SISTEMAS DE CONTROL 1
Ejercicios Propuestos n° 3

Octubre de 2021

1. LINEALIZACIÓN

OBJETIVOS: *observar mediante ejemplos concretos el uso y ventajas de la linealización de modelos de sistemas de control.*

1.a) El caudal de agua (u otro líquido) saliendo de un orificio en el fondo de un recipiente cilíndrico resulta proporcional a la altura del líquido en el recipiente, o a su raíz cuadrada, según se tenga un régimen de flujo laminar o turbulento. (Ver apartado 3.8 de Ing. de Control moderna -Ogata-).

i. Escriba la expresión que relaciona las variables nivel de líquido y el caudal de salida para uno y otro caso.

i. Construya sendos diagramas de bloques que pongan en evidencia esas relaciones. (Puede usar bloques multiplicadores, divisores y extractores de raíz cuadrada, además de los sumadores y de convolución)

i. Para el caso de flujo turbulento... defina las variables necesarias para lograr la linealización de la relación nivel-caudal, y dibuje un diagrama de bloques lineales apropiado.

1. b) Se quiere enviar por una cañería agua tibia, a partir de la mezcla agua fría y agua caliente. Suponiéndo que las temperaturas fría y caliente están fijas, y se quiere poder controlar la temperatura y el caudal de agua tibia a partir de los caudales del agua fría y de la caliente...

i. Escriba las expresiones matemáticas que relacionan la temperatura y el caudal de salida, con las temperaturas y caudales de entrada a llave mezcladora.

ii. Dibuje los diagramas de bloques correspondientes.

iii. Defina las variables necesarias para lograr la linealización de las funciones encontradas en el ítem 1, y dibuje los diagramas de bloques lineales apropiados.

1.c) Escriba las ecuaciones diferenciales correspondientes a un un péndulo. Linealice el modelo para la posición de reposo inferior y para la posición superior (péndulo invertido). Dibuje los diagramas de bloques para los tres casos.

2. ERRORES

OBJETIVOS: *practicar con el uso de las constantes de error, su obtención a partir de las funciones de transferencia a lazo abierto y su representación en la frecuencia.*

2.a) Un sistema realimentado de control realiza tracking (con entrada rampa); con un error de velocidad constante.

i. ¿Podría indicar cuánto es el error de posición en estado estacionario?

ii. El incremento de la ganancia (K) en el camino directo... ¿Qué efecto produce sobre el error de tracking; y en el de estado estacionario (con entrada escalón)?

2.b) Un sistema con realimentación unitaria cuya planta se sabe de la forma

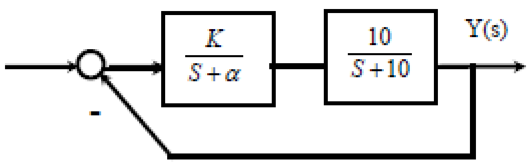
$$G(s) = \frac{K(S^2 + 3S + 30)}{S^n(S+5)}$$

tiene un error entrada-salida de 1/6000 cuando la entrada es una rampa: x(t)=10.t.u(t).

i. Encuentre K y n para cumplir con la especificación de error.

ii. Calcule los valores de Kp, Kv y Ka.

2.c) Para el sistema de la figura siguiente:



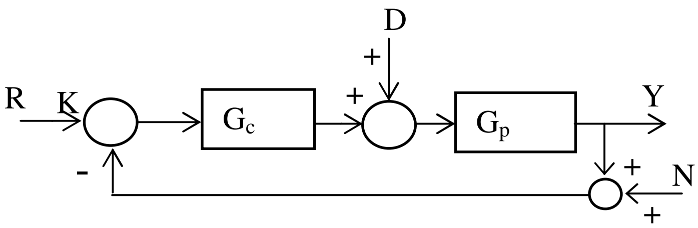
i. Especifique la ganancia (K) y el valor de alfa para que la respuesta a una entrada escalón tenga un sobre-pico inferior al 25% y un tiempo de establecimiento al 2% inferior a 0,1seg.

ii. Determine el valor de régimen estacionario del error entrada-salida para una entrada para una entrada parábolica unitaria.

3. RECHAZO A LAS PERTURBACIONES Y SENSIBILIDAD

OBJETIVOS: *Entender cómo se logra disminuir el efecto de las señales de perturbación sobre el resultado del sistema de control. Entender cómo usar el concepto de sensibilidad y sus reglas de cálculo para estimar las desviaciones de un sistema realimentado con respecto al comportamiento nominal (o al idealizado).*

3.a) Considere un sistema con la configuración mostrada en la figura siguiente, donde Gc es la función de transferencia del controlador y Gp corresponde a la planta. Los valores nominales para las mismas son Gc=5 y Gp=7. Suponga que una perturbación constante D es adicionada a la señal de control "u" antes de que la señal entre a la planta.



i. Calcule la función de transferencia desde D a Y en términos de Gc y Gp.

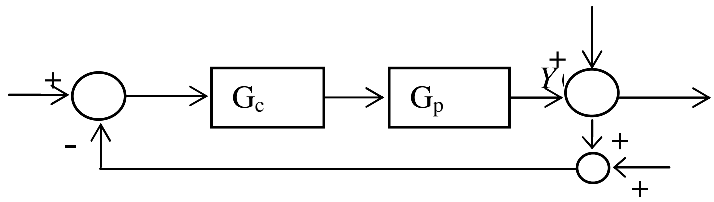
ii. Suponga que el diseñador sabe que un incremento por un factor de 6 en la ganancia de lazo Gc*Gp puede ser tolerado antes de que el sistema salga de especificaciones. ¿Dónde debe colocar la ganancia extra si el objetivo es minimizar el error R-Y debido a la perturbación D?
Por ejemplo: cualquiera Gp o Gc puede ser incrementada por un factor de 6, o Gc puede ser doblada y Gp triplicada. ¿Cuál es la mejor opción?

3.b) Responder las siguientes preguntas:

D

R Y

N

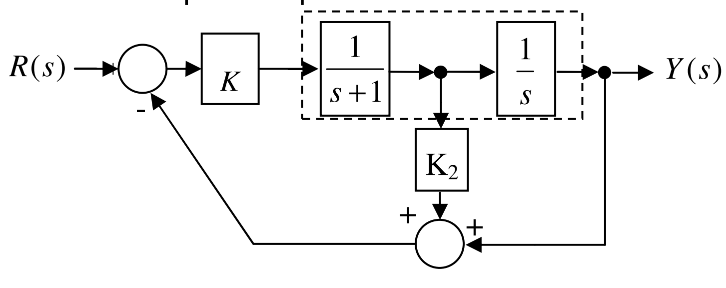


i. A medida que Gc se hace más grande, ¿El rechazo a la perturbación "D" se vuelve mejor o peor?
ii. A medida que Gc se hace más grande, ¿La eliminación del ruido en el sensor se vuelve mejor o peor?
iii. A medida que Gc se hace más grande, ¿La capacidad de Y(s) para seguir R(s) se vuelve mejor o peor?
iv. ¿A medida que $G_1(s)$ se hace más grande, la sensibilidad de las funciones de transferencia en lazo cerrado para cambios en la planta se vuelve mejor o peor?
v. Explique brevemente porque la meta de sensibilidad reducida para perturbaciones D a la salida se contrapone con la meta de atenuación del ruido N en el sensor. ¿Cómo se resuelve normalmente el problema?

3.c) Para la función (s+3)/(s+b)
calcule la sensibilidad de T con respecto a b, para bajas frecuencias, y para w=4. Tenga en cuenta que lo que normalmente interesa es el cambio relativo del <u>módulo</u> de las funciones involucradas.

3.d) Se tiene $G_{(s=0)}$=5+1%/°C. (Estructura k-G-H, con k=1)
Se desea compensar la influencia de la temperatura en la función de transferencia final. Justifique con cuál H opina que se obtendrá un mejor resultado.
i) H=3-0.1%/°C ii) H=3+0.1%/°C iii) H=3-1%/°C iv) H=3+1%/°C
¿Cuál sería la sensibilidad de la función de transferencia con respecto a la temperatura en cada caso (S^g_t)?

3.e) En el siguiente sistema de control de posición, la planta corresponde a un motor de CC controlado por campo.



Para el mismo se optó por emplear un modelo simplificado de segundo orden. Se usa realimentación unitaria de la salida, (que junto con el integrador de la planta provee error nulo al escalón). Para poder modificar otras características de comportamiento se optó por usar también realimentación de velocidad, con amplificación K_2≈2.

i. Si el valor de K≈1 es sensible a la temperatura de trabajo, cambiando un 0,4% por cada grado centígrado... ¿Qué variación porcentual total esperaría para la ganancia (Y/R) en baja frecuencia si el sistema trabaja en un ambiente con temperaturas entre 2° y 55°C?
ii. Si, además de lo dicho en el ítem "i", sucede que K_2 tiene una variación con la temperatura de 0,2%/C°... ¿Cuál será la variación porcentual de Y/R(s) por cada grado centígrado, si la señal R es una senoidal de 1rad/seg?

iv. Encuentre el lugar de las raíces para K variable. Si se desea que el sistema de control trabaje con un margen de ganancia de 6dB... ¿Cuál es el valor aproximado que se debe dar a K?

Para resolver este problema no es necesario conocer el dato concreto de cuánto es la sensibilidad de K ó K2 con respecto a la temperatura, ya que esa información está implícita en las variaciones térmicas provistas como datos. Sin embargo, si Ud. lo desea puede usar esos datos para descubrir la S^{k}_{temp} y S^{k1}_{temp}. ¿Cómo lo haría? (Es más correcto usar grados kelvin).

4. MÉTODO DEL LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

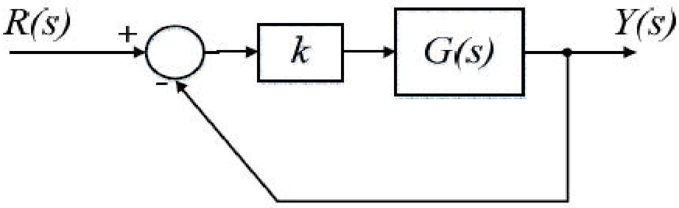
OBJETIVOS: *practicar con las reglas para la construcción del lugar geométrico de las raíces, e interpretar características a lazo cerrado a partir del diagrama. Observar el efecto de polos o ceros agregados en lazo abierto sobre la ubicación de los polos a lazo cerrado.*

4.a) Para los sistemas de lazo unitario como el mostrado en la figura siguiente. Para construir el LGR use las reglas prácticas de construcción. Puede verificar con el Matlab. (Función útil: rlocus)

i. $'(s) = \frac{15}{(s+1)(s+3)(s+5)}$

ii. $'(s) = \frac{(s+2)(s+6)}{s(s+1)(s+5)(s+10)}$

iii. $'(s) = \frac{(s+2)(s+4)}{s(s+1)(s+5)(s+10)}$



iv. $'(s) = \frac{1}{s^2+3s+1}$

v. $'(s) = \frac{s^2+2s+12}{s(s^2+2s+10)}$

vi. $'(s) = \frac{s+2}{s(s+10)(s^2+2s+2)}$

Además, para cada caso:

i. Encontrar analíticamente el origen de asíntotas.

ii. Calcular el ángulo de las asíntotas.

iii. Calcular según corresponda los puntos de salida o entrada al eje real (puede usar una computadora para calcular las raíces).

4.b) Para el sistema del ejercicio 2.a.1 grafique el lugar geométrico de las raíces para los siguientes
casos:

i. Agregue a G(s) un polo en s=-30 y afecte la constante de G por un factor de 10.

ii. Agregue a G(s) en cero en s=-30 y afecte la constante de G por un factor de 1/10.

iii. En el sistema del ejercicio 2.a.4:

agregue un cero en s=-5 y un factor de ganancia igual a 5. Dibuje el LR y luego, haga cada una de las siguientes modificaciones por separado:

1. Agregue a G(s) un polo en s=-10.
2. Agregue a G(s) un polo en s=-20.

iv. De acuerdo a los resultados obtenidos... ¿Qué puede concluir con respecto al efecto sobre el lugar de las raíces que tienen los polos alejados del origen para valores bajos y para valores elevados de K?

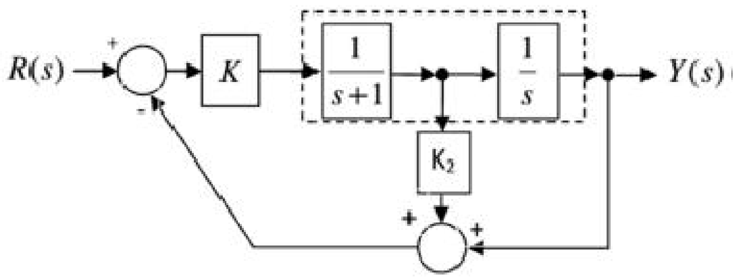
¿Qué sucedería con la forma del lugar de las raíces si en vez de agregar polos, agregase a la la ganancia de lazo ceros alejados del origen?

Relacione estos fenómenos con el concepto de dominancia, y la técnica de reducción del orden para los modelos de funciones de transferencia que presentan polos y ceros alejados del origen.

v. En los puntos alejados del origen...¿De qué depende la forma del lugar de las raíces? (Relacionar con la regla de las asíntotas).

4.c) La ecuación característica de un sistema tiene dos polos en s=-1 y un cero en s=-2. Hay un tercer polo sobre el eje real localizado en algún sitio a la izquierda del cero. Varios lugares geométricos de raíces diferentes son posibles, dependiendo de la localización exacta del tercer polo. Los casos extremos ocurren cuando el polo se localiza en -∞ ó en s=-2. Dibuje los lugares geométricos posibles.

4.d) En el siguiente sistema realimentado, la planta corresponde a un motor de CC controlado por campo. Para el mismo se optó por emplear un modelo simplificado de segundo orden. Se quiere lograr un sistema de control de posición. Se utiliza realimentación unitaria de la salida (que junto con el integrador de la planta provee error nulo al escalón). Para poder modificar otras característica de comportamiento se decidió usar también realimentación de velocidad
con amplificación K2.



i. Considerando K=1, encuentre el lugar de las raíces para K2 positivo y variable.

ii. Con K=1, se quiere que la respuesta el escalón presente amortiguamiento crítico para evitar sobre-picos; a partir del LGR obtenido, encuentre el valor de K2 necesario.

iii. Dibuje el LGR para K2 variable negativo.

4.e) Al sistema de la fig.1 se le agregó un cero en S=-α, obteniendo el de la fig. 2:

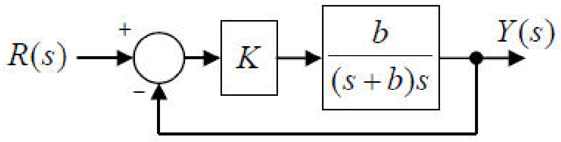


Fig.1

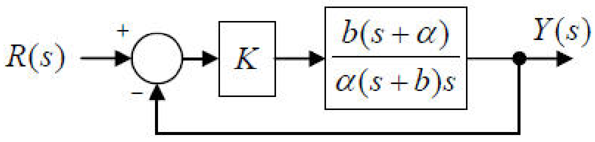
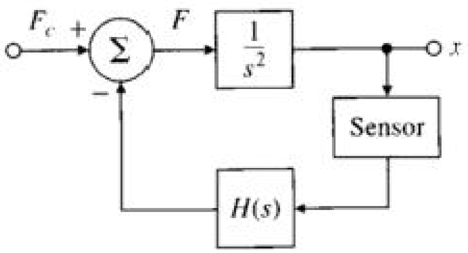


Fig.2

Para b=1 y r(t) un escalón unitario, diseñar mediante el lugar de las raíces, los valores de α y K aproximados de forma que la respuesta presente un sobre-pico de 4,3% y un tiempo de establecimiento de 1,7seg (en los cálculos utilice las fórmulas para un par complejo de polos, considerando el efecto de la presencia del cero). Calcule y grafique y(t).

4.f) Considere el sistema de posicionamiento de un cohete como el mostrado en la figura:



i. Demuestre que si el sensor que toma la medición de x tiene una función de transferencia unitaria, el sistema puede estabilizarse mediante el uso del bloque...

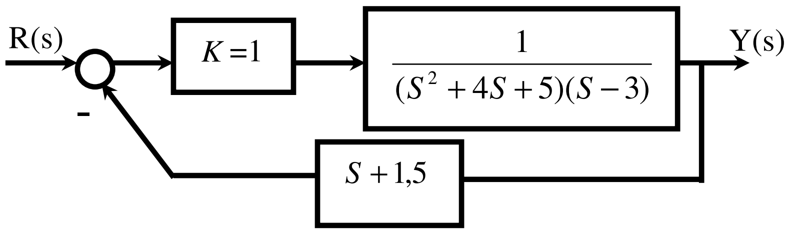
$$H(s) = K\frac{s+2}{s+4}$$

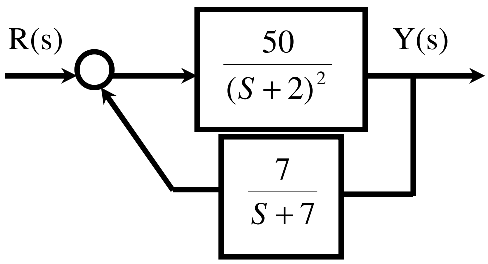
ii. Asuma que la función de transferencia del sensor es modelada por un polo simple con una constante de tiempo de 0,1 seg y una ganancia unitaria. Utilizando el método del LGR, encuentre el valor de la ganancia K que proporcionará el máximo coeficiente de amortiguamiento.

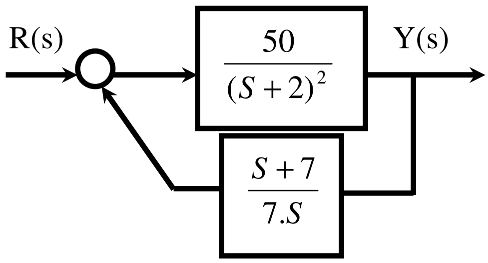
iii. Encuentre la función de transferencia de lazo cerrado, utilizando el sensor del apartado

iv. Todos los ceros de lazo cerrado... aparecen en el LGR? Explique.

4.g) Estudiar la estabilidad del sistema por el método del Lugar de las Raíces







i. Si tuviese la posibilidad de modificar la ganancia en el camino directo agregando un amplificador K_2 ¿Dentro de qué rango de valores trabajaría?
ii. Repita para el primer diagrama, pero suponiendo que el polo de lazo abierto en S=3 ahora se encuentra en S=0,3.
iii. Repita para el primer diagrama, pero con polos complejos conjugados de lazo abierto en S=-2±3j y el polo real en S=3.

4.h) Se tiene una ganancia de lazo con exceso polos-ceros igual a 2, con todos los polos de lazo abierto en el SPI. ¿Cuándo se tendrá un sistema estable a lazo cerrado y cuando no? (Suponer una ganancia elevada. Explique en función de las asíntotas del LGR, y la posición de los ceros)

5. MÉTODOS PARA DETERMINAR LA ESTABILIDAD.

5.a) Las raíces de un polinomio pueden obtenerse fácilmente mediante el uso de computadoras digitales; por lo que de inmediato se sabe si las mismas están en el SPD o SPI del plano complejo.
El método de Routh-Hurwitz NO es capaz de hacer eso; entonces... ¿Cuál es la utilidad del mismo?

5.b) Considerando las plantas:

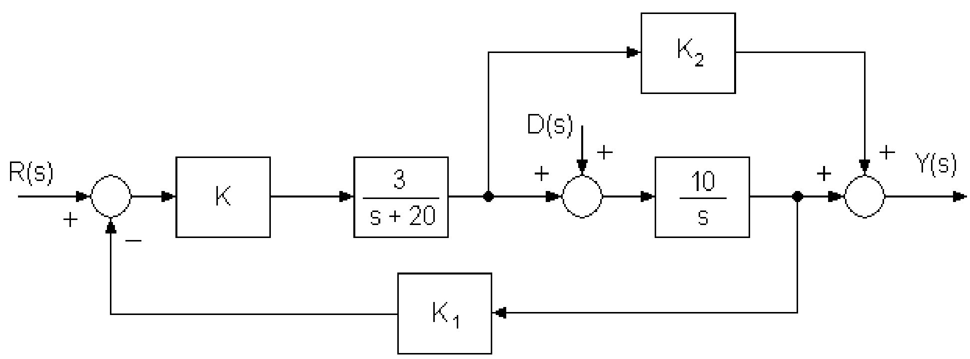
1. $G(s) = \dfrac{3}{S(S+1)(S+3)}$

2. $G(s) = 0{,}4\dfrac{S-1}{(S+1)^2}$

Aplique el criterio de Nyquist para:

i) Determinar el intervalo de valores de K para los cuales se tendrá un sistema de lazo cerrado estable.
ii) Determinar el número de raíces en el semiplano derecho para aquellos valores de K para los que el sistema obtenido resulte inestable.

5.c) Comente acerca de la estabilidad este sistema según se modifiquen (una por vez) las variables K, K_1 y K_2. (Puede justificar sus comentarios usando el lugar de las raíces, el criterio de Routh-Hurwitz, o cualquier otro argumento afín a la teoría de control que haya aprendido).



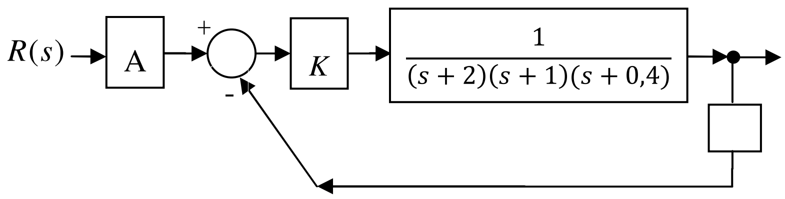
5.g) Se tiene la siguiente planta, incluida en un sistema de control con realimentación unitaria, desempeñándose de manera satisfactoria en cuanto a estabilidad: $G(s) = \dfrac{2}{(S+1)(S+3)}$

Sin embargo, se desea mejorar el error de posición, colocando en el camino directo un amplificador de ganancia K. Ocurre que el amplificador del que se dispone presenta un polo en S= -6.

i. ¿Cuántas veces (aprox.) podrá mejorarse el error de posición manteniendo elSp% <25%?
ii. ¿Cuál es el error de posición mínimo absoluto que podría alcanzarse con este sistema?

Sugerencias: emplee el lugar de las raíces. (Suponga que la respuesta en el tiempo corresponde al par de polos dominantes).

5.e) En el esquema siguiente, la planta presenta una variabilidad de ±20% frente a distintos factores.



La referencia "R"(que incluye la ganancia "A"), se genera digitalmente en el rango variable [4;16] con una exactitud de aprox. 0,1%. El amplificador electrónico "K" puede construirse con una exactitud del 1%. Para usar como sensor K2 se dispone de 2 opciones: uno con ganancia K2a=10±0,2 y un costo de $300 y otro con ganancia K2b=5±0,05 y un costo de $900. (T(s)=Y(s)/R(s)).

i. Se requiere una ganancia en bajas frecuencias, $T_{(0)}$, igual a 1±4%...¿qué valores de A, K, y K2 usaría?
ii.¿Podría conseguir T0=1±2%?
iii. ¿Se podría conseguir T0=1±1%, comprando un sensor con K2c=10±0,05 de $2500?

Sugerencia importante: asegúrese de que el sistema resulte estable.