Tema 4 Mensajes y señales digitales

Formatos de transmisión.

Recuperación del mensaje.

Codificación de niveles múltiples.

Distorsión intersimbólica.

Ancho de banda ocupado por la señal digital.

Señales digitales y ruido, probabilidad de error.

Transmisión de señales analógicas en forma digital. Muestreo. Sistemas PCM.

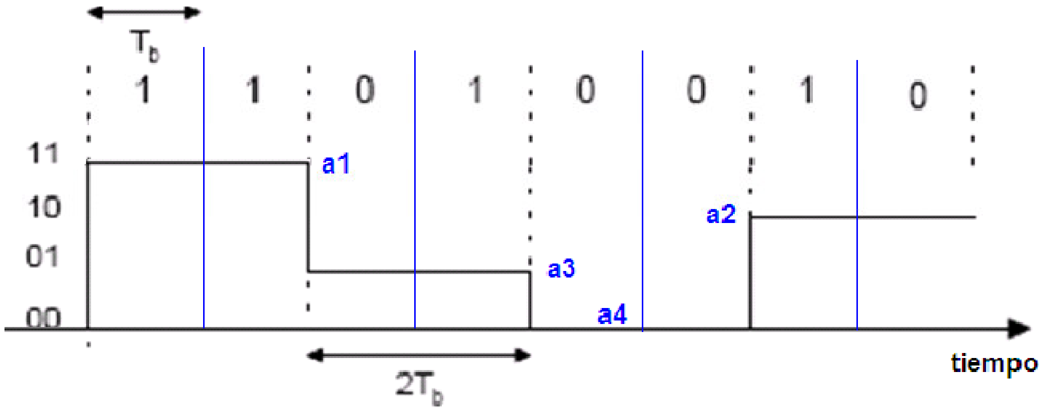
Error de cuantificación.

Codificación de niveles múltiples

Transmisión n - aria

- Bit a bit: n=1, transmisión bi-naria (dos amplitudes a_k, k=1, 2)
- De a 2 bit: n=2, transmisión cuater-naria (cuatro amplitudes a_k, k=1, 2, 3, 4)
- etc

Los métodos indicados hasta ahora transmiten bit por bit, es decir, un elemento del mensaje digital se transforma en un elemento de la señal digital, ambos con la misma duración. Es posible generar una señal digital en que, cada elemento represente una determinada secuencia de bits del mensaje digital. En éste caso, la señal digital no será binaria.

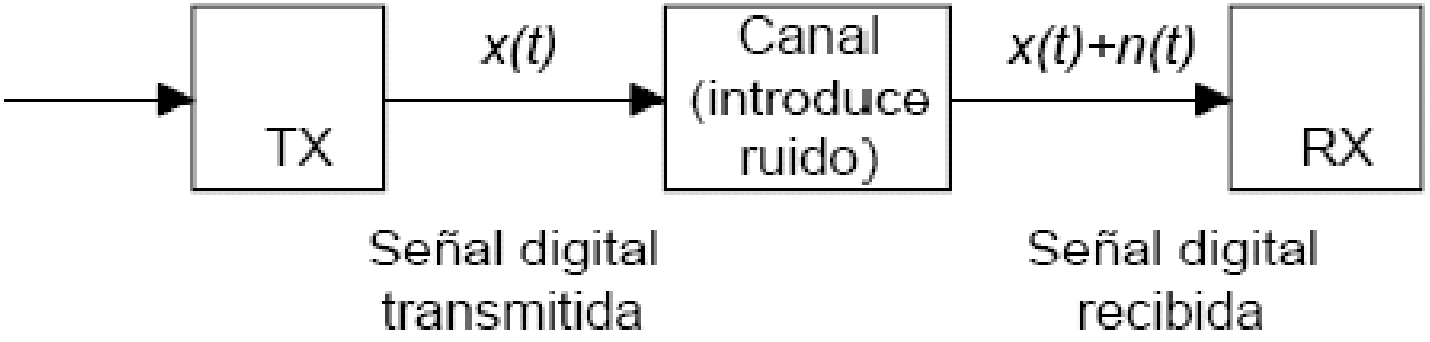


Señal cuaternaria unipolar NRZ

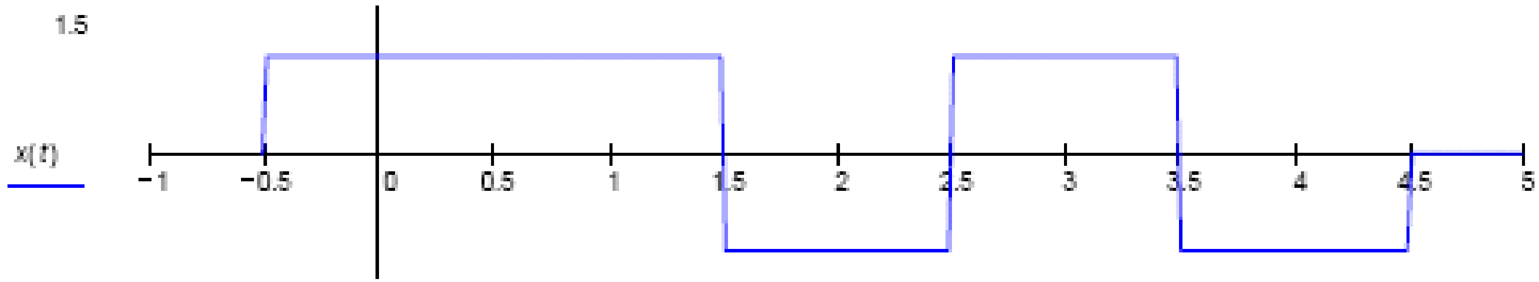
En la figura de arriba, se codifican los bits del mensaje de a dos y se asigna a cada elemento de la señal digital un valor de amplitud diferente para cada una de las cuatro secuencias posibles (00, 01, 10, 11). En general, si se codifican n elementos del mensaje digital, harán falta 2^n niveles de la señal digital. Cada uno de estos niveles puede durar hasta nT_b segundos sin que se produzca distorsión intersimbólica, es decir que la velocidad de transmisión se puede reducir a $R_{bt} = \dfrac{1}{nT_b}$ [*baud*].

Ventaja: transmisión en menor ancho de banda Desventaja: a mayor *n* aumenta la dificultad de detección. Se pueden confundir los símbolos o distorsión intersimbólica.

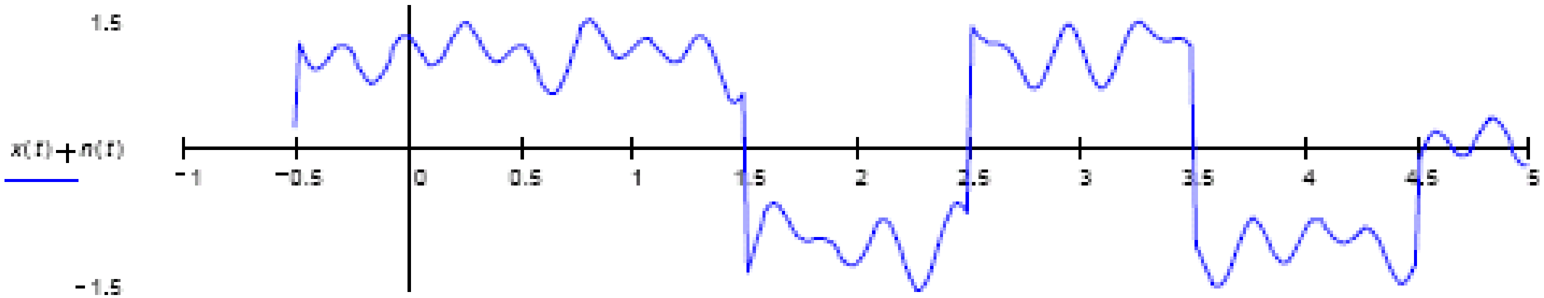
Señales digitales en presencia de ruido



Señal original:



Señal recibida (señal original + ruido):



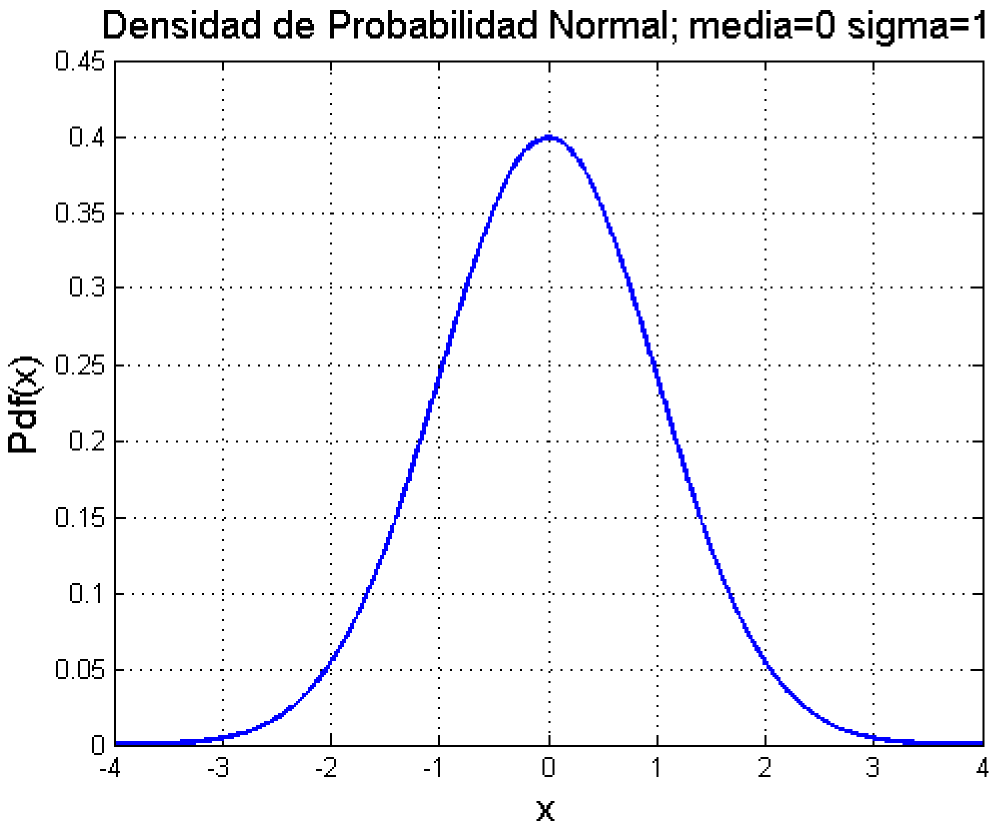
La función de distribución normal o gaussiana

Está definida por: $$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}.\sigma}.e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2.\sigma^2}}$$

donde σ y x_0 son la desviacion standard y el valor medio, respectivamente, de la variable x.

La pdf normal es importante en aplicaciones de ingeniería, porque es la que caracteriza a fenómenos aleatorios generados por la acción de un número grande ($\rightarrow \infty$) de agentes con contribuciones infinitesimales de cada uno de ellos tomados individualmente (Teorema del límite central).

Por ejemplo: el movimiento browniano de electrones en el interior de un conductor, que produce el ruido térmico.



La probabilidad de que la variable x supere un determinado valor x_k es:

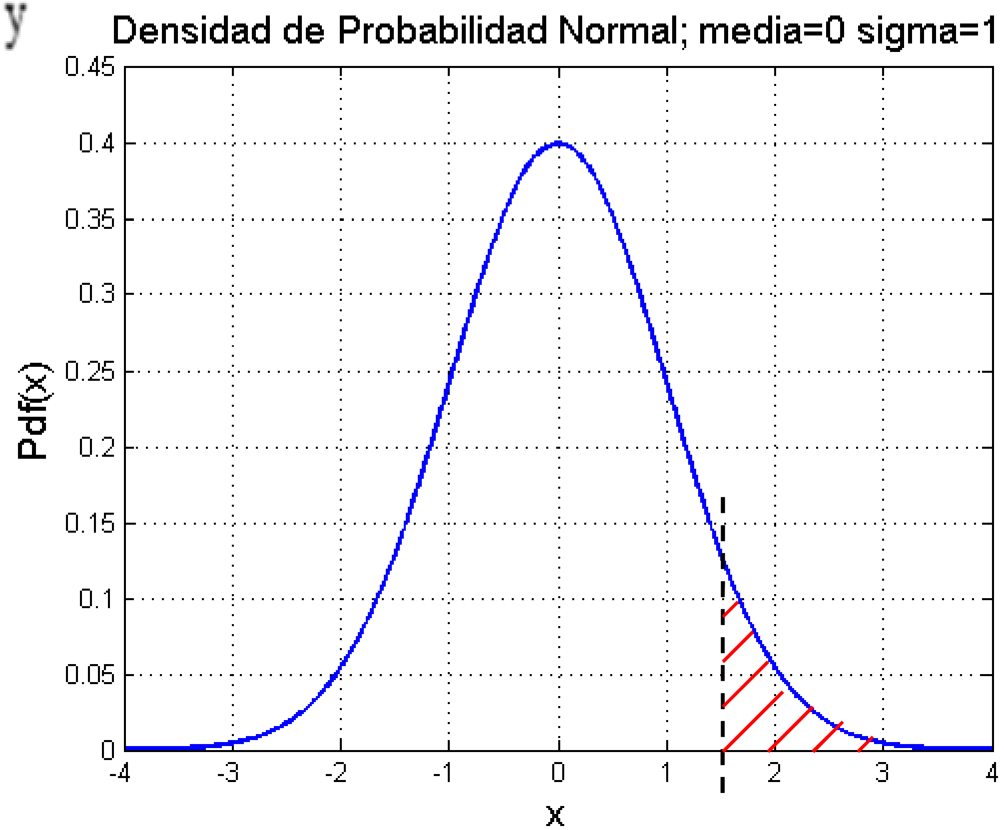
$$P(x > x_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}.\sigma}.\int_{x_k}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}}.du \quad \text{suponiendo } x_0 = 0$$

La función $Q(x)$ es de uso común en estadística y está tabulada en tablas matemáticas y calculadoras de mano.

llamando $z = u/\sigma$ queda:

$$P(x > x_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}.\int_{\left(\frac{x_k}{\sigma}\right)}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}}.dz$$

$$P(x > x_k) = Q\left(\frac{x_k}{\sigma}\right)$$

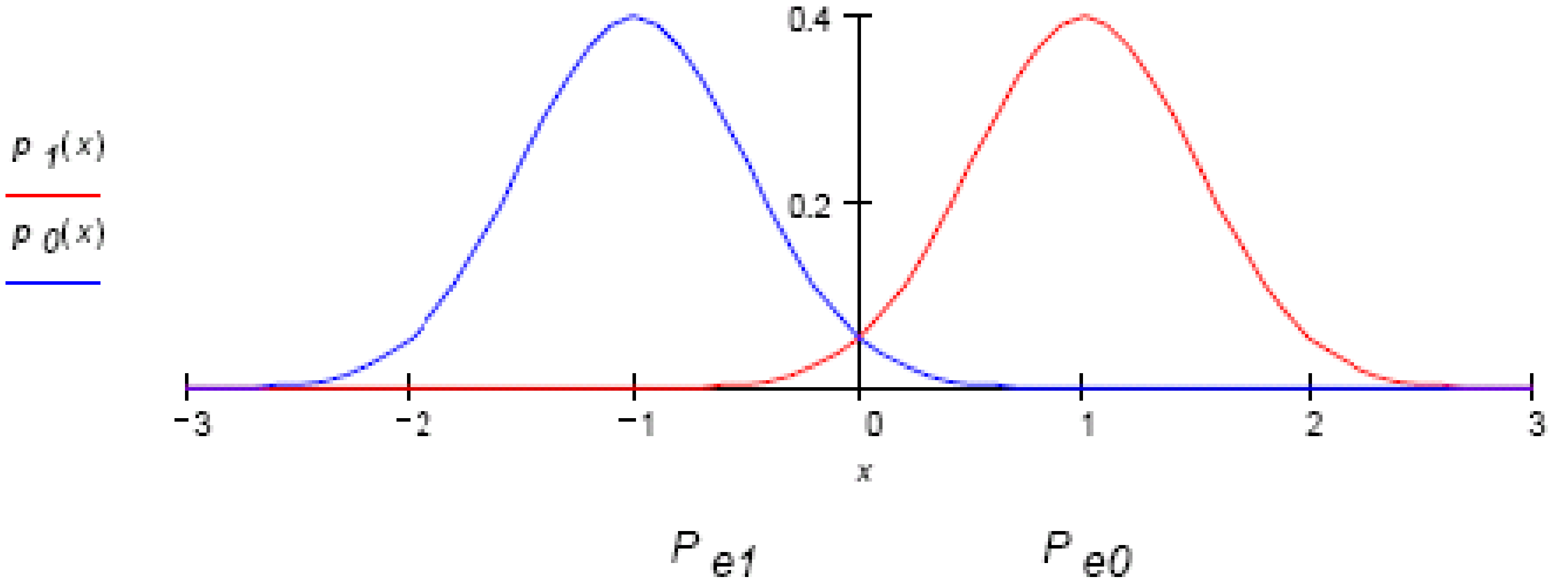


Ej.: Q(1.5)=0,0668

Si $P_1 = P_0 = 0.5$

$$P_e = \frac{1}{2} . (P_{e1} + P_{e0})$$

Si se supone transmisión bipolar NRZ, donde un 1 se transmite como una tensión $+A$ volt y un 0 como $-A$ volt y el umbral de decisión del detector es 0 volt, como la función de densidad de probabilidad de $n(t)$ es gaussiana, se tiene que:



Por simetría de la curva gaussiana, estos valores son iguales: $P_{e1} = P_{e0} = Q\left(\frac{A}{\sigma}\right)$

$P_e = 1/2 \{Q(A/\sigma) + Q(A/\sigma)\} = Q(A/\sigma)$

Es decir que: $P_e = Q\left(\frac{A}{\sigma}\right)$

Como ejemplo, si $A=5$ volt y el valor eficaz de la señal de ruido es de 2 volt, entonces

$$P_e = Q\left(\frac{A}{\sigma}\right) = Q\left(\frac{5}{2}\right) = Q(2.5) = 6.10^{-3}$$

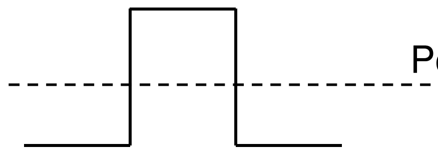
Cada 1000 bits que se transmitan, 6 se recibirán con error, un valor demasiado alto para la mayoría de las aplicaciones. Normalmente, son necesarias tasas de error inferiores a 10^{-4}.

Q(1)=0,16

Tasa o probabilidad de error calculada mediante la energía por bit

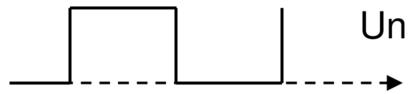
Es común en sistemas de comunicaciones digitales especificar la tasa o probabilidad de error en términos de la **energía promedio por bit transmitido E_b** vs. la **densidad espectral de ruido n_0**. E_b, para transmisión binaria, está definido como $E_b = \dfrac{Energ.\,por\,"1"\,transmitido + Energ.\,por\,"0"\,transmitido}{2}$. En el caso visto, se tiene que:

Energía prom. por bit transmitido : $E_b = A^2\,T_b$ y $A = \sqrt{\dfrac{E_b}{T_b}}$



Polar

$$E_b = \frac{A^2.T_b}{2} \qquad A = \sqrt{\frac{2.E_b}{T_b}}$$

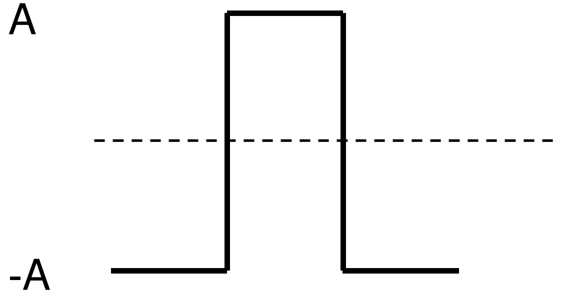


Unipolar

Tasa o probabilidad de error calculada mediante la energía por bit

Señalización Polar

$$E_b = A^2 . T_b$$

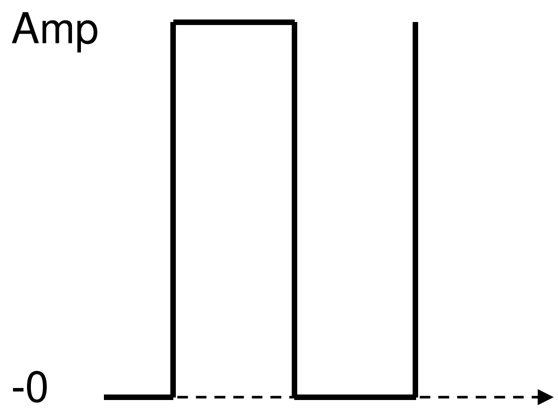


$$A = \sqrt{\frac{E_b}{T_b}}$$

A igualdad de energía por bit de las dos señales debería ser Amp=√2. A

Señalización Unipolar

$$E_b = \frac{{A_{mp}}^2 . T_b}{2}$$

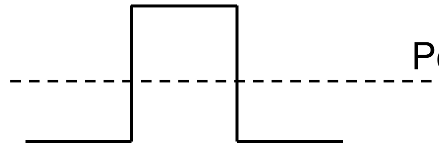


$$A_{mp} = \sqrt{\frac{2.E_b}{T_b}}$$

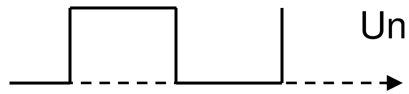
Tasa o probabilidad de error calculada mediante la energía por bit

Es común en sistemas de comunicaciones digitales especificar la tasa o probabilidad de error en términos de la **energía promedio por bit transmitido E_b** vs. la **densidad espectral de ruido n_0**. E_b, para transmisión binaria, está definido como $E_b = \dfrac{Energ.\,por\,"1"\,transmitido + Energ.\,por\,"0"\,transmitido}{2}$. En el caso visto, se tiene que:

Energía prom. por bit transmitido : $E_b = A^2.T_b$ y $A = \sqrt{\dfrac{E_b}{T_b}}$


Polar

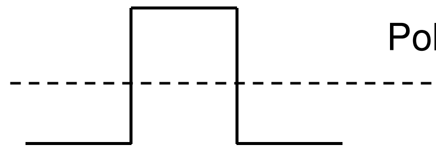
$$E_b = \frac{A^2.T_b}{2} \qquad A = \sqrt{\frac{2.E_b}{T_b}}$$


Unipolar

El valor eficaz de la señal de ruido, suponiendo que se utiliza el mínimo ancho de banda (teórico) para la transmisión de la señal digital, es $\sigma = \sqrt{n_0.B} = \sqrt{n_0.\dfrac{R_b}{2}} = \sqrt{n_0.\dfrac{1}{2.T_b}}$

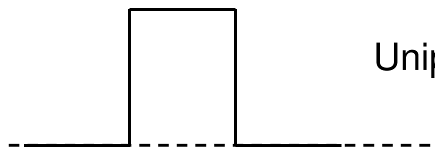
donde n_0 es la densidad de potencia (frecuencias positivas) de la señal de ruido y T_b la duración de cada bit. La probabilidad de error queda:

$$P_e = Q\left(\frac{A}{\sigma}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2.E_b}{n_0}}\right)$$


Polar

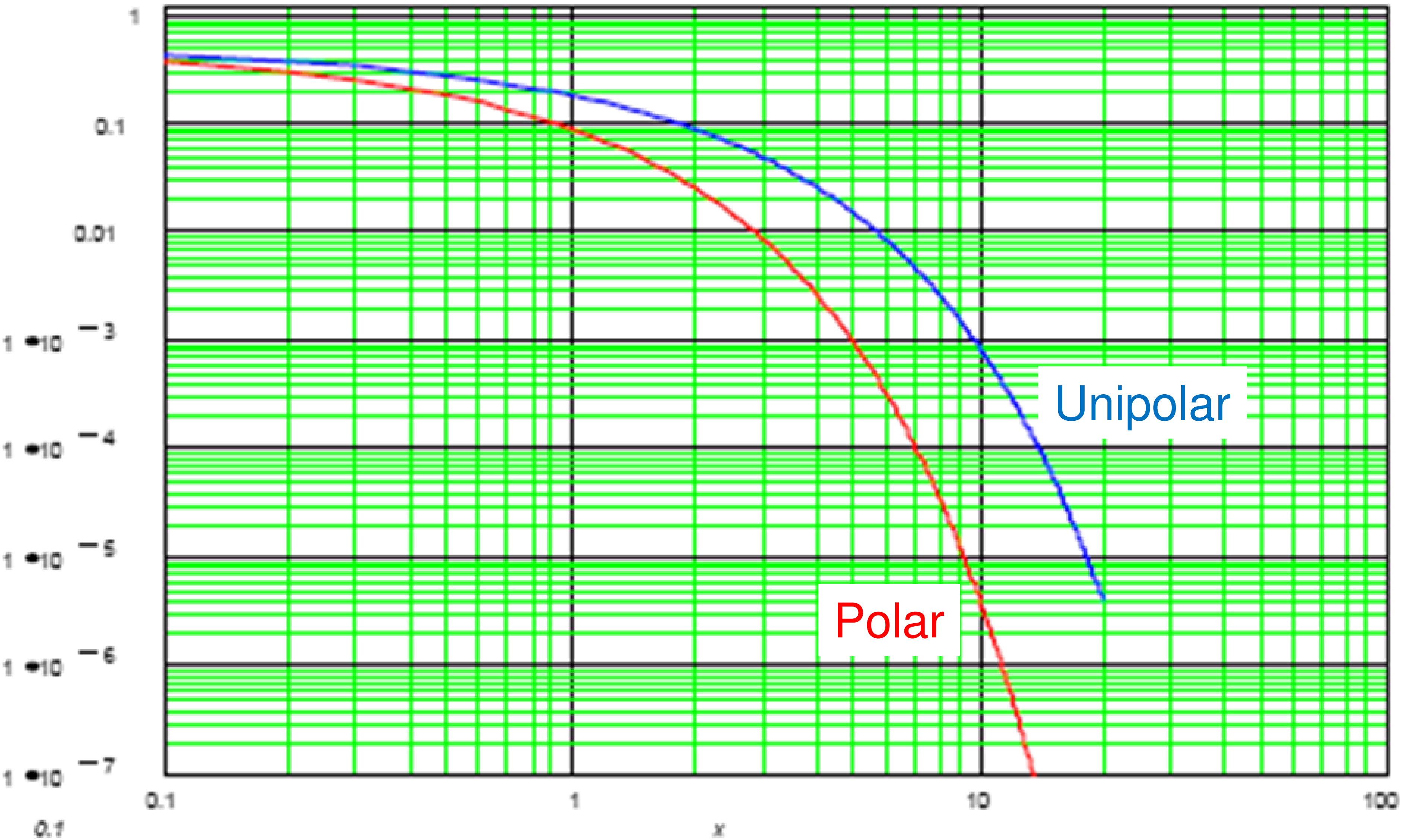
Si la transmisión hubiera sido unipolar NRZ: 1 transmitido representado por una tensión +A volt y 0 transmitido por 0 volt, es fácil demostrar que (suponiendo umbral de decisión en A/2):

$$P_e = Q\left(\frac{A}{2.\sigma}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{n_0}}\right)$$


Unipolar

Notar la mejor perfomance del método bipolar NRZ. A igualdad de energía por bit transmitido y densidad de ruido, tendrá una menor tasa de error.

Probabilidad de error



En el gráfico se muestra, para señales polar NRZ y unipolar NRZ, la probabilidad de error vs. un parámetro x definido por:

$$x = \frac{E_b}{n_0}$$