

# SISTEMAS DE CONTROL 1

## Ejercicios Propuestos n° 2

2021

### REPRESENTACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES, FUNCIONES DE TRANSFERENCIA Y DIAGRAMAS DE BLOQUES

**OBJETIVO GENERAL:** Ganar destreza en el uso y conversión de los distintos métodos de representación de sistemas dinámicos.

#### 1. RESPUESTA EN EL TIEMPO Y EN LA FRECUENCIA

**OBJETIVOS:** practicar con las técnicas de caracterización de sistemas dinámicos en los dominios del tiempo y la frecuencia, e introducirse en la **identificación** de aquellos mediante ensayos entrada-salida.

- 1.a)** Suponiendo condiciones iniciales nulas, y la función de transferencia  $F(s) = \frac{s}{(s+3)(s-2)}$   
Si se desea inferir algo acerca de  $f(t)$ ... ¿Para qué servirían los siguientes límites?  
i).  $\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) = 0$       ii).  $\lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot F(s) = 1$

- 1.b)** Un sistema con función de transferencia  $H(s)=Y(s)/U(s)$ , tiene como respuesta al **escalón** la siguiente señal:

$$y(t) = 6,154 \cdot e^{-8t} + 9,226 \cdot e^{-2t} \cdot \text{sen}(4t - 33,7^\circ); \quad (t \geq 0)$$

- i. Identifique el sistema en cuestión. (Hallar  $H(s)$ ).
  - ii. Dibuje en el plano S la función de transferencia  $H(s)$ .
  - iii. Dibujar módulo y fase (asintóticos y aproximado) de la respuesta en frecuencia para  $H(s)$ .
- 1.c)** A la hora de graficar una "respuesta en frecuencia"... indique:
- i. Dos ventajas de usar escalas logarítmicas y semi-logarítmicas, frente a las escalas puramente lineales.
  - ii. Alguna desventaja de las mismas.
  - iii. ¿Qué ventaja ofrece usar una gráfica polar?

- 1.d)** Como entrada a una máquina que funciona como integrador se introdujo la señal:

$$x(t) = \text{sen}(7t + 23^\circ) + \cos(4t - 43^\circ)$$

A la salida se obtuvo:  $y(t) = 1/7 \cdot \text{sen}(7t + \alpha) + 1/4 \cdot \cos(4t + \beta)$

Diga cuál es el valor de los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ .

**1.e)** Efecto genérico del agregado de un polo a una función de transferencia sobre su respuesta en el tiempo

Experimente con las respuestas al escalón en los siguientes casos:

(Se tiene un polo doble en  $s=-2$ , y de agrega un polo según se indique).

- i.** Sólo el polo doble.
- ii.** Polo en  $-9$ .
- iii.** Polo en  $-4$ .
- iii.** Polo en  $-2$ .
- iv.** Polo en  $-1$ .

**1.f)** Efecto genérico sobre la respuesta en el tiempo, del agregado de un cero a una función de transferencia.

Experimente con las respuestas al escalón en los siguientes casos:

(Se tiene un polo doble en  $s=-2$ , y de agrega un cero según se indique).

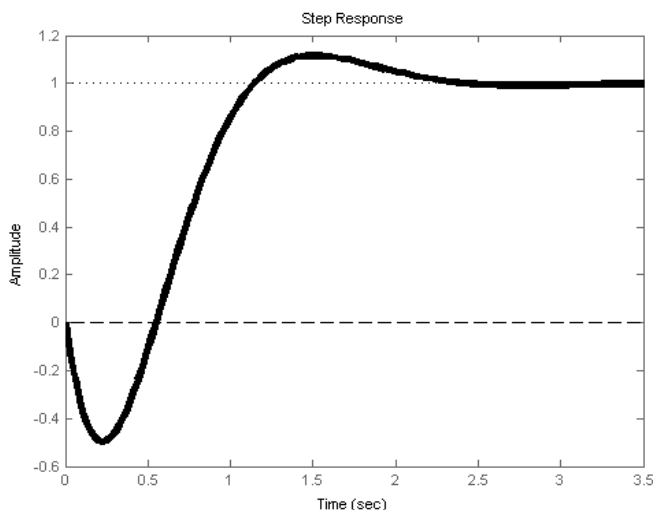
- i.** Sólo el polo doble.
- ii.** Cero en  $-8$ .
- iii.** Cero en  $-4$ .
- iii.** cero en  $-2$ . (**Respuesta idéntica a la del sistema con sólo un polo en  $-1$** )
- iv.** Cero en  $-1$ .
- v.** Cero en  $+1$ .
- vi.** Cero en  $+2$ .
- vii.** Cero en  $+4$ .

**1.g.i)** A partir de estos experimentos numéricos (1.e y 1.f), concluya sobre el efecto de los polos y los ceros sobre la velocidad de respuesta del sistema. (Considere el tiempo de subida de 0 a 90% como criterio para definir la velocidad de respuesta).

**ii)** Se dice que los polos dominantes son los que están más cercanos al eje  $jw$ . ¿Piensa Ud. que sería razonable decir lo mismo para el caso de los ceros de una función de transferencia?

**1.h)** La figura de abajo corresponde a la respuesta temporal de un sistema a una señal escalón unitario. Explique:

- i.** ¿A qué se debe el sobre-pico negativo de la respuesta?
- ii.** ¿Qué otras cosas puede inferir del sistema (o su función de transferencia)?



## 2. MODELOS DE SISTEMAS HABITUALES

**OBJETIVO:** recordar las leyes físicas que gobiernan el funcionamiento de algunos sistemas simples, las ecuaciones diferenciales implicadas y las funciones de transferencia resultantes

**2.a)** Para un sistema que contiene energía almacenada se han escrito las ecuaciones integro-diferenciales correspondientes.

- i. ¿Para qué serviría ignorar las condiciones iniciales?
- ii. ¿Para qué serviría tenerlas en cuenta?

**2.b)** A partir de las ecuaciones diferenciales apropiadas, obtenga las funciones de transferencia de:

- i. Una masa móvil sobre un plano con rozamiento dinámico. (Desplazamiento vs fuerza). Ref. Ogata cap. 3.6.
- ii. Un sistema masa resorte con rozamiento. (Desplazamiento vs. fuerza)
- iii. Una cacerola conteniendo agua, sobre una hornalla. (Temperatura. vs. potencia). Ref. Ogata cap. 3.9.
- iv. Un tanque de agua descargándose por un orificio en su fondo. (Nivel vs caudal) Ref. Ogata cap. 3.8.

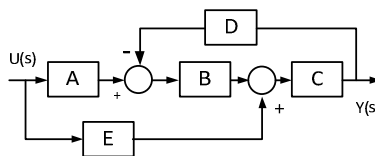
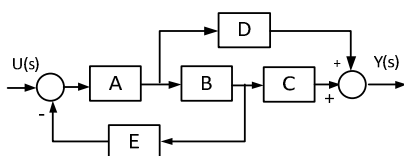
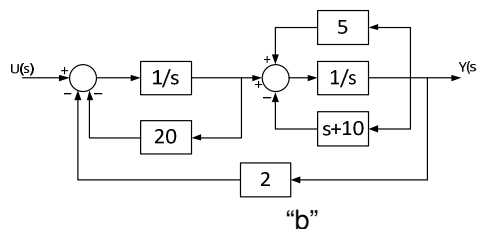
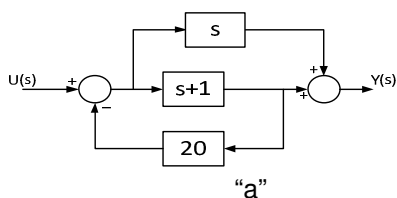
**2.c)** Para el motor de CD de imán permanente, encontrar:

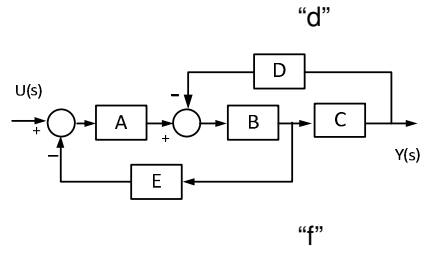
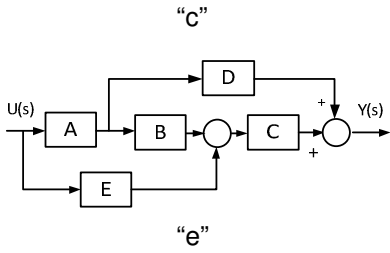
- i) las ecuaciones diferenciales propias del sistema; la representación en diagramas de bloques.
- ii) las funciones de transferencia de mayor interés (considerar corriente, torque, velocidad y desplazamiento vs. tensión de entrada). Referencia: Cap. 4.6 de Sist. Control Automático, B. Kuo.

## 3. DIAGRAMAS BLOQUES

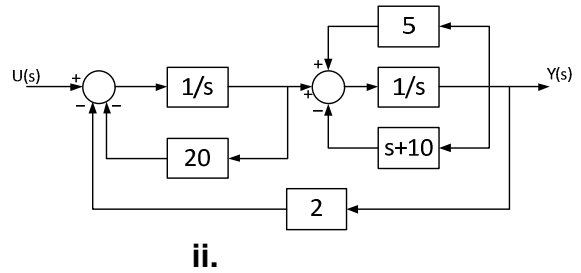
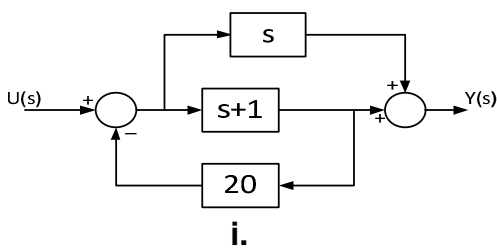
**OBJETIVOS:** identificar las situaciones con dificultad en la reducción de diagramas de bloques. Conocer las estructuras más útiles en sistemas de control SISO.

- 3.c) i.** Utilizando álgebra de bloques obtenga la función de transferencia de entrada-salida.
- ii. Dibuje los diagramas de flujo de señal correspondientes para los diagramas c, d, e y f. Ref. Kuo 3.4 y 3.5.





**3.b)** Dibuje el esquema de variables de fase para los diagramas de bloques y las funciones de transferencia que siguen:

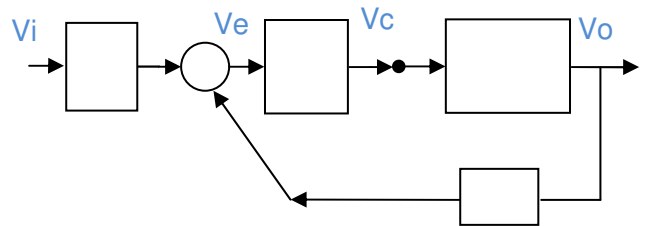
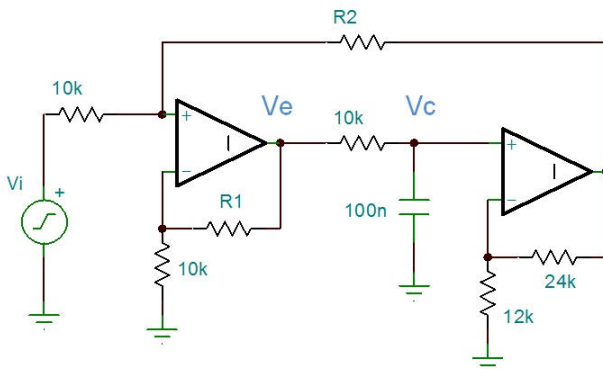


iii.  $G(s) = \frac{s+1}{0.1s+1}$

iv.  $G(s) = \frac{(s+2)^2}{s(0.1s+1)^2(0.01s+1)}$

**3.c)** Considerando el circuito mostrado...

**i.** Rellene el diagrama de bloques con los valores correspondientes al circuito.  
No olvide tener en cuenta todos los signos involucrados.



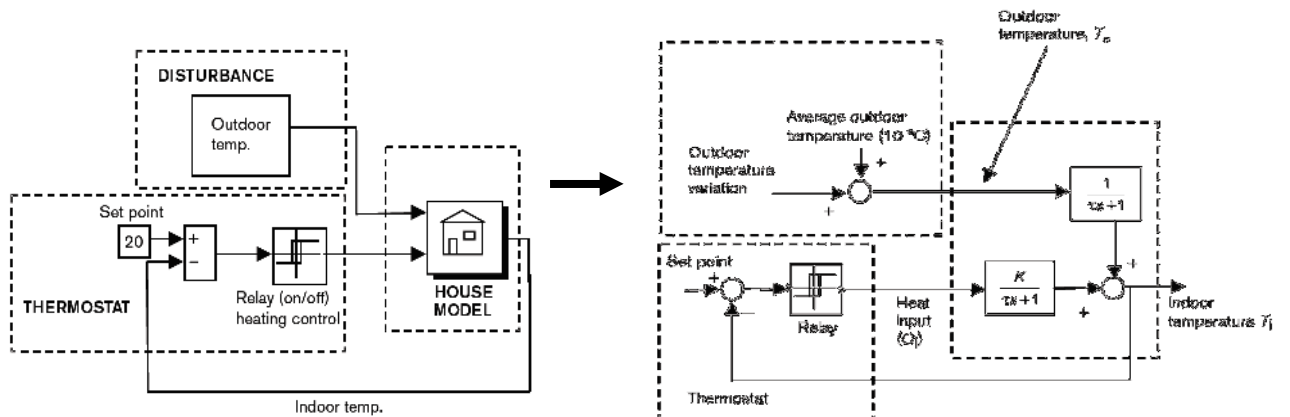
Encuentre las funciones de transferencia y bosqueje las respuestas al escalón para los siguientes valores de componentes.

ii. R1=2k                      R2=33k

iii. R1= 3k9                      R2=22k

(Los operacionales se alimentan con  $V_{cc}=\pm 12v$  en ambos casos)

**3.d)** Los siguientes gráficos representan el sistema de calefacción de una vivienda, incluyendo la influencia de la temperatura exterior (considerada como una variable perturbadora).



**i.** Considere que el (bastante habitual) controlador "on-off" indicado en las figuras anteriores, es reemplazado por un controlador proporcional, y rellene el diagrama de bloques siguiente con las funciones de transferencia correspondientes.

**ii.** Indique sobre el diagrama de bloques las dimensiones físicas correspondientes en cada punto del diagrama, ( $^{\circ}\text{C}$ ,  $\text{W}$ ,  $\text{mV}$ ,  $\text{mA}$ ,  $\text{seg.}$ , etc. ...). Indique las unidades que le corresponden a cada función de transferencia, incluida la función "Y/R"

