APUNTE BORRADOR

DESPACHO ECONOMICO DE UNIDADES TERMICAS EN UN SISTEMA ELECTRICO DE POTENCIA

A. DESCRIPCION DE UN SISTEMA DE POTENCIA ELECTRICO

Todo sistema es un grupo de componentes vinculados, con una determinada configuración para cumplir una función especificada. Un componente es un elemento del sistema que tiene una función determinada, y que se considera como una unidad a los fines del análisis.

Un Sistema Eléctrico de Potencia, SEP está constituido básicamente de los siguientes elementos (FIG. A):

- *Los Generadores de Potencia Eléctrica* (Conversión de Energía).
- *La Red* (Transmisión y Distribución del Flujo de Potencia).
- *La Carga o Demanda* (Potencia Eléctrica Consumida).

FIGURA A

La configuración de un Sistema de Suministro de Energía Eléctrica, SSEE, difiere en forma notoria del esquema básico indicado. En la FIG.B se muestra en forma un poco más detallada un SSEE:

FIGURA B

La finalidad de un SEP es suministrar a los consumidores energía eléctrica, en *Cantidad* suficiente en tiempo y lugar, con una *Confiabilidad* adecuada, al menor *Costo* posible, de modo que la *Contaminación* ambiental se encuentre dentro de límites aceptables.

La FIG. C muestra los aspectos antes mencionados y sus interrelaciones:

FIGURA C

Requerimientos de un SEP

a) Técnicos

b) Sociales (ligados al medioambiente)

c) Económicos

Entre los requerimientos técnicos que son fijados por el consumidor, además de los que se refieren a la cantidad y confiabilidad, están los relacionados con la calidad del servicio. Así se tiene:

- *Variación Admisible en el Nivel de Tensión*

$$\frac{|U - U_N|}{U_N} \leq 5\%$$

- *Variación Admisible de frecuencia*

$$\frac{|\Delta f|}{f} \leq 0.2\%$$

El SEP debe ser *Planificado* tanto en su *Expansión* como en su *Operación*, de tal manera que el crecimiento de la demanda sea atendida y la presencia de perturbaciones superada con el mínimo efecto perjudicial para el Sistema, para los Consumidores y para el Medio ambiente. Un índice de funcionamiento del SEP puede ser el nº de interrupciones, tiempo de parada de máquinas, variaciones no admisibles de tensión y/o de frecuencia. Para obtener buenos índices, es necesario un esfuerzo técnico y una gran inversión económica, que se traduce en costos.

La evaluación de las frecuencias de fallas de un componente o un sistema es objeto de los estudios de *Confiabilidad*, los que se usan en la planificación de la expansión y operación del sistema teniendo como herramienta a la Teoría Probabilística.

El comando de la operación del sistema se limita en general al análisis de los efectos de un conjunto de casos de fallas. Si estas fallas no conducen a una interrupción del suministro de energía ni a una disminución de la calidad, se dice entonces que se está en un nivel Seguro (en el instante estudiado).

Entre los requerimientos sociales, se tiene principalmente el referido a la exigencia que el SEP no contamine el medio ambiente más allá de un cierto límite. Aquí se estudia los problemas originados principalmente por las centrales térmicas, en la emisión de sustancias nocivas, y en el calentamiento de la atmósfera y de los ríos. En la Argentina el problema de la contaminación aún no es crítico, pero conviene tenerlo presente al planificar el crecimiento del sistema.

Los requerimientos económicos relacionados con la exigencia que el suministro sea lo más barato posible, debe ser satisfecho teniendo en cuenta las restricciones técnicas y sociales.

En la planificación de la expansión se debe tener en cuenta:

- El análisis de las diferentes configuraciones posibles

- Los costos de las instalaciones y de la energía primaria a usar y de entre éstas elegir aquella, que sobre un período de tiempo suficientemente extenso, de lugar a un mínimo en los costos de producción de energía eléctrica, es decir:

Costo Total = Costo Fijo Total + Costo Variable Total (operación) $\rightarrow$ mínimo

En la planificación de la operación, uno de los puntos centrales es:

- Cubrir de manera óptima una carga entre las diversas centrales del SEP.

Para esto, se suponen conocidos los costos de producción de cada uno de los Gs y se debe minimizar el Costo Variable Total

El *Despacho Económico* se refiere al caso que el sistema esté formado por centrales térmicas para cada instante de tiempo.

En el caso de tener tanto centrales térmicas e hidráulicas de embalse, deberá extenderse el concepto de Despacho a un Despacho hidrotérmico durante un período de tiempo que será función de de la capacidad de los embalses.

Para la programación estacional el OED utilizará los modelos para optimización y planificación de la operación desarrollados para el SIN:

a) Modelo de Optimización OSCAR: tomando un horizonte de 3 años, optimiza el manejo de los grandes embalses calculando para cada semana la valorización del agua embalsada, teniendo en cuenta la aleatoriedad dada por la hidraulicidad, pronósticos de demanda y disponibilidad del parque y combustibles.

b) Modelo de Simulación MARGO: con la valorización del agua, realiza el despacho hidrotérmico semanal, respetando las restricciones que se le indiquen, fijando como objetivo minimizar el costo total, suma del costo de operación y el riesgo de falla.

Para realizar el *Despacho Económico* es necesario mantener el *Control de la Generación de Potencia Activa* de las unidades encargadas de la producción de energía eléctrica.

La parte de la red total que es operada en forma más o menos autónoma por una empresa de servicios eléctricos, se denomina red regional o Sistema Regional. Sólo en muy pocos casos una red regional es operada aislada respecto de las otras. En general las redes regionales interconectadas están vinculadas por medio de líneas de interconexión. Las redes regionales así acopladas constituyen un Sistema Interconectado. En este caso no sólo se deberá controlar la potencia generada, sino también la potencia de intercambio que fluye por las líneas de interconexión entre los distintos sistemas regionales.

La operación y control de un SEP es un proceso muy complejo que requiere de la interacción entre los diversos niveles de los comandos jerárquicos, y que se da sobre escalas de tiempo muy diferentes . La FIG. D muestra los principales elementos del control jerárquico, el intervalo de tiempo aproximado en el que cada nivel opera, y la forma en que se implementa su análisis:

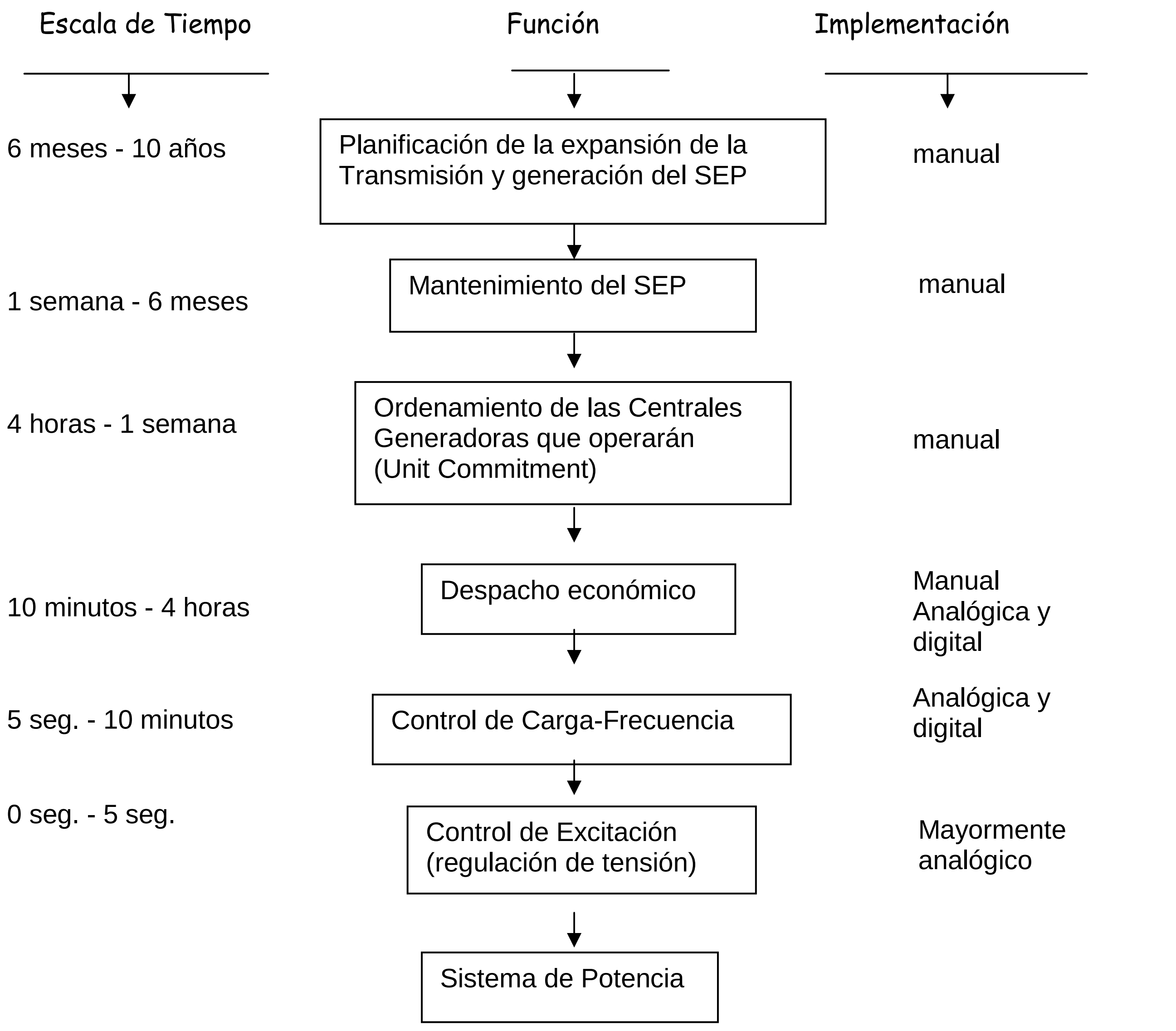


FIGURA D

I - INTRODUCCION AL DESPACHO ECONOMICO TERMICO

La optimización en la Planificación y Operación de los Sistemas Eléctricos de Potencia, SEP, repercute inmediatamente en la economía de su funcionamiento. El uso eficiente del combustible que se dispone crece día a día en importancia, ya que la mayoría de los combustibles usados son del tipo no renovables.

Problema conceptual

Para dar una idea de la magnitud de los costos bajo análisis, se considera lo que ocurre con los costos de una empresa de energía de mediano porte que opera con unidades térmicas. Suponer los siguientes datos:

- Pico Anual de la Carga: 10000 [MW]
- Factor de Carga Anual: 60%
- Promedio Anual de la proporción de calor que se convierte en energía eléctrica: 10500 [Btu/KWh] (consumo específico)
- Costo Promedio de Combustible: 2 [U$S/MBtu]

Con estos datos se podrá calcular el costo anual de combustible para la empresa ejemplificada:

Energía Anual Producida: 10^7 KW x 8760 hs/año x 0.6 = 5.256×10^{10} [KWh]

Consumo Anual de Comb.: 10500 Btu/KWh x 5.256×10^{10} KWh = 55.188×10^{19} [Btu]

Costo Anual de Comb.: 55.188×10^{19}Btu x $2 \times 10^{-\sigma}$ U$S/Btu = 1104 millones de U$S

Ahorro Anual del 1%: $1104 \times 10^{\sigma} \times 10^{-2}$= 11,04 millones de U$S

Por lo tanto un ahorro anual muy pequeño en el funcionamiento del SEP, representará una reducción significativa en los costos de la operación, así como también en la cantidad de combustible usado. Los periódicos aumentos en los precios de los combustibles acentúa el problema económico e incrementa la importancia de la operación óptima de un SEP.

Cuando se resuelve el problema básico de cálculo del Flujo de Carga para saber el estado de todo el sistema (conocer sus tensiones en módulo y ángulo), se deben especificar ciertas variables, como por ejemplo:

- Potencias activas y reactivas inyectadas por el generador i, P_{Gi} y Q_{Gi}, en todas las barras de generación excepto en la barra de referencia (slack, flotante, oscilante).
- Potencias activas y reactivas de la Demanda
- Módulos de tensión en todas las barras de generación i, $|V_i|$

La especificación de estas variables no se realiza en forma arbitraria, sino que se basa en diversas consideraciones. La principal es que la Generación debe equilibrar la Demanda, sin violar los límites de:

- Potencia de los Gs
- Tensiones en las barras

Estos equilibrios y límites son conocidos como respectivamente como restricciones de igualdad y desigualdad.

Existen usualmente amplios rangos en los valores que pueden tomar las variables de control (P_{Gi} , Q_{Gi}), dentro de los cuales todas estas restricciones son satisfechas. Se seleccionarán entonces, aquellos valores de P_{Gi} y Q_{Gi}, que minimizarán o maximizarán un cierto índice de performance o función objetivo:

FO = fn (x, u, p) = función objetivo (1-1)

y donde las restricciones son :

$$\left.\begin{array}{l} W(x,u,p) = 0 \\ G(x,u,p) \le 0 \end{array}\right| \quad \text{Restricciones de igualdad y desigualdad} \qquad (1\text{-}2)$$

con:

$$x = \left[|V_1|, \delta_1, \ldots\ldots, |V_n|, \delta_n\right]^T = \text{matriz transpuesta de las variables de estado}$$

$$u = \left[P_{G_1}, Q_{G_1}, \ldots\ldots, P_{G_n}, Q_{G_n}\right]^T = \text{matriz transpuesta de las variables de control}$$

$$p = \left[P_{D_1}, Q_{D_1}, \ldots\ldots, P_{D_n}, Q_{D_n}\right]^T = \text{matriz transpuesta de las variables de perturbación}$$

n = n^0 de barras del sistema

Generalmente este problema es no lineal, por lo que se usan algoritmos de cálculo que dan soluciones numéricas (métodos iterativos).

Algunas posibles funciones objetivos a minimizar, pueden ser:

- Pérdidas activas totales en las líneas de transmisión, LT, de un SEP.
- Costo de la Generación necesaria para equilibrar la Demanda.
- Combinación de Costos de Operación, consideraciones de Confiabilidad y niveles de Contaminación Ambiental.

Tradicionalmente se dio sólo énfasis a la Operación Económica del Sistema, usándose el nombre de "Despacho Económico" para definirla. En este tipo de operación, las restricciones de desigualdad, como ser los límites de los flujos de potencia por las líneas y las tensiones en las barras, son generalmente ignorados, sin embargo los límites de funcionamiento de las unidades generadoras (P_{min}, P_{max}) así como las pérdidas en las LT, son tenidas en cuenta.

Los estudios que se realizan en orden creciente de complejidad son:

- Despacho Económico, despreciando pérdidas en la LT.
- Despacho Económico, considerando pérdidas en la LT.
- Despacho Económico Optimo.

II - ANALISIS DE COSTOS

La operación del sistema requiere una supervisión permanente del mismo, considerando la continuidad del servicio al menor costo posible. El problema del suministro de energía eléctrica a bajo costo está influenciado por:

- la eficiencia del parque generador
- el costo de su instalación
- el costo del combustible para las usinas térmicas

Los costos involucrados en la producción de energía, pueden dividirse en:

- Costos Fijos
- Costos Variables

II.1. Costos Fijos

Incluyen las inversiones de capital, los intereses de los préstamos, los salarios, los impuestos, y otros gastos que son independientes de la demanda del sistema. Los responsables por la operación directa del SEP, tienen un pequeño control sobre estos costos.

II.2. Costos Variables

Estos costos pueden ser controlados por los operadores del SEP, y dependen, entre otras cosas, de:

- La Confiabilidad de todos los componentes del SEP (Máquinas Sincrónicas, Líneas, Transformadores, etc.)
- El tipo de combustible usado en su operación
- El control de las pérdidas en las LT causadas por el flujo de reactivos
- La forma de operar en forma conjunta el parque hidrotérmico para atender los requisitos diarios de la demanda
- La compra y venta de energía

La demanda puede ser suministrada por un parque generador que puede estar compuesto de diferentes tipos de centrales: termoeléctricas convencionales, nucleares, hidráulicas y tecnologías basadas en energías renovables (se puede considerar también la importación de energía).

El problema fundamental es determinar:

1ro. La combinación de dichas fuentes (*Unit Commitment*), para atender la demanda pronosticada

2do La potencia que deberá producir cada UG de las elegidas en el 1er punto, para que el costo global de la operación sea mínimo (*Despacho Económico*)

Debido a que el combustible usado por las usinas térmicas puede ser de diferentes tipos (gas natural, gasoil, material nuclear, carbón, etc.), con costos diferentes y variables entre sí, y además que la carga de un sistema varía continuamente y en forma aleatoria con el tiempo, es necesario que el problema de la operación económica deba ser frecuentemente replanteado, reprogramando la distribución de la generación en saltos discretos de tiempo.

Cuando se dispone de agua para la generación hidroeléctrica, dicha disponibilidad puede tener diferentes valores a cada instante, y por lo tanto así su "costo de agua" asociado. El uso de esta generación debe ser integrado a la operación del SEP para que éste funcione al menor costo posible (Operación Hidrotérmica).

El intercambio de energía entre sistemas interconectados puede ser aprovechado en forma ventajosa para minimizar los costos de combustible, cuando existiesen diferencias significativas en los costos de generación de estos sistemas.

III - CARACTERISTICAS DE LAS UNIDADES TERMICAS

Debido a las diferentes características de cada tipo de fuente de energía, cada una de éstas deberá ser considerada individualmente.

Un principio físico de termodinámica establece que, a medida que crecen las diferencias de temperatura y presión entre la entrada y salida de un equipo térmico, como por ejemplo en una turbina de vapor, más energía mecánica será desarrollada para una misma cantidad de energía térmica suministrada a dicho equipo, y por lo tanto mayor será su eficiencia. Esta es la razón básica para el uso de temperaturas y presiones cada vez más altas en las modernas unidades de generación de vapor.

Entre las unidades térmicas se pueden mencionar a las siguientes:

- *Las Centrales de Vapor Convencional (TV)*
- *Las Turbinas de Gas (TG), u*sadas generalmente en la punta de la curva de carga
- *Las Centrales de Ciclo Combinado,* son una combinación de las dos anteriores, que aprovechan los gases de escape de las TG para generar vapor de agua que será aprovechado por una TV.
- *Las Centrales Nucleares.*
- *Las Unidades Diesel.*

Las siguientes son las unidades de combustibles generalmente usadas:

- *caloría* [Cal], 1 [cal] se define como la cantidad de calor necesaria para elevar 1º C la temperatura de 1 gr. de agua.

- *unidad térmica Británica* [Btu], 1 [Btu] se define como la cantidad de calor necesaria para elevar 1º F la temperatura de una libra de agua.

- *Barriles equivalentes de petróleo* [Bep].
-
- *Millares de pies cúbicos de gas* [Mcf].

Las equivalencias son:

1 [Bep] $\rightarrow$ 0.625 x 10^{σ} [Btu]

1 [Mcf] $\simeq 10^{\sigma}$ [Btu] (depende de la fuente)

251.996 [cal] = 1 [Btu]

Por convenio internacional la [cal] y la [Btu] se definen en la actualidad como múltiplos determinados del [julio]. Se encontró que si se definía exactamente 1[cal] = 1/860 [Wh], el valor de esta caloría era aproximadamente el mismo que el de la [cal] definida anteriormente.

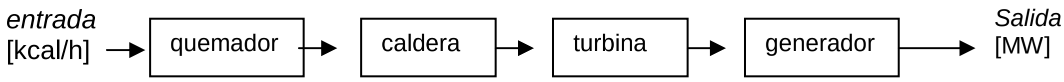
En una conversión térmica→ eléctrica, con un 100% de eficiencia:

860 [Kcal] se transforman en 1 [KWh]

3412 [Btu] se transforman en 1 [KWh]

Consumo de Combustible

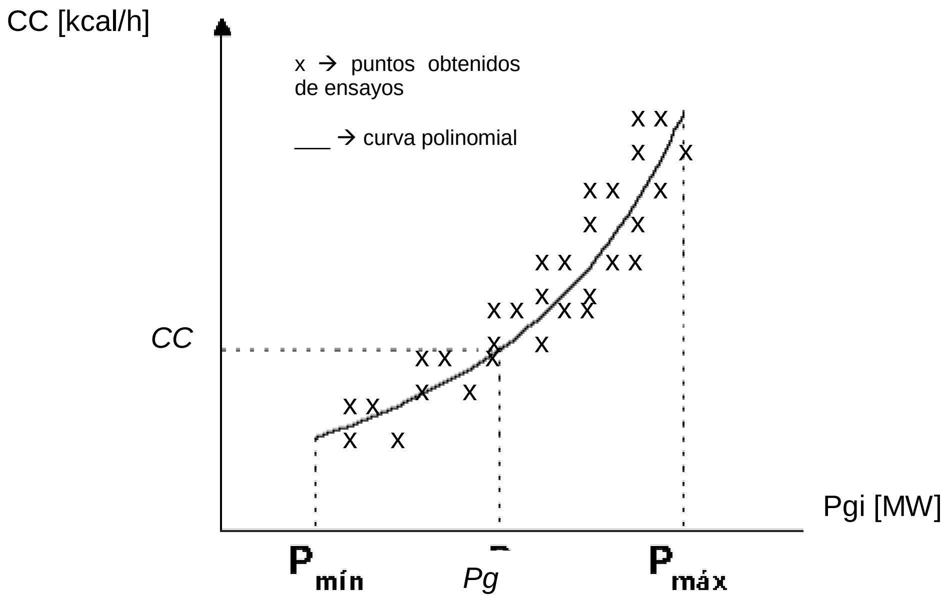
Se realiza el siguiente ensayo sobre una de las máquinas térmicas:



a) Se mide a la *entrada*, la cantidad de combustible consumido por unidad de tiempo de funcionamiento de la unidad térmica [kcal/hora].

b) Se mide a la *salida*, la potencia eléctrica desarrollada por el G en [MW]

Se obtiene la curva Consumo de Combustible en función de la potencia de salida (entrada-salida)



Generalmente la potencia mínima $P_{mín}$ a la que puede trabajar una unidad está limitada por la caldera (generador de vapor) y no por la turbina ni por el generador. La mayoría de las unidades no operan abajo del 30 % de su capacidad (mínimo técnico), ya que se requiere aproximadamente un mínimo de 30% de circulación de agua por los tubos del interior de la caldera, para su enfriamiento. Las turbinas pueden operar aproximadamente hasta un mínimo del 5% de su capacidad.

Esta curva de Consumo de Combustible encontrada por ensayo, se puede aproximar analíticamente mediante un polinomio de orden n, de la siguiente forma:

$$CC_i\left(P_{g_i}\right) = a_{i0} + a_{i1}\,x\,P_{gi} + a_{i2}\,x\,P_{g_i}^2 + \ldots. + a_{in}\ x\ P_{g_i}^n\ \ [kcal/h]$$

$CC_i\left(P_{g_i}\right) =$ Consumo de Combustible de la unidad i en función de la Potencia producida por el generador i, P_{gi}

$a_{ij} =$ parámetro j del polinomio correspondiente a la curva $CC_i(P_{gi})$ (válida de 6 a 12 meses desde la puesta en funcionamiento del equipo)

En diversos trabajos de simulación, basta considerar solamente el término cuadrático de este polinomio.

$$CC_i\left(P_{g_i}\right) = a_{i0} + a_{i1}\,x\,P_{gi} + a_{i2}\,x\,P_{g_i}^2\ \ [kcal/h]$$

Datos técnicos de 4 equipos térmicos:

Equipo térmico	Potencia [MW]	Pot. Mínima [MW]	Coeficientes del Polinomio (a_{i0}, a_{i1}, a_{i2})		
			$10^6\left[\frac{`kcal}{h}\right]$	$10^3\left[\frac{`kcal}{kWh}\right]$	$\left[\frac{`kcal}{kW^2h}\right]$
TV1	40	11	12,02	2,2	$0{,}025\text{x}10^{-3}$
TV2	80	22	16,08	2	$0{,}025\text{x}10^{-3}$
TG1	25	0	5,09	3,19	$3\text{x}10^{-4}$
TG2	40	0	8,24	2,88	$3\text{x}10^{-4}$

La unidad de $CC_i\left(P_{g_i}\right)$ resulta en $[kcal/h]$, si la potencia está en [MW] y los coeficientes del polinomio, en las unidades indicadas en la tabla de datos técnicos.

Consumo Específico y Rendimiento Térmico

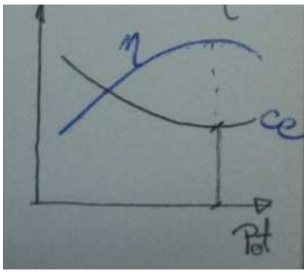
El consumo específico Ce, llamado en inglés Heat Rate, se lo define de la siguiente manera.

$$\frac{CC_i(P_{gi})}{P_{gi}} = Ce_i\left(P_{g_i}\right) = a_{i0}/P_{gi} + a_{i1} + a_{i2}\,x\,P_{g_i}\ \ \left[10^3 kcal/kWh\right]$$

Representa la eficiencia con que la energía del combustible usado en el proceso se convierte en energía eléctrica. La curva obtenida es decreciente hasta llegar a un mínimo ≈ al 90% de la Pgi_{max} . Este punto es el punto de máxima eficiencia.

El rendimiento térmico viene dado por:

$$\eta = \frac{1}{Ce_i\left(P_{g_i}\right)}\ \ \left[kWh/10^3 kcal\right]$$



Costo de Combustible

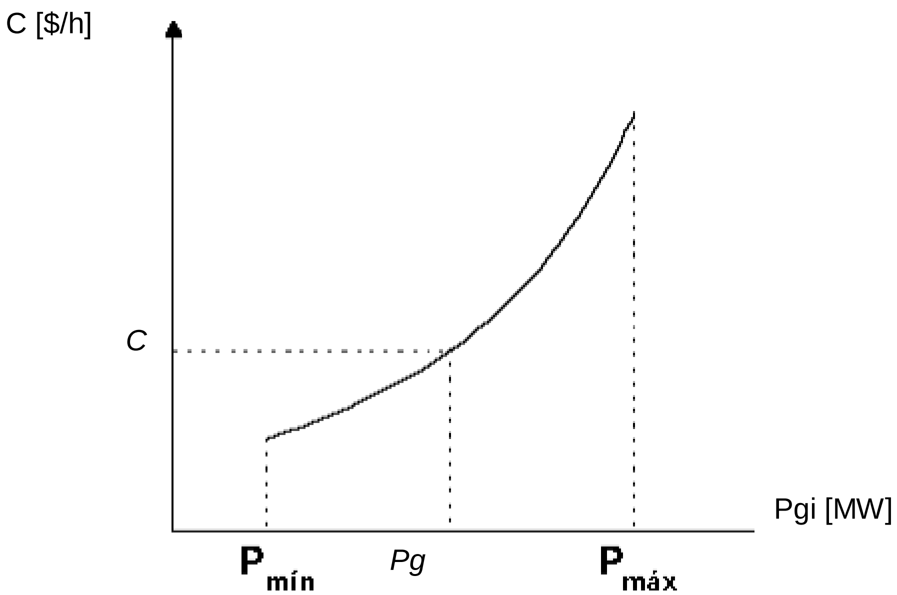
El Consumo de Combustible se puede transformar a Costo del Combustible, mediante una constante de proporción K_t:

$$C_i\left(P_{g_i}\right) = K_t\,[\$/kcal] \times CC_i\left(P_{g_i}\right)[kcal/h] \rightarrow [\$/h] \qquad (3\text{-}4)$$

$C_i\left(P_{g_i}\right) =$ Costo del combustible de la unidad térmica i por unidad de tiempo, en función de la potencia generada P_{gi}, expresado en [$/h]

$K_t =$ constante de proporción para cada tipo de combustible, expresado en [$/kcal]

La curva de $C_i\left(P_{g_i}\right)$ se puede observar en la Fig. siguiente.



La expresión de la función Costo, hasta el término cuadrático, resulta ser:

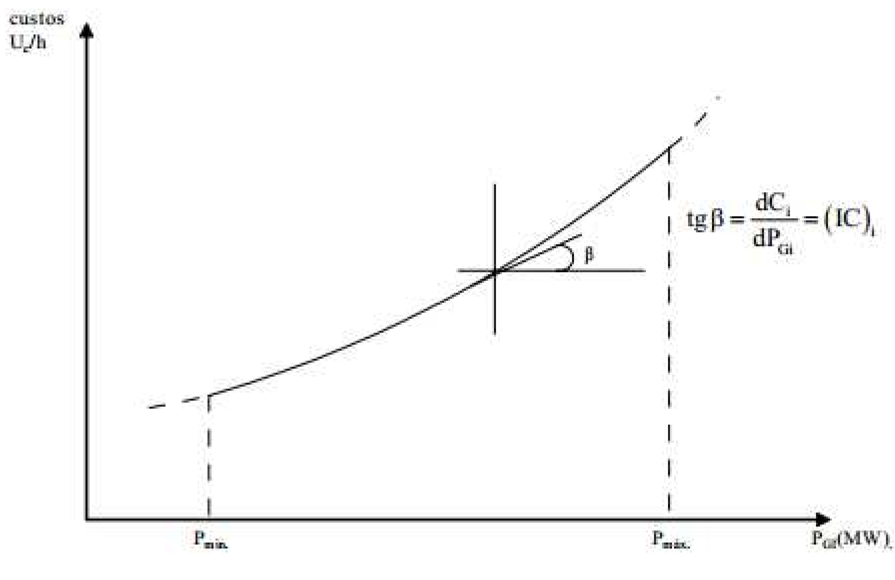
$$C_i\left(P_{g_i}\right) = b_{i0} + b_{i1}\ x\ P_{g_i} + b_{i2}\ x\ P_{g_i}^2\ \ [\$/h] \qquad (3\text{-}5)$$

$$b_{ij} = a_{ij}\ x\ K_t = \text{parámetro del polinomio correspondiente a la curva } C_i\left(P_{g_{ii}}\right)$$

III.1 Costo Incremental

El Costo Incremental CI de la UGi, CI_i, se define como:

$$CI_i = \frac{d\,C_i\,(P_{gi})}{d\,P_{gi}}\ [\$/MWh] \qquad (3\text{-}6)$$



Es decir que el costo incremental representa el costo de suministrar 1 [MWh] cuando la unidad generadora i se encuentra operando a la potencia P_{gi}.

Para el caso de una función Costo de orden dos, el CI para una UGi resulta en:

Como

$$C_i\left(P_{g_i}\right) = AF_{i0} + AF_{i1}\ x\ P_{g_i} + AF_{i2}\ x\ P_{g_i}^2\ \ [\$/h] \rightarrow$$

$$CI_i = AF_{i1} + 2\ x\ AF_{i2}\ x\ P_{g_i}\ [\$/MWh] \qquad (3\text{-}7)$$

Gráficamente esta función es una recta como se representa en la FIG. 5:

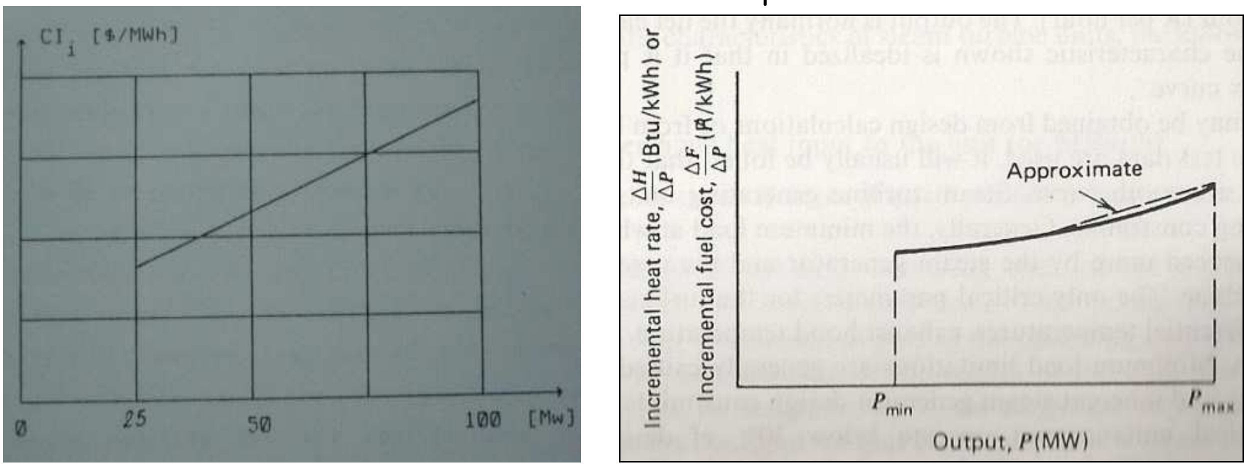


FIGURA 5

En la tabla dada abajo, se muestra, para diferentes potencias de funcionamiento (en % de su potencia nominal) y para diferentes tipos de unidades térmicas, los valores de entrada de combustible en [Btu/h] sobre los valores de salida de potencia del generador en [KW] (ver Fig. 1).

La eficiencia térmica de una máquina térmica se puede encontrar como:

$$\eta = \frac{equivalente\ térmico\,[kcal/kWh]}{consumo\ especifico\,[kcal/kWh]}$$

Equivalente térmico $= 860\,[kcal/kWh]$

El consumo específico también se lo conoce como Heat Rate

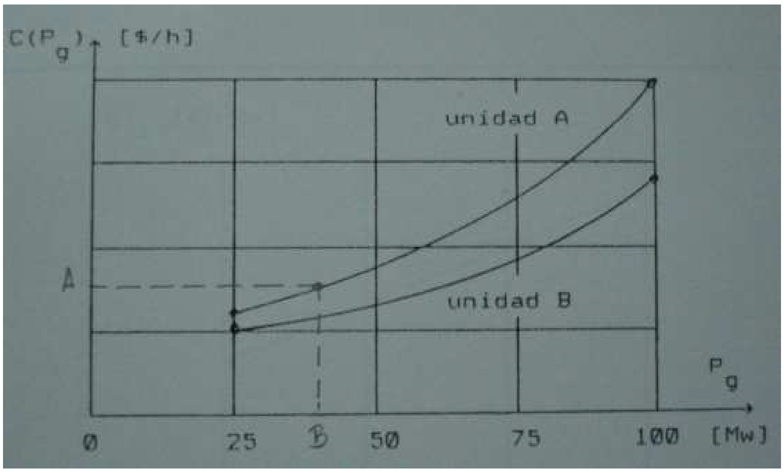
Por ejemplo en una central de carbón:

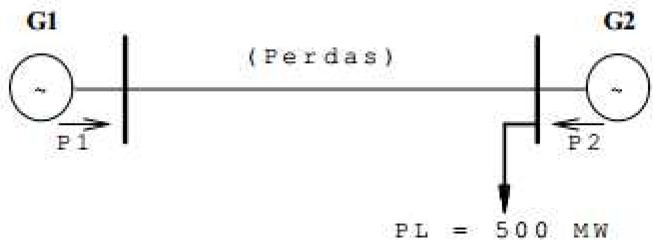
$$\eta = \frac{3412\,[Btu/kWh]}{9000\,[Btu/KWh]}\ x\ 100 = 37{,}9\%$$

Problema del Despacho Económico

Dada dos máquinas con características de costo diferentes que deben atender una demanda de 500 MW.

¿Cómo se deben cargar las máquinas para que el costo total de operación sea mínimo?





A primera vista, sería obvio despachar primero las unidades más eficientes (tipo B), pero cuando se tienen diversas máquinas, la solución al problema de atender la demanda al menor costo posible, no es tan simple y trivial.

V - TECNICAS DE OPTIMIZACION CON RESTRICCIONES

Para maximizar (max.) o minimizar (min.) una función del tipo:

$$FO = f(x_1, ..., x_n)$$

se debe encontrar las primeras derivadas de dicha función respecto a cada variable x_ι e igualarlas a cero. Luego sus segundas derivadas se usarán para determinar si la solución encontrada corresponde a un máximo, un mínimo, o a un punto de inflexión de la función FO.

Como el objetivo es max.o min. una función matemática, se llamará a esta función, Función Objetivo (FO), ec.(1-1)

En los problemas reales, una función que se quiere max. o min. generalmente tiene restricciones en los valores que pueden asumir las variables. Estas restricciones pueden ser de igualdad o desigualdad, ec. (1-2). La región definida por las restricciones se la llama generalmente, Dominio de las variables independientes (v.i.). Si no existe ningún valor de las v.i. que satisface todas las restricciones, entonces el problema no tiene solución posible.

Ejemplo:

Minimizar la siguiente función objetivo:

$$f(x_1, x_2) = 0.25\, x_1^2 + X_2^2$$

sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} \omega(x_1, x_2) = 0 \\ \omega(x_1, x_2) = 5 - x_1 - x_2 \end{cases}$$

Las gráficas de las funciones se muestran a continuación (FIG.6):

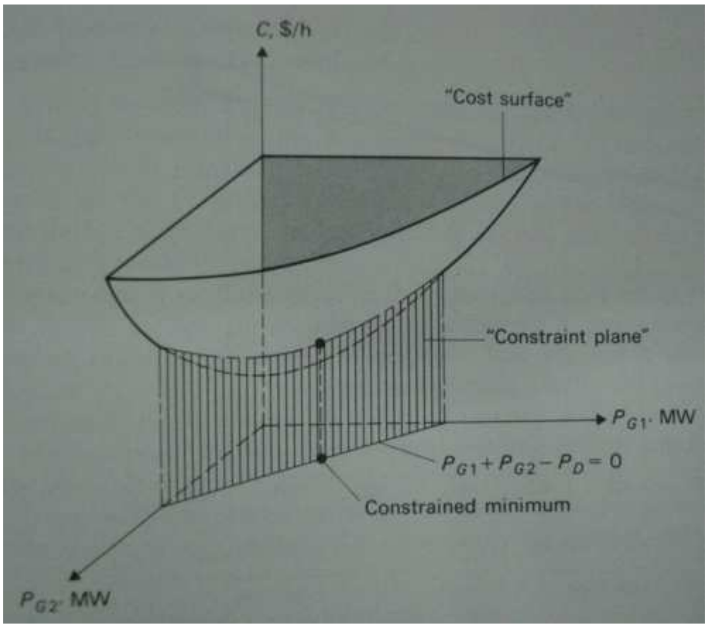


FIGURA 6

Como se observa en la FIG. 7, el punto óptimo se encuentra cuando la f es tangente a la función restricción ω:

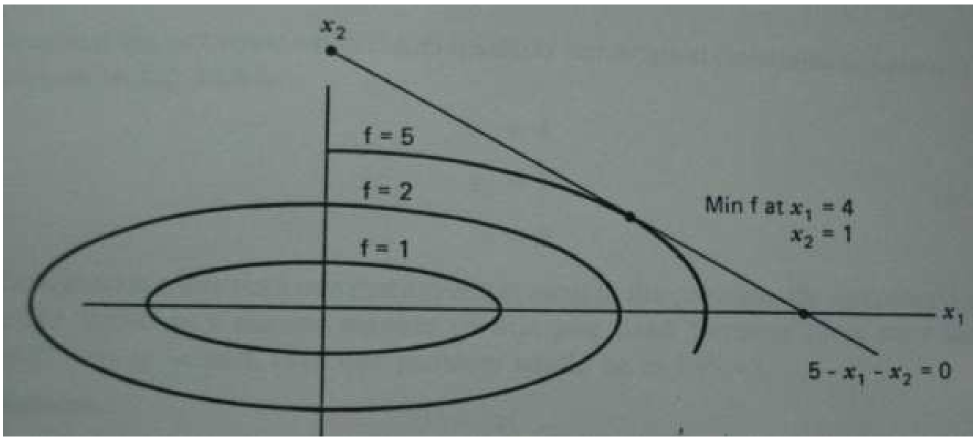


FIGURA 7

Para ser más riguroso con esta observación, se redibuja la FIG. 7, alrededor del punto óptimo, obteniéndose la FIG. 8:

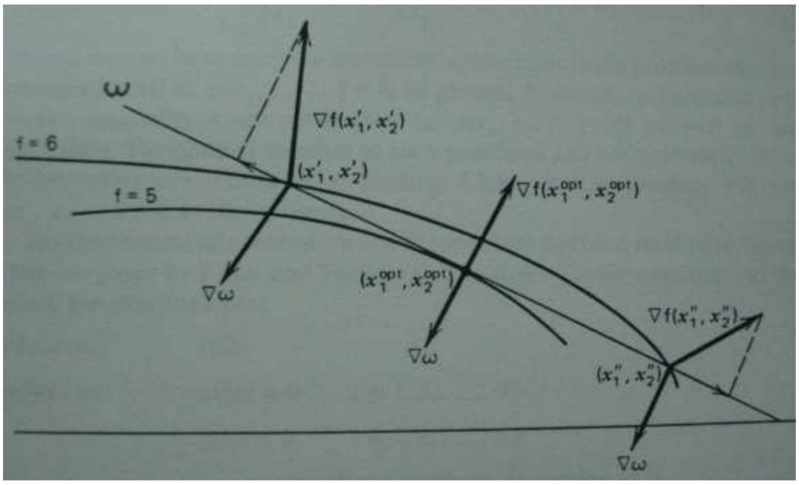


FIGURA 8

En el punto (x_1, x_2) se calcula el vector gradiente de la FO, $\vec{\nabla} f$ (x_1, x_2). Este vector es perpendicular a la FO en el punto (x_1,x_2), pero no lo es a la restricción ω, por lo tanto tiene una componente diferente de cero sobre ω. También sucede esto, en el punto (x_1, x_2). Si se realiza un movimiento por ω en el sentido de la componente diferente de cero del $\vec{\nabla} f$, se incrementará el valor de la FO. Por lo tanto para minimizar la FO, se deberá ir en el sentido opuesto al sentido de dicha componente.

En el punto óptimo el $\vec{\nabla} f$ es perpendicular (normal) tanto a la FO como a ω. Entonces para garantizar que el $\vec{\nabla} f$ es normal a ω, se requiere que el $\vec{\nabla} f$ y el gradiente $\vec{\nabla}\omega$, sean vectores linealmente dependientes, es decir vectores que tienen la misma dirección, y no necesariamente el mismo sentido y magnitud.

Matemáticamente, se puede expresar lo anterior de la siguiente manera:

$$\vec{\nabla} f + \lambda \vec{\nabla}\omega = 0$$

Esto es, los dos gradientes se suman para que se anulen, cuando uno de ellos está multiplicado por un factor de escala. Este factor de escala variable λ, es llamado *"Multiplicador de Lagrange"*. En lugar de usar los gradientes, se integra la ecuación (4-8), resultando:

$$L(x_1, ..., x_2, \lambda) = f(x_1, ..., x_n) + \lambda\, \omega(x_1, ..., x_n) \qquad (4\text{-}9)$$

Esta ecuación es llamada "Ecuación de Lagrange", y consiste de (n+1) variables. Para encontrar el óptimo de la FO, se calculan las derivadas parciales de L en función de sus (n+1) variables desconocidas, es decir:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\delta L}{\delta x_1}=0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dfrac{\delta L}{\delta x_n}=0 \\ \dfrac{\delta L}{\delta \lambda}=0 \end{array}\right\} \text{en el punto óptimo} \qquad (4\text{-}10)$$

Volviendo al ejemplo numérico, y usando de las ecuaciones (4-9) y (4-10), el problema se resuelve:

$$L(x_1, x_2, \lambda) = f(x_1, x_2) + \lambda\omega(x_1, x_2)$$

$$L(x_1, x_2, \lambda) = 0.25x_1^2 + x_2^2 + \lambda(5 - x_1 - x_2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\delta L}{\delta x_1}=0.5x_1-\lambda=0 \\ \dfrac{\delta L}{\delta x_2}=2x_2-\lambda=0 \\ \dfrac{\delta L}{\delta \lambda}=5-x_1-x_2=0 \end{array}\right\} \text{sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas}$$

Notar que la última ecuación es la restricción original.
La solución de este sistema es:

$$x_1 = 4$$
$$x_2 = 1$$
$$\lambda = 2$$

Cuando se tienen m restricciones de igualdad, el problema es:

$$FO = f(x_1, ..., x_n) \quad \rightarrow \text{Función Objetivo}$$

$$\left.\begin{array}{c} \omega_1(x_1,\ldots,x_n)=0 \\ . \\ . \\ . \\ \omega_m(x_1,\ldots,x_n)=0 \end{array}\right\} \text{restricciones de igualdad}$$

La suma de los vectores gradientes, y la ec. de Lagrange resultan:

$$\nabla f+\lambda_1 \ \nabla\omega_1+....+\lambda_m \ \nabla\omega_m=0 \qquad (4\text{-}11)$$

$$L(x_1,...,x_n,\lambda)=f(x_1,...,x_n)+\lambda_1\ \omega_1(x_1,...,x_n)+....+\lambda_m\ \omega_m(x_1,...,x_n) \qquad (4\text{-}12)$$

y las condiciones para encontrar el óptimo:

$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{\delta L}{\delta x_1}=0 \\ . \\ . \\ . \\ \dfrac{\delta L}{\delta x_n}=0 \\ \dfrac{\delta L}{\delta \lambda_1}=0 \\ . \\ . \\ . \\ \dfrac{\delta L}{\delta \lambda_m}=0 \end{array}\right\} \text{en el punto óptimo} \qquad (4\text{-}13)$$

En el caso de tener un conjunto i de restricciones de igualdad (ω_i = 0) , y uno de desigualdad (g_d = 0), es decir:

$$FO=f(x_1,...,x_n)\rightarrow \text{Función Objetivo}$$

$$\left.\begin{array}{l} \omega_i(x_1,...,x_n)=0 \\ g_d(x_1,...,x_n)\le 0 \end{array}\right\} \text{restricciones de igualdad y desigualdad}$$

Este sistema puede ser resuelto usando las condiciones de Kuhn - Tucker [1]

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \qquad \text{Para} \quad P_{i,\min} < P_i < P_{i,\max}$$

$$\frac{dF_i}{dP_i} \leq \lambda \qquad \text{Para} \quad P_i = P_{i,\max}$$

$$\frac{dF_i}{dP_i} \geq \lambda \qquad \text{Para} \quad P_i = P_{i,\min}$$

Este grupo de ecuaciones se puede interpretar de la siguiente manera: los generadores que operan entre sus límites de potencia tienen costos marginales idénticos y de valor λ, los que operan a su mínimo de potencia tienen un costo marginal igual o mayor que λ, mientras los que operan a su límite superior tienen un costo igual o menor que λ.

V – DESPACHO ECONOMICO TERMICO DESPRECIANDO PERDIDAS EN LA TRANSMISION

Suponer que el sistema a estudiar sea el mostrado en la FIG. 9:

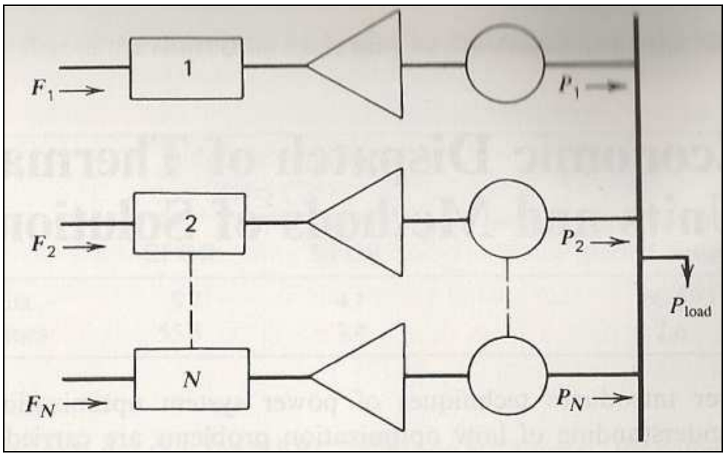


FIGURA 9

Consiste de N unidades térmicas para generación de electricidad conectadas a una barra que alimenta una carga P_D. La entrada representa el costo de combustible por hora de consumo [$/h] de la unidad térmica i, C_i (P_i). La salida, P_i, es la potencia eléctrica en [MW] generada por el generador i asociado a la unidad térmica i. El Costo Total es por supuesto la suma de los costos individuales, con la restricción que la suma de las potencias eléctricas generadas individualmente sea igual a la potencia de la demanda.

El problema es: *minimizar el costo total, con la restricción de igualdad entre lo generado y lo consumido.*

Matemáticamente se lo puede plantear fácilmente. La función objetivo (la que se quiere optimizar, en este caso minimizar) es el Costo Total CT, sujeto a la restricción que la suma de las generaciones individuales debe ser igual a la potencia total consumida:

$$CT = \sum_{i=1}^{N} C_i\left(P_i\right) \rightarrow \text{Función Objetivo a minimizar} \tag{5-14}$$

$$P_D - \sum_{i=1}^{N} P_i = \phi \rightarrow \text{restricción de igualdad} \tag{5-15}$$

Notar que en este problema de optimización, no se hace referencia a pérdidas en la transmisión ni a ningún límite en la operación del sistema, por lo que puede usarse el método de Lagrange visto en el punto anterior, para encontrar su solución.

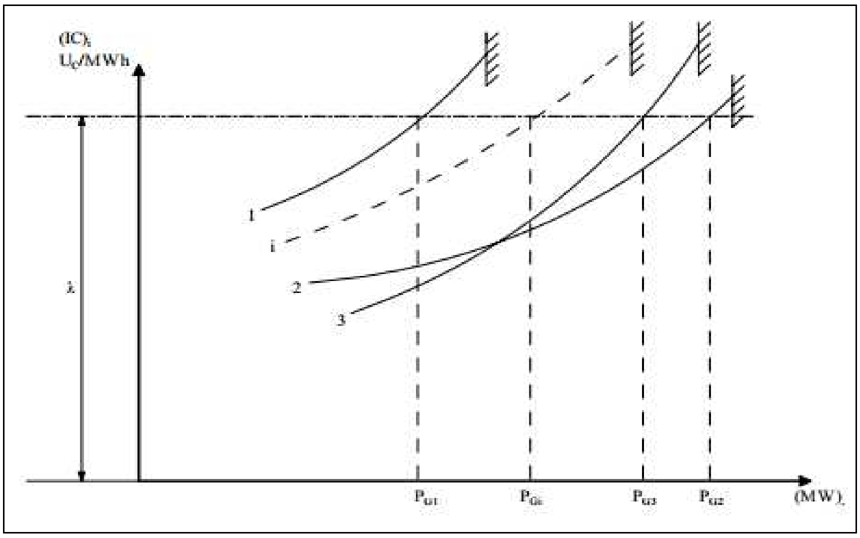
La ecuación de Lagrange está dada por:

$$L = CT + \lambda \phi$$

Usando la condición (4-10), se encuentra :

$$\frac{\delta L}{\delta P_i} = \frac{d\,CT}{d\,P_i} + \lambda \frac{d\,\phi}{d\,P_i} = \frac{d\,CT}{d\,P_i} - \lambda = 0 \rightarrow \frac{d\,CT}{d\,P_i} = \lambda = CI_i\,[\$/MWh] \qquad (5\text{-}16)$$

Es decir: *La condición necesaria para la existencia de una condición de operación al mínimo costo para un sistema de potencia térmico, es que el costo incremental de todas las unidades sea igual a un valor a determinar, llamado λ.*



Por supuesto que a esta condición necesaria, debe agregársele la condición de igualdad entre la potencia generada y la consumida.

Existen además dos condiciones de desigualdad que debe cumplir cada unidad, esto es, la potencia generada debe ser mayor o igual que una potencia mínima determinada, y menor o igual que la máxima potencia especificada.

Lo anterior puede resumirse de la siguiente forma:

$$\frac{d\,CT}{d\,P_i} = CI_i = \lambda \rightarrow \text{N ecuaciones}$$ (ver ec. (3-6))

$$P_D - \sum_{i=1}^{N} P_i = \phi \rightarrow 1\,\text{restricción de igualdad}$$

$$P_{i_{min}} \leq P_i \leq P_{i_{max}} \rightarrow 2\text{N restricciones de desigualdad}$$

Existen entonces (N+1) incógnitas, formadas por:

- Las N potencias de los N generadores cuando trabajan al mismo valor del costo incremental λ.

- El valor del costo incremental λ.

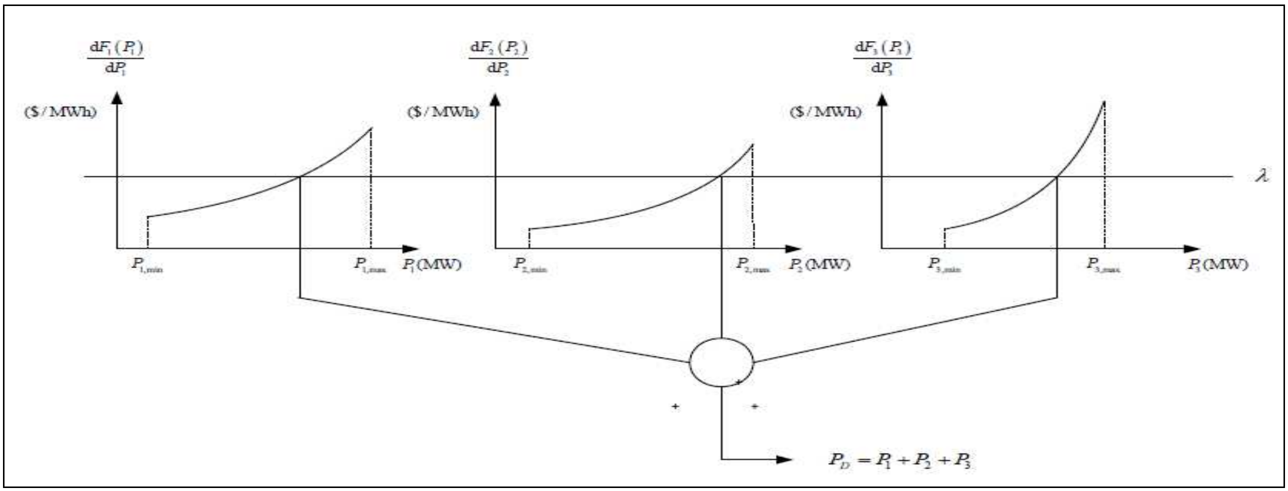
Cuando se trabajan con las 2N desigualdades, entonces las condiciones necesarias pueden extenderse de la siguiente manera (relaciones de Kuhn – Tucker) :

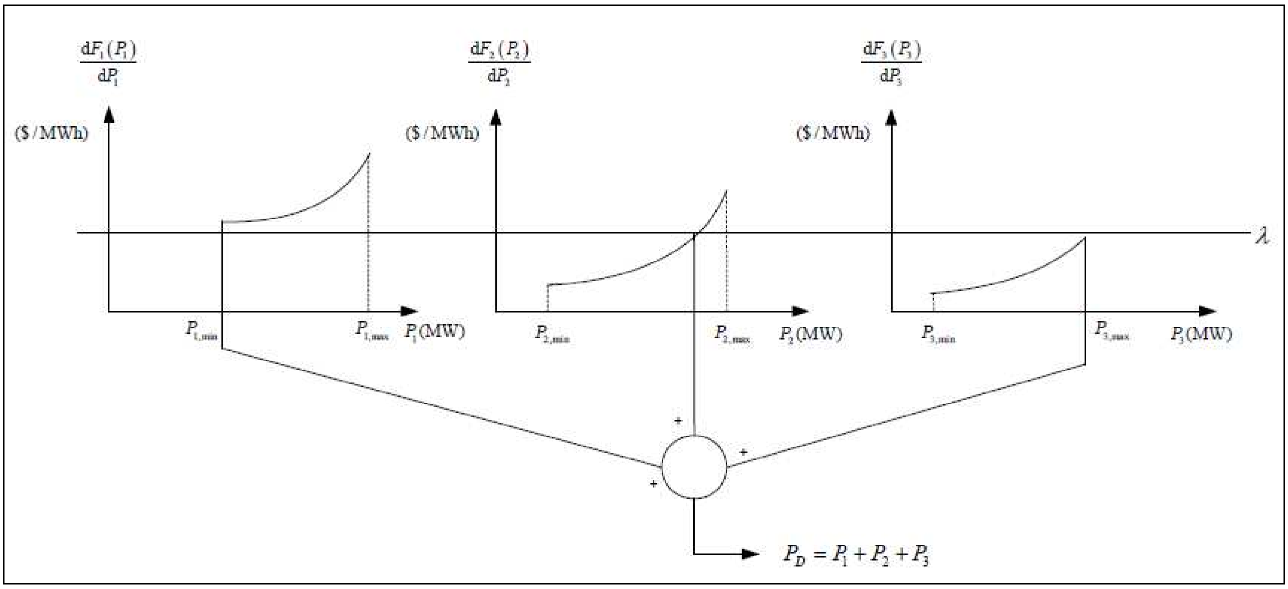
$$\frac{d\,CT}{d\,P_i} = \lambda \quad para \quad P_{i_{min}} \leq P_i \leq P_{i_{max}} \tag{5-17}$$

$$\frac{d\,CT}{d\,P_i} = \leq \lambda \quad para \quad P_i = P_{i_{max}} \tag{5-18}$$

$$\frac{d\,CT}{d\,P_i} = \geq \lambda \quad para \quad P_i = P_{i_{min}} \tag{5-19}$$

En la Figura 2.9 se muestra de manera gráfica esta interpretación.





V.1.- Ejemplos

Los ejemplos que se verán a continuación, tienen los siguientes datos:

Unidad No.	Potencia máx. [MW]	Potencia min. [MW]	Curva Entrada-Salida [Mbtu/h)
1	600	150	$CC_1 = 510 + 7.2\ P_1 + 0.00142\ P_1^2$
2	400	100	$CC_2 = 310 + 7.85\ P_2 + 0.00194\ P_2^2$
3	200	50	$CC_3 = 78 + 7.97\ P_3 + 0.00482\ P_3^2$

Problema V.1: Calcular cuál es la potencia a que deben trabajar los generadores 1, 2 y 3, para minimizar los costos de operación, y cubrir una demanda de 850 [MW].

Solución

Primero se debe calcular el costo de combustible de cada unidad. Se supone que:

La Unidad 1 tiene un costo especificado de $\rightarrow K_1 = 1.1$ [$/MBtu]

La Unidad 2 tiene un costo especificado de $\rightarrow K_2 = 1.0$ [$/MBtu]

La Unidad 3 tiene un costo especificado de $\rightarrow K_3 = 1.0$ [$/MBtu]

Entonces:

$$C_1(P_1)=CC_1(P_1)\ x\ 1.1 = 561 + 7.92\ P_1 + 0.00156\ P_1^2\ [\$/h]$$

$$C_2(P_2)=CC_2(P_2)\ x\ 1.0 = 310 + 7.85\ P_2 + 0.00194\ P_2^2\ [\$/h]$$

$$C_3(P_3)=CC_3(P_3)\ x\ 1.0 = 78 + 7.97\ P_3 + 0.00482\ P_3^2\ [\$/h]$$

$$CT = C_1(P_1) + C_2(P_2) + C_3(P_3)\ [\$/h]$$

Usando la ecuación (6-17), las condiciones para el despacho son:

$$\frac{dCT}{dP_1}=7.92 + 0.003124\ P_1 = \lambda\ \ [\$/MWh]$$

$$\frac{dCT}{dP_2}=7.85 + 0.003880\ P_2 = \lambda\ \ [\$/MWh]$$

$$\frac{dCT}{dP_3}=7.97 + 0.009640\ P_3 = \lambda\ \ [\$/MWh]$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 850\ [MW]$$

Resolviendo este sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas, se encuentra:

$$\lambda=9.148\ [\$/MWh]$$

$$P_1=393.2\ [MW]$$

$$P_2=334.6\ [MW]$$

$$P_3=122.2\ [MW]$$

<u>Observación</u>: Se debe notar que se cumple con todas las restricciones, esto quiere decir que cada unidad se encuentra trabajando entre sus límites de operación, y que la suma de todas las generaciones es igual a la demanda de 850 [MW].

Gráficamente el problema y la solución pueden ser comprendidos usando la FIG.10.

FIGURA 10

Problema V.2: Idem al anterior, pero considerando esta vez que:

La Unidad 1 tiene un costo especificado de → K = 0.9 [$/MBtu]

Solución

Por lo tanto:

$$C_1(P_1) = CC_1(P_1)\, x 0.9 = 459 + 6.48\, P_1 + 0.00128\, P_1^2\ [s/h]$$

La solución que se encuentra siguiendo el método anterior es:

$$\lambda = 8.248\ [\$/MWh]$$

$$P_1 = 704.6\,[MW]$$

$$P_2 = 111.8\,[MW]$$

$$P_3 = 32.6\,[MW]$$

Esta solución cumple con:

$$P_1 + P_2 + P_3 = 850\,[MW]$$

pero como las unidades 1 y 3 trabajan fuera de sus límites de operación, este problema se resuelve usando las condiciones (6-17,18,19).

Suponer que la Unidad 1 opera a potencia máxima (600 MW), y la Unidad 3 a potencia mínima (50 MW), el despacho se vuelve:

$$P_1 = 600[MW]$$

$$P_2 = 200[MW]$$

$$P_3 = 50[MW]$$

De la condición (6-17) se observa que λ debe ser igual al costo incremental de la Unidad 2, ya que ésta trabaja entre sus límites:

$$\lambda = \left.\frac{dCT}{dP_2}\right|_{P_2=200} = 8.626\ [\$/MWh]$$

Ahora se calcula el costo incremental para las Unidades 1 y 3:

$$\left.\frac{dCT}{dP_1}\right|_{P_1=600} = 8.016\ [\$/MWh]$$

$$\left.\frac{dCT}{dP_3}\right|_{P_3=50} = 8.452\ [\$/MWh]$$

Se ve que el CI de la Unidad 1 es menor que el λ, por lo tanto y usando la condición (6-18) $\rightarrow$ que la Unidad 1 deberá operar a su máxima potencia.

Sin embargo el CI de la Unidad 3 no es mayor que el λ, por lo tanto la Unidad 3 no estará forzada a operar a su mínima potencia.

Entonces para encontrar el despacho óptimo, se permite que el CI de las Unidades 2 y 3 sean iguales a λ:

$P_1 = 600$ [MW]

$$\frac{dCT}{dP_2} = 7.85 + 0.003880\,P_2 = \lambda$$

$$\frac{dCT}{dP_3} = 7.97 + 0.009640\,P_3 = \lambda$$

$$P_2 + P_3 = 850 - P_1 = 250\ [MW]$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, se encuentra:

$$\lambda = 8.576\ [\$/MWh]$$

$$P_2 = 187.1\ [MW]$$

$$P_3 = 62.9\ [MW]$$

Se debe notar que este despacho cumple con las condiciones (6-17,18,19), ya que:

$$\left.\frac{dCT}{dP_1}\right|_{P_1=600} = 8.016\ [\$/MWh]$$

es menor que λ, mientras que:

$$\frac{dCT}{dP_2} = \frac{dCT}{dP_3} = \lambda$$

V.2.- El Método Iteración-Lambda

Para entender como funciona este algoritmo, suponer que se tiene un sistema con tres unidades, y se desea encontrar el punto de operación óptimo.

Gráfica de un SEP con tres Gs.

Gráficamente la idea es dibujar las características de CI de cada unidad i, y para cada valor de λ encontrar la potencia generada por cada UG, y la potencia total que debe equilibrar la demanda (FIG.12).

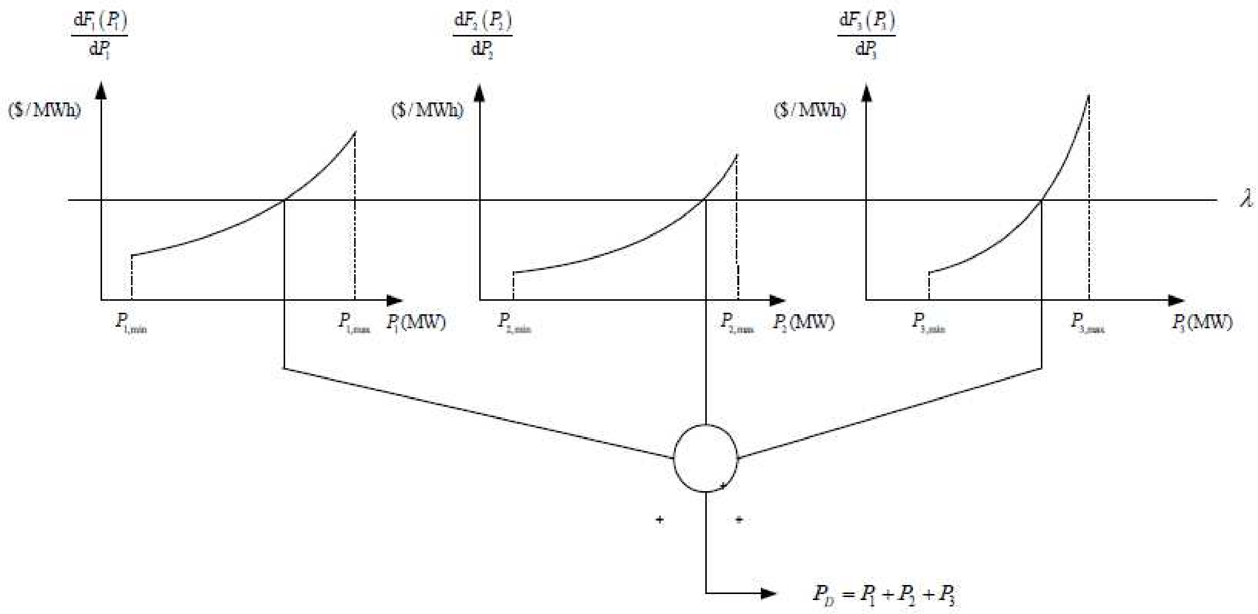


Figura 11

La forma de encontrar el λ se realiza usando el método mostrado en la FIG.13.

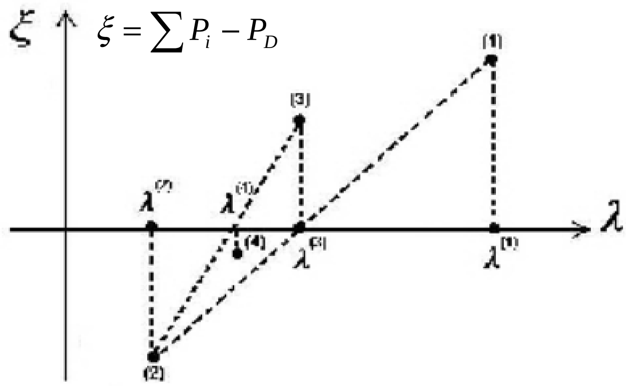


FIGURA 12

La FIG.11 muestra un diagrama en bloque del algoritmo de cálculo Iteración-Lambda, que encuentra la solución del despacho económico térmico sin considerar pérdidas en las LT.

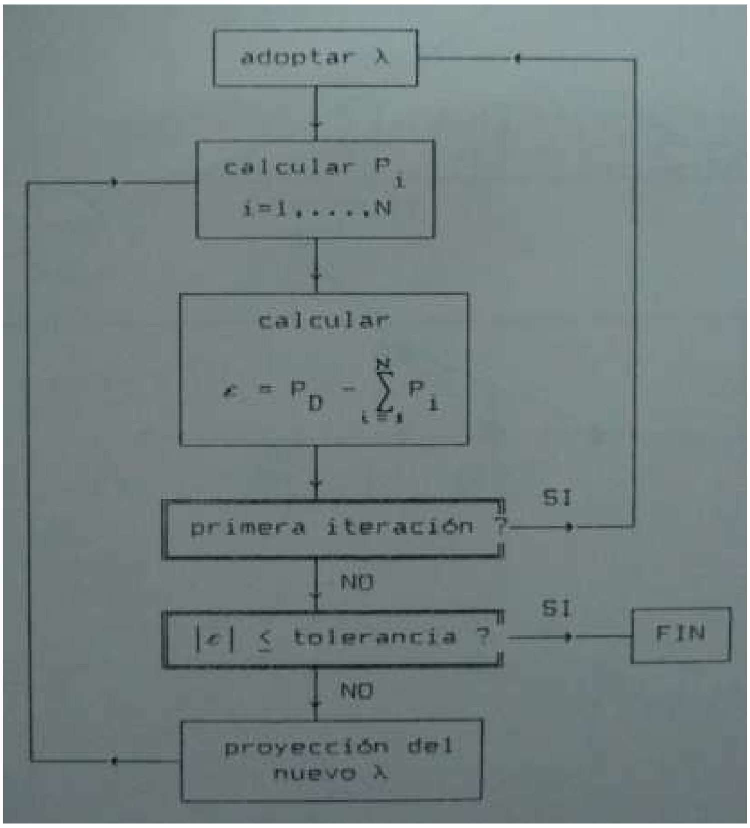


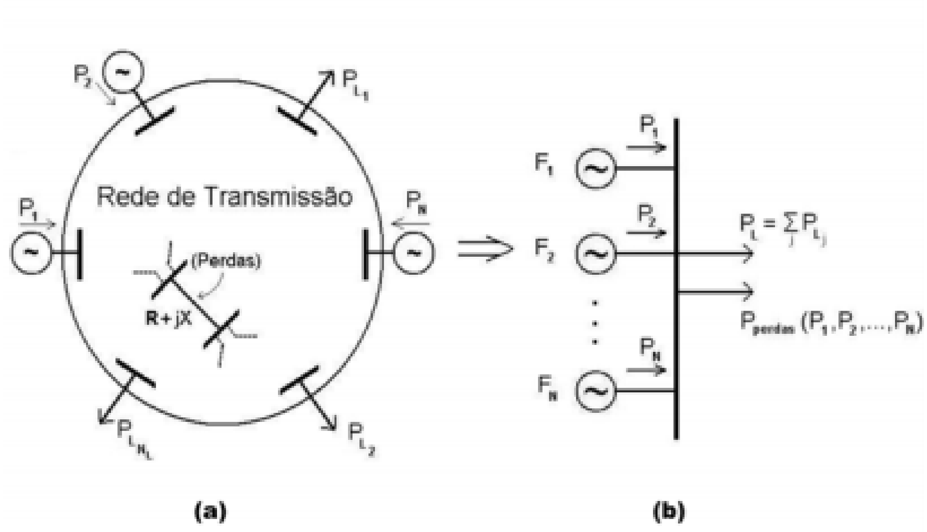
FIGURA 13

Para establecer los puntos de operación de cada unidad i a un costo mínimo, satisfaciendo al mismo tiempo la demanda especificada, se debe adoptar un CI de valor $\lambda^{(1)}$ (1ra. iteración) , y de aquí encontrar la potencia generada por cada unidad. Con seguridad la primera estimación será incorrecta. Si se adoptó un valor de λ, $\lambda^{(1)}$, tal que la potencia total generada es mayor que la demanda, se deberá disminuir el valor de $\lambda^{(1)}$ a $\lambda^{(2)}$ (2da. iteración), y encontrar otra posible solución. A estas dos soluciones iniciales se las puede interpolar o extrapolar para conseguir un valor de $\lambda^{(3)}$ más cercano a la solución final.

El algoritmo de la FIG. 13 es del tipo iterativo y se debe establecer alguna regla de parada. Una puede ser, como la mostrada en el diagrama en bloque, encontrar el punto de operación apropiado con una tolerancia especificada. Otra regla posible es contar el número de iteraciones y parar cuando un cierto valor de las mismas es superado.

VI - DESPACHO ECONOMICO TERMICO CONSIDERANDO PERDIDAS EN LA TRANSMISION

La FIG.14 muestra simbólicamente un sistema de generación térmica conectado a una barra equivalente de carga a través de una red de transmisión:



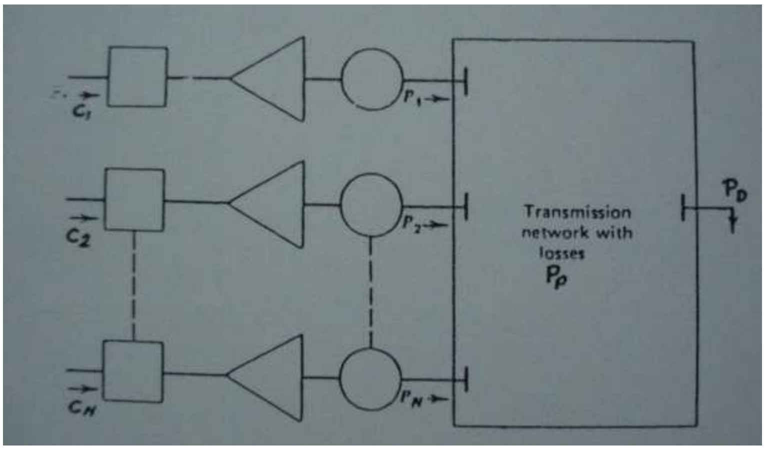


FIGURA 14

El despacho económico en este caso es más complicado que en el estudiado anteriormente debido a que la restricción de igualdad tiene un término más, incluyendo ahora las pérdidas en la transmisión.

La Función Objetivo es la misma que en el caso anterior (ec.(5-14)):

$$CT = \sum_{i=1}^{N} C_i\left(P_i\right) \rightarrow \text{Función Objetivo a minimizar}$$

Sin embargo la ecuación (5-15) debe ser expandida como se muestra a continuación:

$$P_D + P_p - \sum_{i=1}^{N} P_i = \phi \rightarrow \text{restricción de igualdad} \qquad (6\text{-}20)$$

donde:

P_p = Potencia de pérdidas en la transmisión, en [MW]

Para establecer las condiciones necesarias para minimizar el costo de operación, se sigue el mismo procedimiento que en el caso sin pérdidas en la transmisión. La P_p es función de las impedancias del sistema y de los flujos que circulan por el mismo, por lo tanto:

$$L = CT + \lambda \phi$$

$$P_D + P_p - \sum_{i=1}^{N} P_i = \phi$$

$$\frac{\delta L}{\delta P_i} = \frac{d\,CT}{d\,P_i} + \lambda \frac{d\phi}{d\,P_i} = \frac{d\,CT}{d\,P_i} - \lambda \left(1 - \frac{\delta P_p}{\delta P_i}\right) = 0 \qquad (6\text{-}21)$$

entonces:

$$\frac{d\ CT}{d\ P_i} = \lambda \left(1 - \frac{\delta P_p}{\delta P_i}\right) \qquad (6\text{-}22)$$

o escrita de otra manera:

$$\frac{d\,CT}{d\,P_i} + \lambda\ \frac{\delta P_p}{\delta P_i} = \lambda$$

$$P_D + P_p - \sum_{i=1}^{N} P_i = 0$$

$$\frac{\delta P_p}{\delta P_i} = \text{Pérdida Incremental respecto de la unidad}\ i = PI_i$$

Si se despeja λ de la ec.(6-22), se encuentra:

$$\lambda = \frac{d\,CT \backslash d\,P_i}{\left[1 - \dfrac{\delta P_p}{\delta P_i}\right]} \qquad (6\text{-}23)$$

Se observa que cuanto mayores son las PI, menor será el denominador, por lo tanto mayor será el λ, entonces las UG deberán generar más para cubrir dichas pérdidas como es lógico suponer.

Cuando no se consideran las pérdidas en las LT, la PI es cero, por lo tanto la ec.(6-22) se transforma en la ec.(5-17).

Es mucho más difícil resolver este nuevo conjunto de ecuaciones que el anterior, ya que ahora está involucrada la P_p. Existen dos formas de aproximarse a la solución:

- Desarrollando una expresión matemática de las pérdidas en la transmisión en función de la potencia generada por cada unidad [referencia].

- Incorporando las ecuaciones de flujo de carga como restricciones en el problema de optimización (Flujo de Carga Optimo).

VI.1.- Algoritmo de Cálculo

Una forma de resolver este tipo de sistema de ecuaciones no lineales, es siguiendo el algoritmo que a continuación se explica a través de la resolución de un problema.

Problema VI.1:

Usando los mismos datos del problema VI.1, y considerando la siguiente expresión de pérdidas:

$$P_p = 0.00003\,P_1^2 + 0.00009\,P_2^2 + 0.00012\,P_3^2$$

calcular lo mismo que se pide en el problema VI.1.

Solución

A pesar que la fórmula de pérdidas es demasiado simple, será suficiente para mostrar las dificultades que se plantean en calcular el despacho económico cuando se consideran dichas pérdidas.

Aplicando la ec.(6-22):

$$\frac{d\,CT}{d\,P_1} = \lambda\left[1 - \frac{\delta P_p}{\delta P_1}\right]$$

$$7.92 + 0.003124\,P_1 = \lambda\left[1 - 2\left(0.00003\right)P_1\right]$$

en forma similar para P_2 y P_3:

$$7.85 + 0.003880\,P_2 = \lambda\left[1 - 2\left(0.00009\right)P_2\right]$$

$$7.97 + 0.009640\,P_3 = \lambda\left[1 - 2\left(0.00012\right)P_3\right]$$

$$P_1 + P_2 + P_3 - 850 - P_p = 0$$

Este sistema de ecuaciones es del tipo no lineal, y necesitará de un cierto algoritmo de cálculo para su resolución.

Paso 1: Adoptar valores para P_1, P_2 y P_3, de tal forma que su suma sea igual al valor de la demanda.

Paso 2: Calcular las pérdidas incrementales PI_i, así como también la pérdida total P_p. Las PI_i y la P_p serán consideradas constantes hasta que se retorne al Paso 2.

Paso 3: Calcular los nuevos valores de λ, P_1, P_2 y P_3 usando la ecuación (6-22) y las PI_i encontradas en el paso 2. Esto es tan simple como el cálculo del problema VI.1, ya que las ecuaciones son ahora lineales.

Paso 4: Comparar las P_1, P_2 y P_3 del paso 3 con los valores usados al comienzo del paso 2. Si no existen variaciones significativos en los mismos, se llegó a la solución, si no volver al paso 2.

Usando este algoritmo de cálculo se resuelve el problema VII.1:

Paso 1: se adopta

$P_1 = 400\ [MW]$

$P_2 = 300\ [MW]$

$P_3 = 150\ [MW]$

Paso 2: Las PI_i son

$PI_1 = 2(0.00003)\ 400 = 0.0240$

$PI_2 = 0.0540$

$PI_3 = 0.0360$

Usando la fórmula de pérdidas y con los valores de potencia adoptados se encuentra:

$P_p = 15.6\ [MW]$

Paso 3: se puede resolver ahora el siguiente conjunto de ecuaciones

$7.92 + 0.003124\ P_1 = \lambda\ [1 - 0.0240] = 0.976\ \lambda$

$7.85 + 0.003880\ P_2 = \lambda\ [1 - 0.0540] = 0.946\ \lambda$

$7.97 + 0.009640\ P_3 = \lambda\ [1 - 0.0360] = 0.964\ \lambda$

$P_1 + P_2 + P_3 - 850 - 15.6 = P_1 + P_2 + P_3 - 865.6 = 0\ [MW]$

Estas ecuaciones son ahora lineales, y los resultados son:

$\lambda = 9.5252\ [\$/MWh]$

$P_1 = 440.68\ [MW]$

$P_2 = 299.12\ [MW]$

$P_3 = 125.77\ [MW]$

Paso 4: Como los valores de potencia son muy diferentes de los adoptados, se vuelve al paso 2.

Paso 2: Las PI_i son recalculados con los nuevos valores de generación.

$$PI_1 = 2(0.00003)\,440.68 = 0.0264$$

$$PI_2 = 0.0538$$

$$PI_3 = 0.00301$$

Paso 3:

$$7.92 + 0.003124\ P_1 = \lambda\left[1 - 0.0264\right] = 0.9736\ \lambda$$

$$7.85 + 0.003880\ P_2 = \lambda\left[1 - 0.0538\right] = 0.9462\ \lambda$$

$$7.97 + 0.009640\ P_3 = \lambda\left[1 - 0.0301\right] = 0.9699\ \lambda$$

$$P_1 + P_2 + P_3 - 850 - 15.78 = P_1 + P_2 + P_3 - 865.78 = 0\ [MW]$$

La solución de este sistema de ecuaciones lineales es:

$$\lambda = 9.5275\ [\$/MWh]$$

$$P_1 = 433.94\ [MW]$$

$$P_2 = 300.11\ [MW]$$

$$P_3 = 131.74\ [MW]$$

Paso 4: Como los valores de potencia son muy diferentes de los adoptados, se vuelve al paso 2.

A continuación se construye una tabla donde se ve como convergen los resultados que se obtienen en las diferentes iteraciones:

Iteración	P_1 [MW]	P_2 [MW]	P_3 [MW]	Pérdidas [MW]	λ [$/MWh]
1	400.00	300.00	150.00	15.60	9.5252
2	440.68	299.12	125.77	15.78	9.5275
3	433.94	300.11	131.74	15.84	9.5285
4	435.87	299.94	130.42	15.83	9.5283
5	435.13	299.99	130.71	15.83	9.5284

VII - DESPACHO ECONOMICO - UNIT COMMITMENT

Se debe enfatizar cuál es la diferencia esencial que existe entre el problema del Despacho Económico y el de la Elección de Unidades, EU, dentro del parque generador disponible.

El Despacho Económico supone que existen ya, N unidades generadoras conectadas al SEP. El fin del Despacho es encontrar la forma de operar óptimamente estas N unidades. Es este problema el que se estudió hasta aquí.

Por otra parte la EU es más complejo . Se puede suponer que se tiene un parque generador de N unidades disponibles y un pronóstico de la demanda a ser cubierta, entonces al problema de la EU se lo puede plantear de la siguiente forma:

Dado que existe un cierto número de subgrupos, de un grupo de N unidades generadoras, y cada uno de estos puede satisfacer la demanda, ¿Cuál de estos subgrupos deberá ser usado para minimizar los costos de operación?

El problema de la EU puede extenderse en un período de tiempo que, puede ser las 24 hs de un día, o las 168 hs de una semana, y es de muy difícil solución. El procedimiento de la solución involucra al problema del Despacho Económico como a un subproblema. Esto significa que para cada subgrupo con posibilidades de cubrir la demanda, deberá ser realizado un Despacho Económico. Esto permitirá encontrar el costo de operación óptimo para cada subgrupo, pero no establece cual de los subgrupos es el que dará el mínimo costo sobre un período de tiempo.

El problema del EU es difícil de resolver matemáticamente puesto que involucra variables enteras (0 y 1) . Esto quiere decir que a las UG se las debe considerar funcionando o no.

En años recientes se desarrollaron algunos métodos para solucionar estos tipos de problemas de optimización. Las dos técnicas más usadas son:

- La Programación Entera

- La Programación Dinámica

VIII - CONTROL AUTOMATICO DE GENERACION

El control centralizado juega hoy en día un importante rol en los modernos SEP, los que generalmente están compuestos de áreas interconectadas y donde cada área tiene su propio centro de control. El estudio se realiza considerando el control bajo condiciones normales de carga.

La FIG. 25 muestra una curva de carga típica diaria para una determinada área. La base de la carga está cubierta por generadores que operan al 100% de su potencia durante el período de 24 hs. (nucleares, grandes centrales de vapor, hidroeléctricas de pasada). De la parte variable de la carga se encargan las Unidades Controladas desde el control de carga (centrales de vapor de mediano porte, hidroeléctricas). Durante las horas de pico de carga, se emplean unidades menos eficientes (turbinas de gas, diesel). Estas funcionan generalmente a una potencia menor que la nominal, por lo que se tiene una reserva rotante que se suma a la de los generadores de reserva que funcionan en vacío.

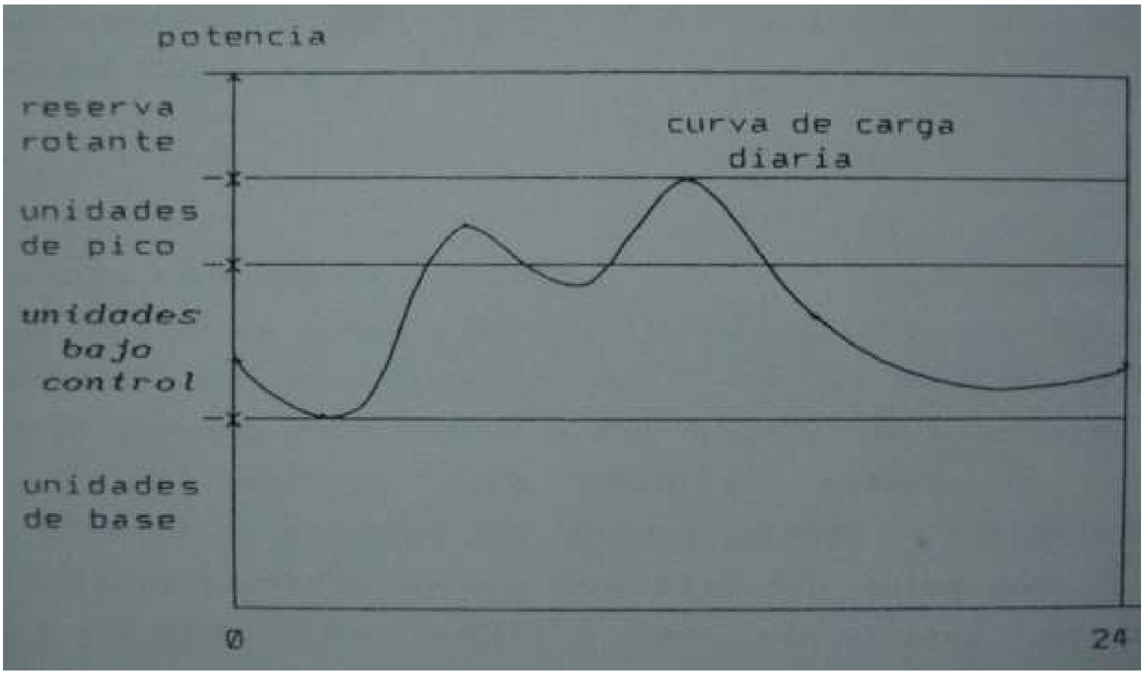


FIGURA 25

El centro de control recibe la información, entre otras, de las siguientes variables:

- *Frecuencia del área*
- *Salidas de unidades generadoras*
- *Flujos de Potencia por las líneas de interconexión*

Esta información es usada por el *Control Automático de Carga-Frecuencia*, para mantener la frecuencia del área y los flujos por las interconexiones, en sus valores programados. Señales de cambios de potencia son enviadas periódicamente a los reguladores de los generadores.

Los costos de operación varían ampliamente entre las unidades que se controlan. Las grandes unidades tienden a ser más eficientes, pero los diferentes costos de los combustibles usados hace que se realice un estudio económico para saber cuales de éstas deben operar. Es el *Despacho Económico* el que determina la potencia a que deben trabajar las unidades controladas, para minimizar el costo total de operación para una dada carga. El *Despacho Económico* está coordinado con el *Control Automático* de Carga-Frecuencia, tal que las señales de referencia enviadas a las *Unidades Controladas* muevan a las mismas hacia su operación económica, satisfaciendo los objetivos de equilibrio entre la carga y la generación, y frecuencia en el nivel establecido.

La ecuación (7-13) daba el valor del *Error de Control de Area* (ECA) consistiendo de una combinación linear del error de intercambio ΔI, y el error de frecuencia Δf:

$$ECA = (I_M - I_P) + 10\beta\,(f_M - f_P) = \Delta I + 10\beta\Delta f$$

El cambio en el valor de la referencia de potencia ΔP_{refi} de la unidad i operando bajo el control de carga-frecuencia, es proporcional a la integral del ECA:

$$\Delta P_{ref} = -K_i \int ECA\,dt \qquad (8\text{-}15)$$

Cada área controla su frecuencia y su intercambio de potencia, en su centro de control de carga. Se calcula el ECA dado por (7-13), y el ECA es distribuido en ciertos porcentajes entre las unidades controladas. Las señales de comando son enviadas a las unidades en intervalos discretos de tiempo (2 o más segundos) para ajustar sus valores de referencia. Cuando los comandos se acumulan, se actúa siguiendo la acción integral dada por (8-15). La constante K_i es una ganancia del integrador. El signo menos indica que si el ECA es negativo, entonces el área deberá aumentar su generación.

Cuando se produce un cambio de carga en un área, se puede encontrar un nuevo estado estable de operación sólo después de que la potencia de salida de cada unidad generadora en el sistema interconectado, alcance un valor constante. Esto sucede cuando el ECA de cada área tiene un valor cero. Además el ECA es cero en cada área sólo cuando ΔI y Δf son ceros. Por lo tanto en régimen estable son satisfechos estos dos objetivos del control carga-f.

La elección del bias β y de la constante K_i, afecta la respuesta transitoria a los cambios de carga, por ejemplo en la velocidad y en la estabilidad de la respuesta. En la referencia [5] Cohn muestra que eligiendo un valor de β igual a la energía reguladora equivalente del área (ecuac.7-14), resulta en un buen funcionamiento del sistema interconectado. La ganancia del integrador, K_i, no deberá ser muy alta, ya que puede resultar en una operación inestable.

Como se señaló anteriormente el ECA es distribuido en ciertos porcentajes entre las unidades controladas. La distribución se realiza por medio de la fórmula:

$$\Delta P_{gi} = K_{1i}\, x\, ECA \qquad i = 1, \ldots, m \tag{8-16}$$

donde:

$\Delta P_{gi} =$ potencia que debe regular el generador i bajo control

$K_{1i} =$ factor de participación de la unidad i

$m =$ número total de unidades bajo control

El factor de participación puede ser encontrado mediante la expresión:

$$K_{1i} = P_{\mathrm{Re}\,g_i} \,/\, P_{\mathrm{Re}\,g} \tag{8-17}$$

donde

$P_{\mathrm{Re}\,g_i} =$ rango de regulación positiva de potencia activa de la unidad i

$P_{\mathrm{Re}\,g} =$ rango total de regulación de todas las unidades bajo control

$$P_{\mathrm{Re}\,g} = \sum_{1}^{m} P_{\mathrm{Re}\,g_i}$$

Por lo tanto:

$$\sum_{1}^{m} K_{1i} = 1$$

Otros dos objetivos del control carga-f son:

- Hacer cero el error acumulado de frecuencia:

La señal de error de f usado en el control del sistema, resulta de la comparación de la f medida y una f patrón que no está afectada por la operación del sistema. Las fuentes de frecuencia patrón están normalmente constituidas por cristales de cuarzo (idénticas a las usadas en las estaciones transmisoras de radio) , y controladas en forma precisa por diapasón, o señales de radio de frecuencia patrón emitidas por órganos oficiales.

A través de la acumulación de los desvíos instantáneos de f, es posible determinar la acumulación del error de tiempo, que está normalmente limitado a dos segundos (en adelanto o atraso). Cuando esta acumulación alcanza el límite de tiempo acordado, todos los sistemas interconectados alteran la frecuencia a un valor predeterminado (usualmente 0.02 Hz), en una dirección que torna al error de tiempo igual a cero. De esta forma, la frecuencia del SEPI retornará a la programada.

- Hacer cero el error acumulado de intercambio

Observación: El control carga-f mantiene el control durante cambios normales de carga. Durante emergencias, cuando se producen grandes desequilibrios entre la carga y la demanda, el control carga-f es ignorado, y otro tipo de control asume la responsabilidad de normalizar la operación del sistema.

Coordinación del Despacho Económico y el Control Carga-frecuencia

Los objetivos del *Despacho Económico* (minimizar el costo total de operación del sistema) y del *Control Carga-f* (mantener la frecuencia del sistema y el intercambio entre áreas a los valores programados), se encuentran ajustando los valores de referencia de potencia de los reguladores de las unidades. La FIG. 26 muestra un diagrama simplificado de una estrategia de *CONTROL AUTOMATICO DE GENERACION*, que hace cumplir los objetivos señalados de una manera coordinada:

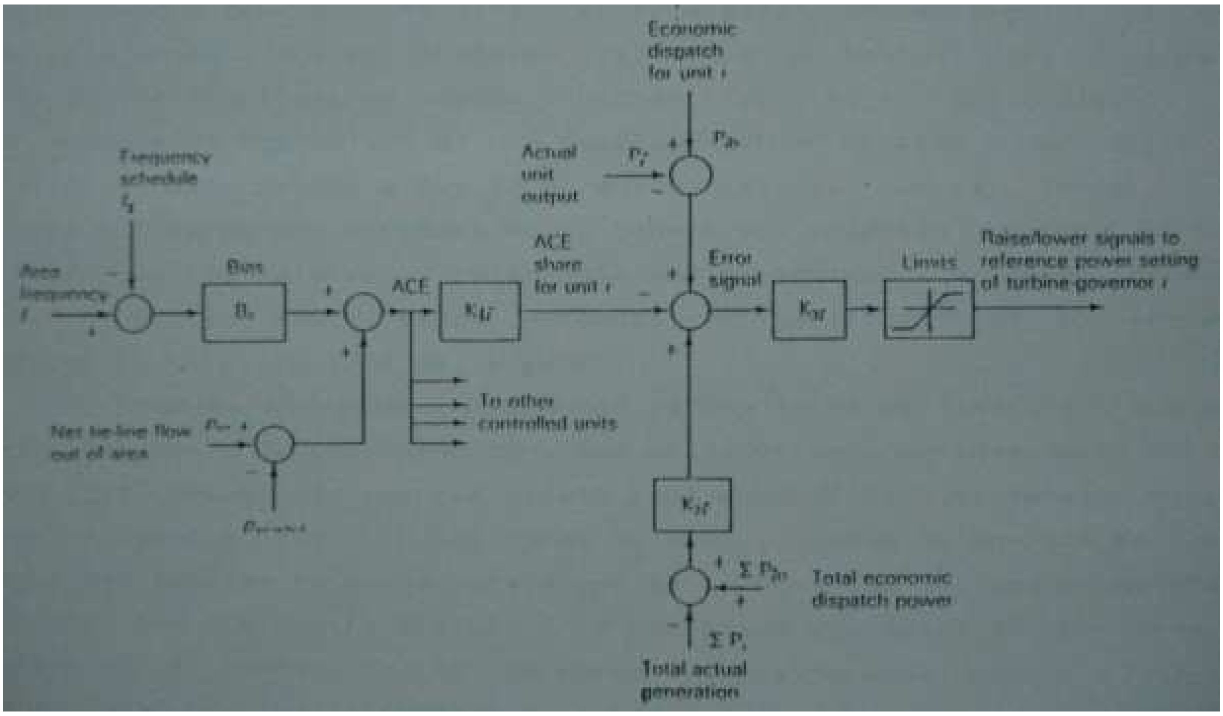


FIGURA 26

La estructura señalada se la puede analizar de la siguiente forma:

1) Se calcula el Error de Control de Area, ECA, y a través del factor de participación K_{2i} (ecuac.8-17) se distribuye este Error entre las m unidades generadoras que están bajo control .

2) Se calcula la diferencia que se produce entre la generación total actual y la deseada por el Despacho Económico, y a través de un factor de participación K_{2i} se distribuye la potencia entre las m unidades generadoras bajo control.

3) Se calcula la diferencia que se produce entre la generación actual del generador i y la deseada por el Despacho Económico, y es dirigida a la unidad i.

4) Se calcula el error total dado por la suma de señales encontradas en los puntos anteriores, y se lo multiplica por una ganancia de control K_{3i}, que determina la señal de aumento o disminución que se envía al regulador de la unidad i bajo control.
En la práctica esta señal es enviada a cada unidad en intervalos discretos de tiempo de 2 a 10 seg. La salida de potencia deseada P_{iD} de la unidad controlada, determinada por el programa de Despacho Económico, es actualizada generalmente en intervalos de 2 a 10 min.

Despacho Económico considerando otros Tipos de Unidades

El criterio de despacho económico ha sido derivado de un SEPI que tiene un parque generador térmico. En la práctica sin embargo, un área tiene diferentes tipos de unidades (térmicas a combustibles fósiles, nucleares, hidráulicas de bombeo, hidráulicas, no convencionales).

Aunque el costo fijo de una *Central Nuclear* es alto, su costo de operación es bajo debido a que lo es su combustible. De tal forma, las unidades nucleares son cargadas en la base a su potencia nominal. Esto significa que los valores de referencia son mantenidos constantes (Potencia nominal), por lo tanto estas unidades no participan en el despacho económico ni en el control de carga-f.

Un *Embalse Hidráulico de Bombeo* es una forma de almacenar energía. Durante las horas de poca demanda, sus unidades son operadas como motores sincrónicos consumiendo energía barata para bombear agua al embalse que se encuentra aguas arriba. En las horas de pico, cuando la energía es cara, el agua del embalse es usada para mover la turbina que acciona un generador sincrónico que suministra energía. La operación económica de un área es mejorada por el bombeo durante las horas de poca demanda cuando el λ del área es bajo, y por la generación durante las horas de pico cuando el es alto.

En un área que consiste de centrales hidroeléctricas, el objetivo será maximizar la energía generada en el período de un año, más bien que minimizar el costo total de operación. Los embalses son usados para almacenar agua durante los períodos de mucha afluencia de agua o de baja demanda eléctrica. Existen restricciones sobre el nivel del embalse y sobre la cantidad de agua usada, debido al control de navegación, riego, turismo, control de crecientes, etc. Estrategias de optimización deberán ser usadas para coordinar la operación hidro-térmica.

Existen también algoritmos para incluir los efectos de los flujos de potencia reactivos que circulan por las líneas, en el cálculo del Despacho Económico, donde tanto la potencia activa como la reactiva son calculadas a fin de minimizar el costo total de la operación del SEP.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

[1] Wood A., Wollenberg B., "Power Generation, Operation and Control", 1984 , John Wiley & Sons.

[2] Ahmed El-Abiad, "Power Systems Analysis and Planning", 1985, McGraw-Hill.

[3] Olle I. Elgerd, "Electric Energy Systems Theory", Second Edition, 1982, Mc.Graw-Hill.

[4] Sterling M., "Power System Control", 1986, IEE.

[5] Mucchino, "Flujo de Cargas (Reporte Técnico)", 1990, Universidad Nacional de San Juan.