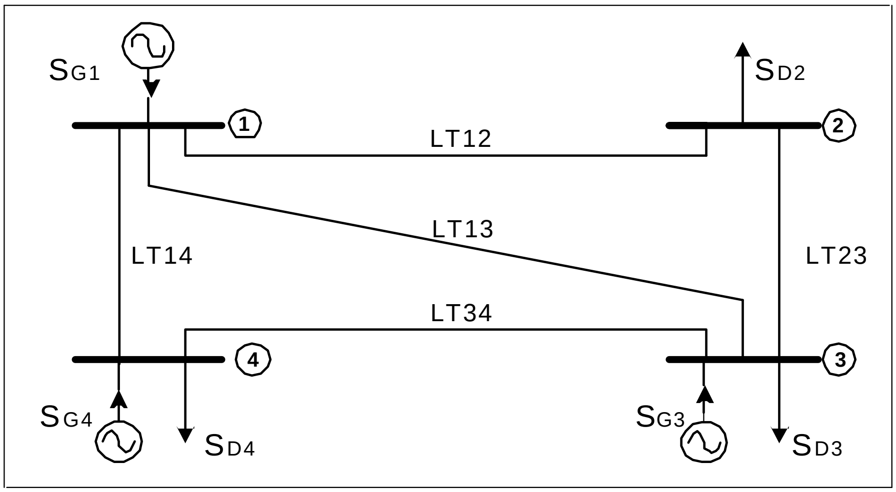
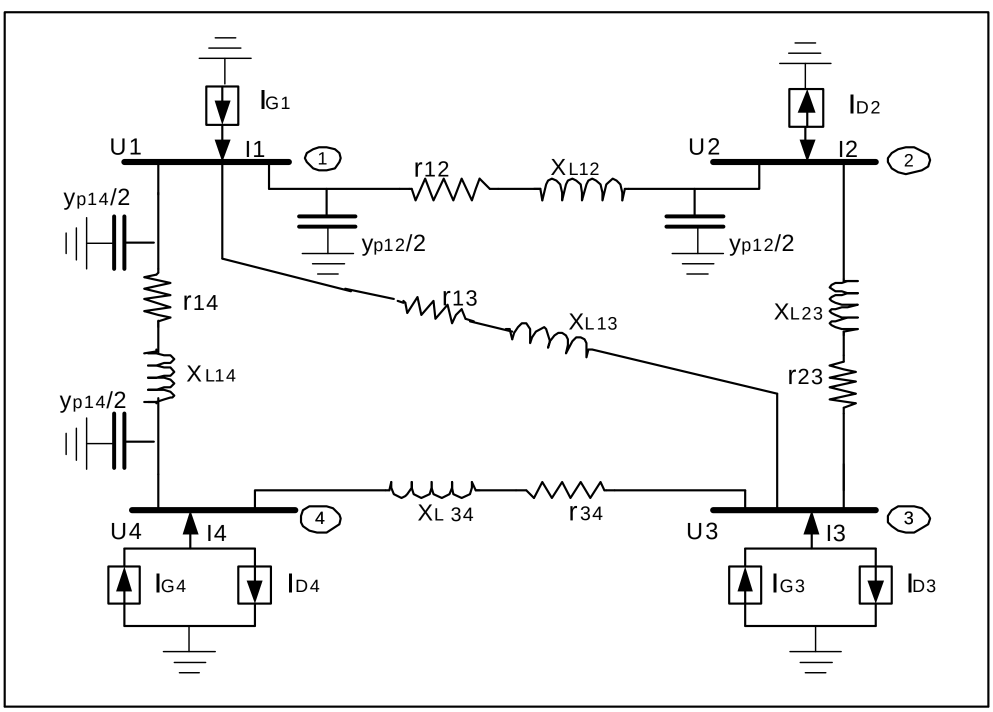
LA MATRIZ ADMITANCIA DE BARRA

1.- Ejemplo Conceptual: SEP sin acoplamiento

El SEP tiene 4 Barras físicas y 5 Líneas de Transmisión sin acoplamientos mutuos, 2 de las cuales poseen capacidad respecto a tierra (LT12 y LT14):



Su malla de secuencia directa es:



La Impedancia serie del elemento conectado entre cualquier par de nodos i y j:
$z_{ij} = r_{ij} + jX_{Lij}$ y $z_{ij} = z_{ji}$

Como no existe acoplamiento mutuo entre líneas:
$$y_{ij} = y_{ji} = \frac{1}{z_{ij}} = g_{ij} + jb_{ij}$$
donde:
$$g_{ij} = \frac{r_{ij}}{r_{ij}^2 + X_{L_{ij}}^2} \qquad b_{ij} = -\frac{X_{L_{ij}}}{r_{ij}^2 + X_{L_{ij}}^2}$$

La admitancia paralelo del elemento conectado entre los nodos i y j, y_{pij}, se divide en dos partes iguales $y_{pij}/2$ y se conecta en cada extremo del elemento, considerándose solo su parte capacitiva:

$y_{pij} = g_{pij} + jb_{pij} \cong j\omega C_{pij}$ (se desprecian las pérdidas óhmicas)

La admitancia paralelo total conectada a un nodo genérico i, es:
$$y_{io} = \sum_{k\varepsilon\Omega} y_{pik}/2 = jb_{pi} = j\omega C_{pi} \quad \Omega = \text{conjunto de nodos vecinos al nodo i}$$

La corriente que circula por esta y_{io} es I_{io} donde o es el nodo de referencia o tierra.

La corriente inyectada neta en una barra i , I_i (corriente de barra o nodo), es:
$$I_i = \frac{S_{3\phi_i}}{U_{Linea_i}\sqrt{3}} = \frac{S_{1\phi_i}}{U_{Fase_i}} = I_{Gi} - I_{Di} = \sum_{k\varepsilon\Omega} I_{ik}$$

Se aplica Kirchoff en cada uno de los nodos físicos del circuito estudiado:

$$I_1 = I_{G1} = I_{10} + I_{12} + I_{13} + I_{14} = U_1\, y_{10} + (U_1 - U_2)\, y_{12} + (U_1 - U_3)\, y_{13} + (U_1 - U_4)\, y_{14}$$

$$I_2 = -I_{D2} = I_{20} + I_{21} + I_{23} = U_2\, y_{20} + (U_2 - U_1)\, y_{21} + (U_2 - U_3)\, y_{23}$$

$$I_3 = I_{G3} - I_{D3} = I_{31} + I_{32} + I_{34} = (U_3 - U_1)\, y_{31} + (U_3 - U_2)\, y_{32} + (U_3 - U_4)\, y_{34}$$

$$I_4 = I_{G4} - I_{D4} = I_{40} + I_{41} + I_{43} = U_4\, y_{40} + (U_4 - U_1)\, y_{41} + (U_4 - U_3)\, y_{43}$$

Donde:
$$y_{10} = y_{p12}/2 + y_{p14}/2 = j\omega\left(\frac{C_{12} + C_{14}}{2}\right); \quad y_{20} = y_{p12}/2; \quad y_{30} = 0; \quad y_{40} = y_{p14}/2$$

Se agrupan estas ecuaciones de nodo sacando como factor común las tensiones de barras:

$I_1 = U_1 (y_{10} + y_{12} + y_{13} + y_{14}) + U_2 (-y_{12}) + U_3 (-y_{13}) + U_4 (-y_{14})$

$I_2 = U_1 (-y_{21}) + U_2 (y_{20} + y_{21} + y_{23}) + U_3 (-y_{23})$

$I_3 = U_1 (-y_{31}) + U_2 (-y_{32}) + U_3 (y_{31} + y_{32} + y_{34}) + U_4 (-y_{34})$

$I_4 = U_1 (-y_{41}) + U_3 (-y_{43}) + U_4 (y_{40} + y_{41} + y_{43})$

Si a estas ecuaciones las ordeno en forma matricial resulta:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (y_{10}+y_{12}+y_{13}+y_{14}) & -y_{12} & -y_{13} & -y_{14} \\ -y_{21} & (y_{20}+y_{21}+y_{23}) & -y_{23} & 0 \\ -y_{31} & -y_{32} & (y_{31}+y_{32}+y_{34}) & -y_{34} \\ -y_{41} & 0 & -y_{43} & (y_{40}+y_{41}+y_{43}) \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

Se puede escribir entonces la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

donde por ejemplo:

Y_{22} = (y20 + y21 + y23) = sumatoria de las admitancias de los elementos conectados a la barra 2

Y_{21} = Y_{12} = - y12 = - y21 = admitancia del elemento conectado entre el nodo 1 y 2 con signo negativo

Y_{24} = 0 (no hay conexión física directa entre el nodo 2 y el 4)

En forma compacta:

$$\boxed{[I_B]_{4x1} = [Y_B]_{4x4} \ [U_B]_{4x1}}$$

donde:

$[I_B]$ = Matriz de las corrientes inyectadas en las barras

$[Y_B]$ = Matriz de las admitancias de barras

$[U_B]$ = Matriz de las tensiones de barras

2.1.- Significado físico de los elementos de esta Matriz $[Y_B]_{4x4}$

La corriente inyectada por ejemplo en el nodo 2 vale:

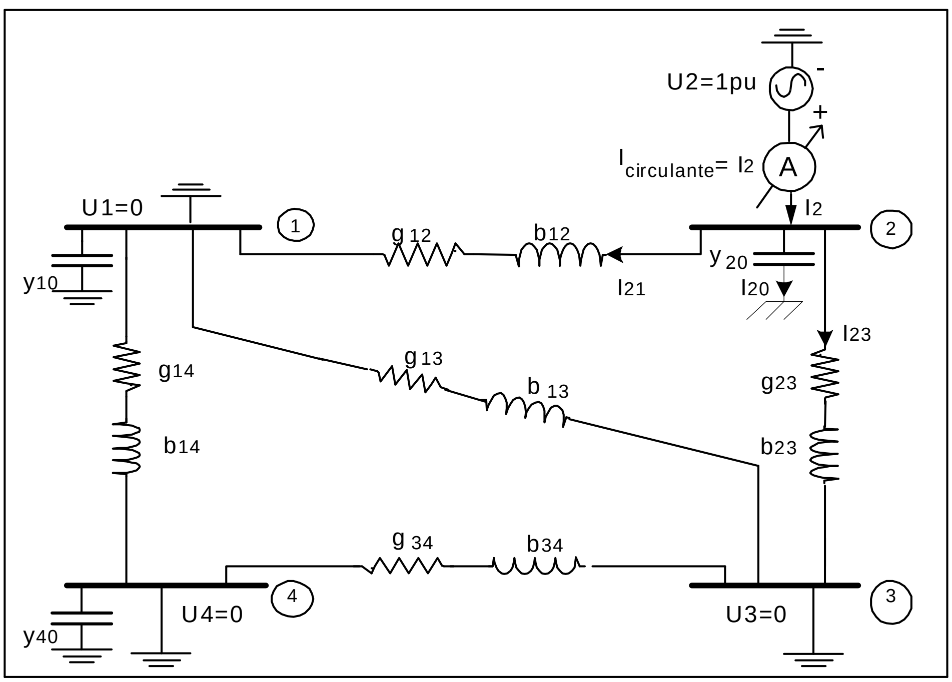
$I_2 = Y_{21} U_1 + Y_{22} U_2 + Y_{23} U_3 + Y_{24} U_4$

De aquí se puede deducir lo siguiente:

$$Y_{22} = \frac{I_2}{U_2} \quad \text{con } U_k = 0 \quad \text{para todo} \quad k = 1, 3, 4$$

El elemento de admitancia de barra en la posición 22 (que está en la diagonal principal), Y_{22}, es igual a la corriente inyectada en el nodo 2, I_2, cuando en el mismo se tiene aplicada una tensión de 1 pu, y el resto de los nodos está cortocircuitado a tierra ($U_1 = U_3 = U_4 = 0$).

Esta situación se representa en la Figura:



En el circuito formado se calcula la corriente I2 :

$$I_2 = I_{20} + I_{21} + I_{23} = U_2\, y_{20} + (U_2 - U_1)\, y_{21} + (U_2 - U_3)\, y_{23} = U_2\, y_{20} + (U_2 - 0) y_{21} + (U_2 - 0) y_{23}$$

$$I_2 = U_2 (y_{20} + y_{21} + y_{23}) \implies I_2/U_2 = y_{20} + y_{21} + y_{23} = Y_{22}$$

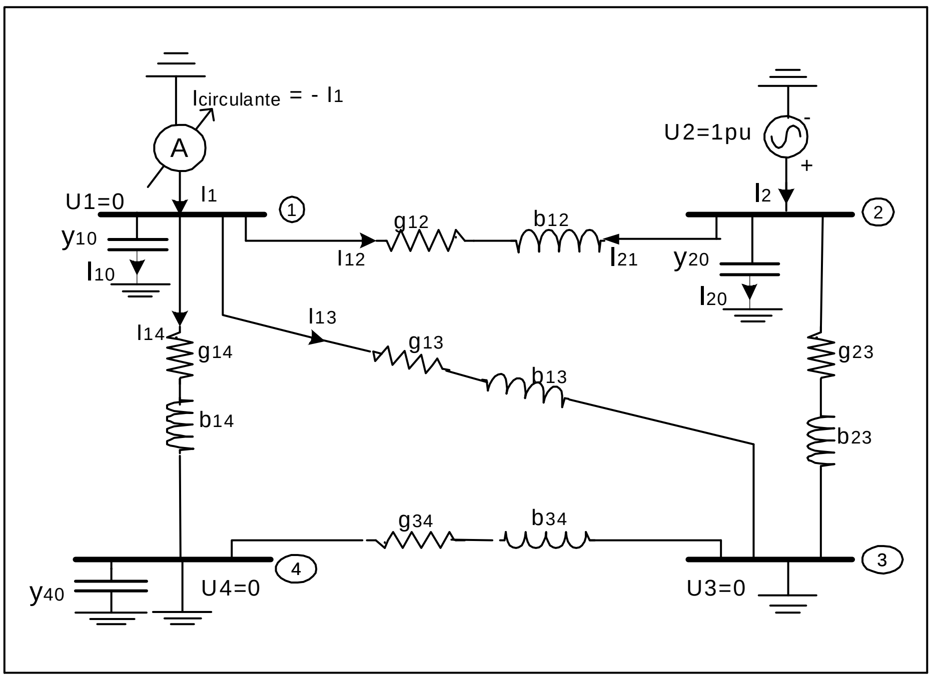
La corriente inyectada por ejemplo en el nodo 1 vale:

$I_1 = Y_{11} U_1 + Y_{12} U_2 + Y_{13} U_3 + Y_{14} U_4$

De aquí se puede deducir lo siguiente:

$Y_{12} = \frac{I_1}{U_2}$ con $U_k = 0$ para todo $k = 1, 3, 4$

El elemento de admitancia de barra en la posición 12 (fuera de la diagonal), Y_{12}, es igual a la corriente inyectada en el nodo 1, I_1, cuando se tiene aplicada una tensión de 1pu en el nodo 2 y el resto de los nodos está cortocircuitado a tierra ($U_1 = U_3 = U_4 = 0$), situación que se representa en la Figura:



En el circuito formado se calcula la corriente I_1 :

$I_1 = I_{10} + I_{12} + I_{13} + I_{14} = U_1\, y_{10} + (U_1 - U_2)\, y_{12} + (U_1 - U_3)\, y_{13} + (U_1 - U_4)\, y_{14}$

$I_1 = 0\, y_{10} + (0 - U_2)\, y_{12} + (0 - 0)\, y_{13} + (0 - 0)\, y_{14} = -U_2\, y_{12}$ =>

$I_1/U_2 = -y_{12} = Y_{12}$

Si se calcula Y_{21} se encuentra el mismo resultado (se aplica una tensión de 1pu en el nodo 1, se mide la corriente en 2, mientras los nodos 2, 3, 4 están cortocircuitados).