de transferencia de la señal de ruido  $N$  (media cuadrática de la amplitud del ruido) desde el punto donde se aplica hasta la salida resulta

$$\frac{Y}{N} = \frac{-BCAP}{1 + BCAP} = \frac{-T}{1 + T}$$

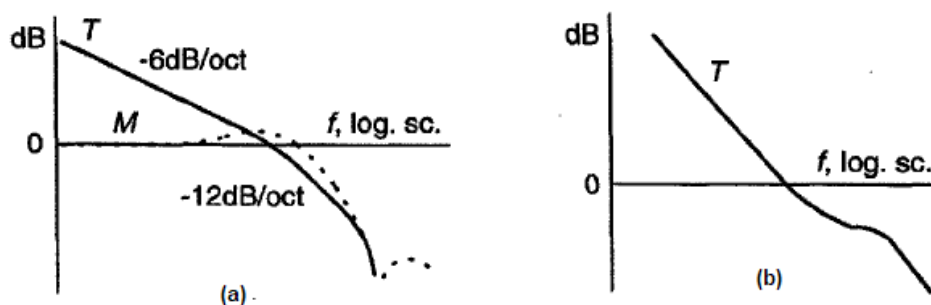
De modo que si la ganancia del lazo  $T=BCAP$  es grande (fuerte realimentación) como era necesaria en todos los casos estudiados, en especial para el ruido y perturbaciones en el camino directo, la función de transferencia  $Y/N = -1$  y esto implica que toda la señal de ruido estará presente en la salida. De este modo, se puede decir que para reducir el ruido a la salida ahora la transmitancia  $T$  debe ser pequeña pero esto llevará a un inadecuado funcionamiento del lazo de realimentación ya que se perderán todos los beneficiosos efectos que aporta la realimentación al sistema.

En principio se genera una situación de compromiso que deberá resolver el ingeniero de control en función del sistema que esté tratando.

Para indicar el camino a seguir, la clave para la solución es tener presente por un lado que todos los elementos que forman el lazo ( $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $P$ ) son dependientes de la frecuencia y por otro que el contenido armónico de los ruidos de medición comúnmente presentes se encuentran en un rango de frecuencias diferente del rango de frecuencias de operación del sistema: mientras que *el rango de operación del sistema es en bajas frecuencias, el rango de los ruidos es en alta frecuencia*. Con esta premisa se concluye que la clave de un buen diseño es conseguir mediante el agregado de una  $C$  adecuada un “*dibujo*” de la ganancia de lazo  $T$  con valores elevados del módulo en baja frecuencia (zona de operación) y muy pequeños en la banda de ruido que ingresa en el camino de realimentación. Esto permitirá por un lado una fuerte realimentación en baja frecuencia donde se encuentran las componentes operativas del sistema con las consiguientes mejoras en el comportamiento y por otro una ganancia de ruido pequeña en alta frecuencia al ser  $T$  pequeña en esa banda de frecuencias.

El mejor dominio para analizar el problema del ruido introducido por el sensor es el de las frecuencias mediante un análisis de la respuesta en frecuencia del módulo de la ganancia de lazo. Para adquirir un método de trabajo, a continuación es interesante citar algunas cuestiones a tener presente cuando se quiere “*dibujar*” la ganancia de lazo  $T$  para decidir qué tipo de red  $C$  agregar.

Si la planta no es muy conocida o la calidad del modelo no es muy buena (dinámicas de alta frecuencia importantes omitidas) se debe buscar un diseño conservador donde la ganancia de lazo es como la indicada con (a) en la figura siguiente



En la parte (a) de la figura se destaca que  $|T|$  tiene poca ganancia en bajas frecuencias con una pendiente suave en especial en la región de  $f_c$ . Esto proporciona un margen de estabilidad grande y por lo tanto la respuesta de lazo cerrado presenta poco sobrepico ya que el módulo de la sensibilidad superará mínimamente el valor 1 por arriba de  $f_{cs}$ ; en otras

palabras, habrá poca realimentación positiva lo que, como es sabido, aumenta la ganancia en alta frecuencia donde predomina el ruido. De este modo se consigue reducir en todo el espectro de frecuencias el efecto del ruido a la salida pero tiene un costo, el precio a pagar es la consiguiente baja realimentación en bajas frecuencias con sus consecuencias en el diseño. Resumiendo, en este caso *no es aconsejable una fuerte realimentación en bajas frecuencias y se debe buscar una mínima realimentación positiva cerca de  $f_c$* . Cuando esta es la situación, como no se pudo un diseño con fuerte realimentación en baja frecuencia, para mejorar el comportamiento del sistema se suele recurrir al llamado "**prefiltro**", un bloque que se coloca entre la señal de referencia y la entrada al sistema realimentado, para así obtener la respuesta deseada a la salida.

Cuando la planta es bien conocida o se tiene un modelo exacto de la misma, con miras a un buen comportamiento respecto a la señal  $R$ , el diseñador **se puede tentar** con un diseño de la ganancia de lazo más empujada y con gran ganancia en bajas frecuencias como la mostrada en la parte (b) de la figura. En este caso el ruido a la salida se verá incrementado como consecuencia del aumento global de la ganancia y de que se tendrá mayor cantidad de realimentación positiva desde  $f_c$  hacia frecuencias más altas. Se desprende entonces que se debe ser cauteloso con el diseño de la ganancia de lazo  $T$  y con la ayuda de  $C$  deberá dibujarse acorde al sistema que se tenga que diseñar.