

SISTEMAS DE CONTROL 1

Ejercicios Propuestos N° 2

(2022)

REPRESENTACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES, FUNCIONES DE TRANSFERENCIA Y DIAGRAMAS DE BLOQUES

OBJETIVO GENERAL: Ganar destreza en el uso y conversión de los distintos métodos de representación de sistemas dinámicos.

1. RESPUESTA EN EL TIEMPO Y EN LA FRECUENCIA

OBJETIVOS: practicar con las técnicas de caracterización de sistemas dinámicos en los dominios del tiempo y la frecuencia, e introducirse en la **identificación** de aquellos mediante ensayos entrada-salida.

1.a) Suponiendo condiciones iniciales nulas, y la función de transferencia:

$$F(s) = \frac{s}{(s+3) \times (s-2)}$$

Si se desea inferir algo acerca de $f(t)$... ¿Para qué servirían los siguientes límites?

- i). $\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) = 0$
- ii). $\lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot F(s) = 1$

1.b) Un sistema con función de transferencia $H(s)=Y(s)/U(s)$, tiene como respuesta al **escalón** la siguiente señal:

$$y(t) = 6,154 \cdot e^{-8t} + 9,226 \cdot e^{-2t} \cdot \text{sen}(4t - 0,588 \text{rad}); \quad (t \geq 0)$$

- i. Identifique el sistema en cuestión. (Hallar $H(s)$).
- ii. Dibuje en el plano S la función de transferencia $H(s)$.
- iii. Dibujar módulo y fase (asintóticos y aproximado) de la respuesta en frecuencia para $H(s)$.

1.c) A la hora de graficar una "respuesta en frecuencia"... indique:

- i. Dos ventajas de usar escalas logarítmicas y semi-logarítmicas, frente a las escalas puramente lineales.
- ii. Alguna desventaja de las mismas.
- iii. ¿Qué ventaja ofrece usar una gráfica polar?

1.d) Como entrada a una máquina que funciona como integrador se introdujo la señal:

$$x(t) = \text{sen}(7t + 0,40 \text{rad}) + \text{cos}(4t - 0,75 \text{rad})$$

A la salida se obtuvo: $y(t) = 1/7 \cdot \text{sen}(7t + \alpha) + 1/4 \cdot \text{cos}(4t + \beta)$

Diga cuál es el valor de los ángulos α y β .

1.e) Efecto genérico del agregado de un polo a una función de transferencia sobre su respuesta en el tiempo

Experimente con las respuestas al escalón en los siguientes casos:

(Se tiene un polo doble en $s=-2$, y se agrega un polo según se indique).

- i.** Sólo el polo doble.
- ii.** Polo en -9 .
- iii.** Polo en -4 .
- iii.** Polo en -2 .
- iv.** Polo en -1 .

1.f) Efecto genérico sobre la respuesta en el tiempo, del agregado de un cero a una función de transferencia.

Experimente con las respuestas al escalón en los siguientes casos:

(Se tiene un polo doble en $s=-2$, y se agrega un cero según se indique).

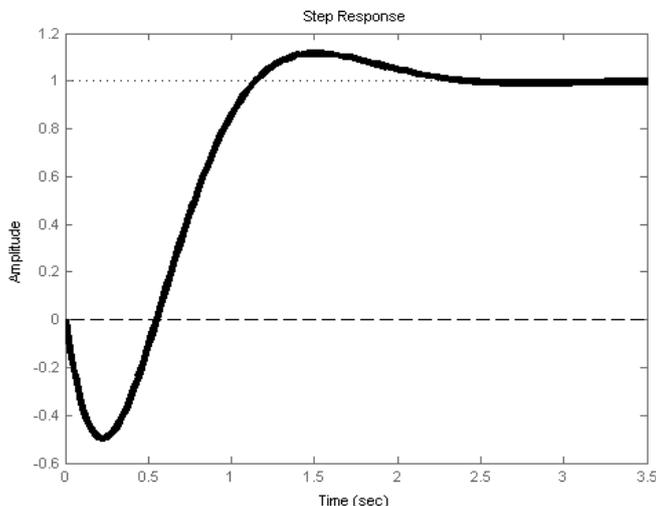
- i.** Sólo el polo doble.
- ii.** Cero en -8 .
- iii.** Cero en -4 .
- iii.** Cero en -2 . (Respuesta idéntica a la del sistema con sólo un polo en -1)
- iv.** Cero en -1 .
- v.** Cero en $+1$.
- vi.** Cero en $+2$.
- vii.** Cero en $+4$.

1.g.i) A partir de estos experimentos numéricos (1.e y 1.f), concluya sobre el efecto de los polos y los ceros sobre la velocidad de respuesta del sistema. (Considere el tiempo de subida de 0 a 90% como criterio para definir la velocidad de respuesta).

ii) Se dice que los polos dominantes son los que están más cercanos al eje $j\omega$. ¿Piensa Ud. que sería razonable decir lo mismo para el caso de los ceros de una función de transferencia?

1.h) La figura de abajo corresponde a la respuesta temporal de un sistema a una señal escalón unitario. Explique:

- i.** ¿A qué se debe el sobre-pico negativo de la respuesta?
- ii.** ¿Qué otras cosas puede inferir del sistema (o su función de transferencia)?



2. MODELOS DE SISTEMAS HABITUALES

OBJETIVO: recordar las leyes físicas que gobiernan el funcionamiento de algunos sistemas simples, las ecuaciones diferenciales implicadas y las funciones de transferencia resultantes

2.a) Para un sistema que contiene energía almacenada se han escrito las ecuaciones integro-diferenciales correspondientes.

- i. ¿Para qué serviría ignorar las condiciones iniciales?
- ii. ¿Para qué serviría tenerlas en cuenta?

2.b) A partir de las ecuaciones diferenciales apropiadas, obtenga las funciones de transferencia de:

- i. Una masa móvil sobre un plano con rozamiento dinámico. (Desplazamiento vs fuerza). Ref. Ogata cap. 3.6.
- ii. Un sistema masa resorte con rozamiento. (Desplazamiento vs. fuerza)
- iii. Una cacerola conteniendo agua, sobre una hornalla. (Temperatura. vs. potencia). Ref. Ogata cap. 3.9.
- iv. Un tanque de agua descargándose por un orificio en su fondo. (Nivel vs caudal) Ref. Ogata cap. 3.8.

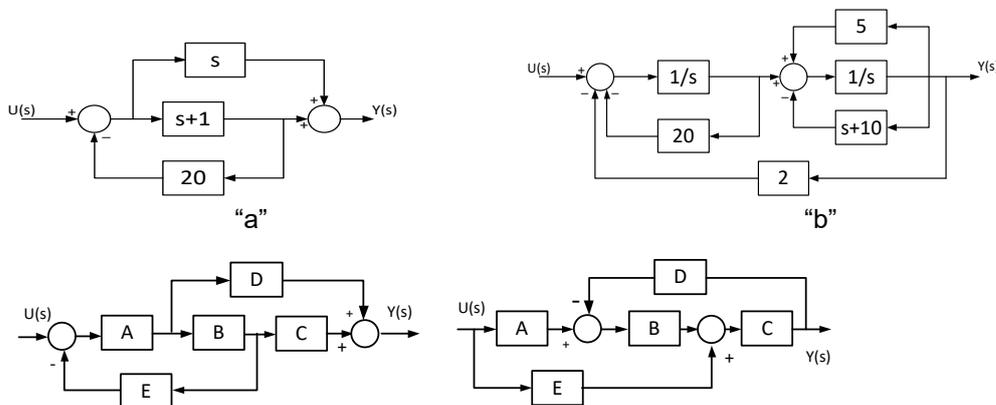
2.c) Para el motor de CD de imán permanente, encontrar:

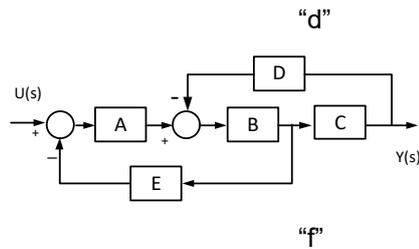
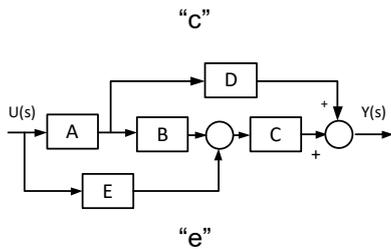
- i) las ecuaciones diferenciales propias del sistema; la representación en diagramas de bloques.
- ii) las funciones de transferencia de mayor interés (considerar corriente, torque, velocidad y desplazamiento vs. tensión de entrada). Referencia: Cap. 4.6 de Sist. Control Automático, B. Kuo.

3. DIAGRAMAS BLOQUES

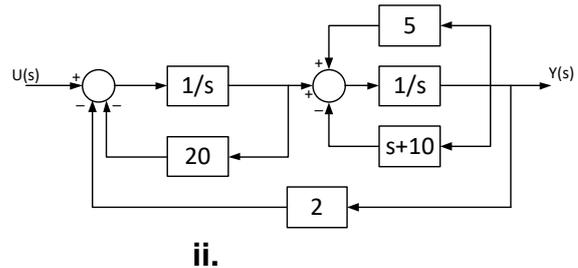
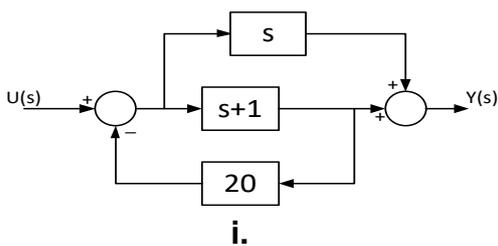
OBJETIVOS: identificar las situaciones con dificultad en la reducción de diagramas de bloques. Conocer las estructuras más útiles en sistemas de control SISO.

- 3.c) i.** Utilizando álgebra de bloques obtenga la función de transferencia de entrada-salida.
- ii. Dibuje los diagramas de flujo de señal correspondientes para los diagramas c, d, e y f. Ref. Kuo 3.4 y 3.5.





3.b) Dibuje el esquema de variables de fase para los diagramas de bloques y las funciones de transferencia que siguen:

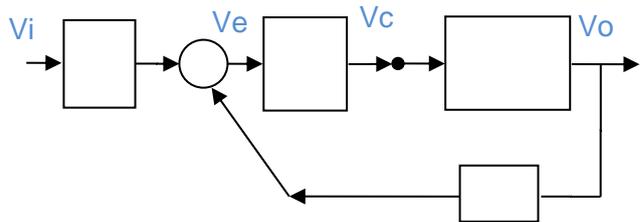
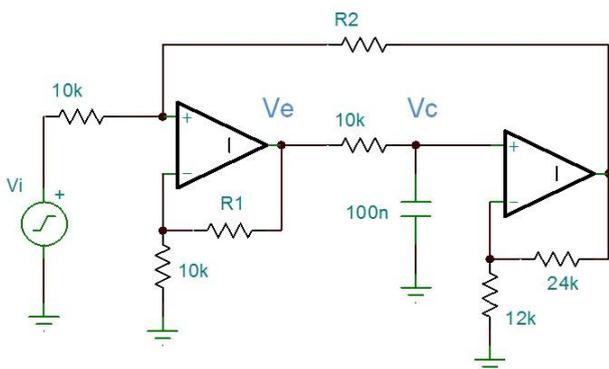


iii. $G(s) = \frac{s+1}{0.1s+1}$

iv. $G(s) = \frac{(s+2)^2}{s(0.1s+1)^2(0.01s+1)}$

3.c) Considerando el circuito mostrado...

i. Rellene el diagrama de bloques con los valores correspondientes al circuito. No olvide tener en cuenta todos los signos involucrados.



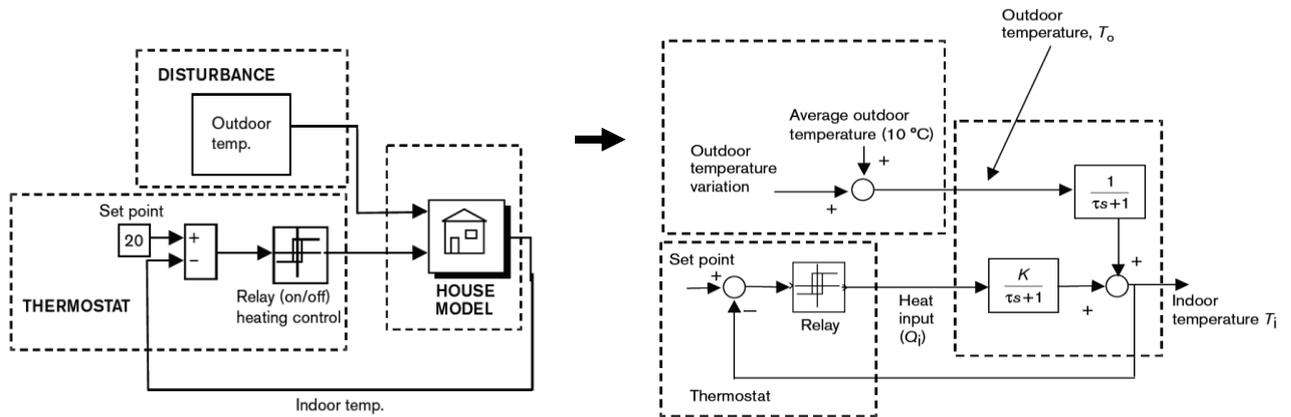
Encuentre las funciones de transferencia y bosqueje las respuestas al escalón para los siguientes valores de componentes.

ii. $R1=2k$ $R2=33k$

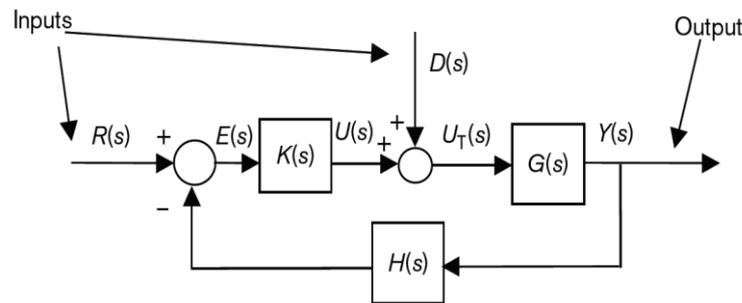
iii. $R1= 3k9$ $R2=22k$

(Los operacionales se alimentan con $V_{cc}=\pm 12v$ en ambos casos)

3.d) Los siguientes gráficos representan el sistema de calefacción de una vivienda, incluyendo la influencia de la temperatura exterior (considerada como una variable perturbadora).



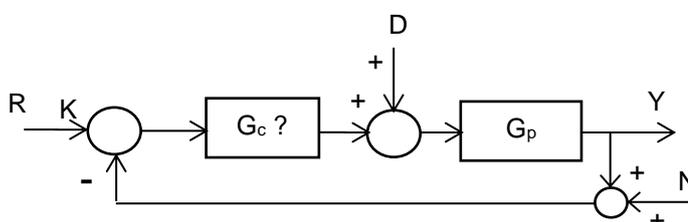
- i. Considere que el (bastante habitual) controlador "on-off" indicado en las figuras anteriores, es reemplazado por un controlador proporcional, y rellene el diagrama de bloques siguiente con las funciones de transferencia correspondientes.
- ii. Indique sobre el diagrama de bloques las dimensiones físicas correspondientes en cada punto del diagrama, ($^{\circ}\text{C}$, W, mV, mA, seg., etc. ...). Indique las unidades que le corresponden a cada función de transferencia, incluida la función "Y/R"



4. RECHAZO A LAS PERTURBACIONES Y SENSIBILIDAD

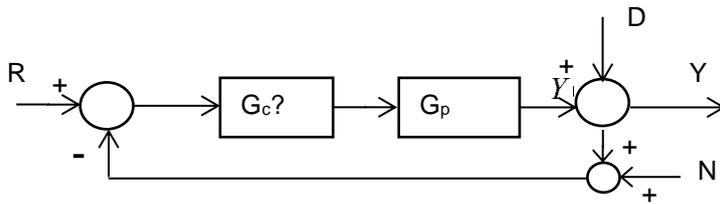
OBJETIVOS: Entender cómo se logra disminuir el efecto de las señales de perturbación sobre el resultado del sistema de control. Entender cómo usar el concepto de sensibilidad y sus reglas de cálculo para estimar las desviaciones de un sistema realimentado con respecto al comportamiento nominal (o al idealizado).

4.a) Considere un sistema con la configuración mostrada en la figura siguiente, donde G_c es la función de transferencia del controlador y G_p corresponde a la planta. Los valores nominales para las mismas son $G_c=5$ y $G_p=7$. Suponga que una perturbación constante D es adicionada a la señal de control "u" antes de que la señal entre a la planta.



- i. Calcule la función de transferencia desde D a Y en términos de G_c y G_p .
- ii. Suponga que el diseñador sabe que un incremento por un factor de 6 en la ganancia de lazo $G_c \cdot G_p$ puede ser tolerado antes de que el sistema salga de especificaciones.
 ¿Dónde debe colocar la ganancia extra si el objetivo es minimizar el error R-Y debido a la perturbación D?
 Por ejemplo: cualquier G_p o G_c puede ser incrementada por un factor de 6, o G_c puede ser doblada y G_p triplicada. ¿Cuál es la mejor opción?

4.b) Responder las siguientes preguntas:



- i. A medida que G_c se hace más grande, ¿El rechazo a la perturbación "D" se vuelve mejor o peor?
- ii. A medida que G_c se hace más grande, ¿La eliminación del ruido en el sensor se vuelve mejor o peor?
- iii. A medida que G_c se hace más grande, ¿La capacidad de $Y(s)$ para seguir $R(s)$ se vuelve mejor o peor?
- iv. ¿A medida que $G_1(s)$ se hace más grande, la sensibilidad de las funciones de transferencia en lazo cerrado para cambios en la planta se vuelve mejor o peor?
- v. Explique brevemente porque la meta de sensibilidad reducida para perturbaciones D a la salida se contraponen con la meta de atenuación del ruido N en el sensor. ¿Cómo se resuelve normalmente el problema?