Unidad 2: SEÑALES ELÉCTRICAS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

Series de Fourier. Trigonométrica y exponencial Transformada de Fourier. Teorema de Parseval. Espectros de densidad energía/potencia. Teoremas relacionados con la Transformada de Fourier. Delta de Dirac, propiedades, aplicaciones. Espectros de señales periódicas. La transformada discreta de Fourier. Señales aleatorias en dominio de frecuencia. Espectro de densidad de potencia. Función de autocorrelación. Señales de banda angosta, características y modelado.

Clase 10: TdF y la delta de Dirac

Lathi-Ding, cap 3.1. Cap. 2 Carlson-Crilly

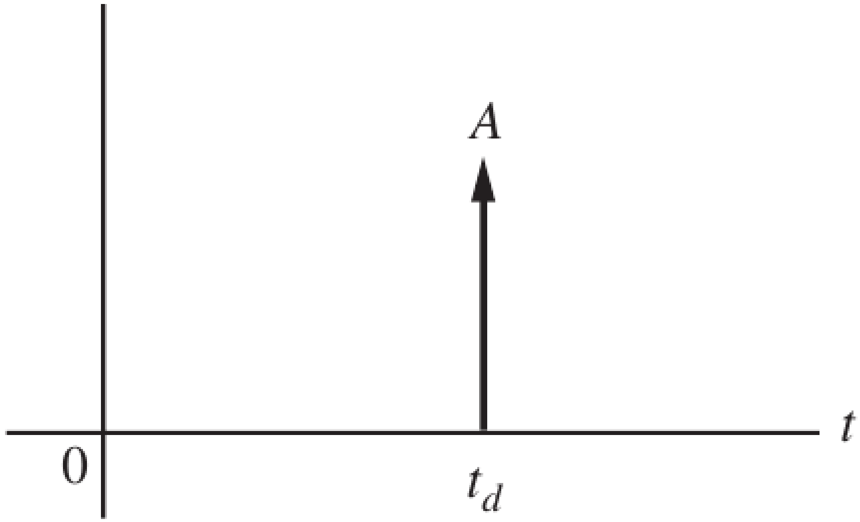
Delta de Dirac:

$$\delta(t) = 0 \qquad t \neq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\, dt = \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \delta(t)\, dt = 1$$

$$\int_{t_1}^{t_2} v(t)\, \delta(t)\, dt = \begin{cases} v(0) & t_1 < 0 < t_2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Delta de Dirac:



Graphical representation of $A\delta\,(t - t_d)$.

$$v(t) * \delta(t - t_d) = v(t - t_d)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} v(t)\,\delta(t - t_d)\,dt = v(t_d)$$

Delta de Dirac:

$$\boxed{\begin{gathered}\mathscr{F}[\,\delta(t)\,] = 1 \\[2em] A \leftrightarrow A\,\delta(f)\end{gathered}}$$

$$z(t) = V(t)$$

Dualidad:

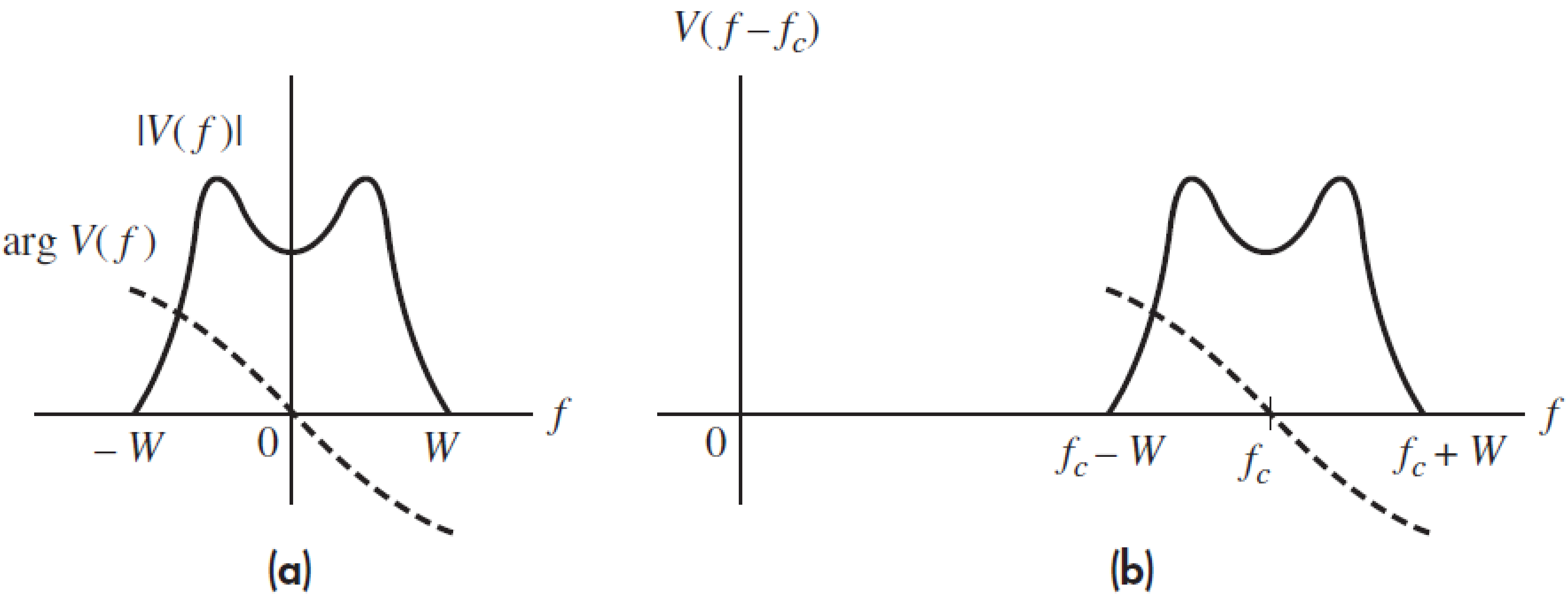
$$\mathscr{F}[z(t)] = v(-f)$$

$$\mathscr{F}^{-1}[A\,\delta(f)] = \int_{-\infty}^{\infty} A\,\delta(f)e^{j2\pi ft}\,df = Ae^{j2\pi ft}\Big|_{f=0} = A$$

Propiedades de la T. de Fourier

Translación en la frecuencia:

$$v(t)e^{j\omega_c t} \leftrightarrow V(f - f_c) \qquad \omega_c = 2\pi f_c$$



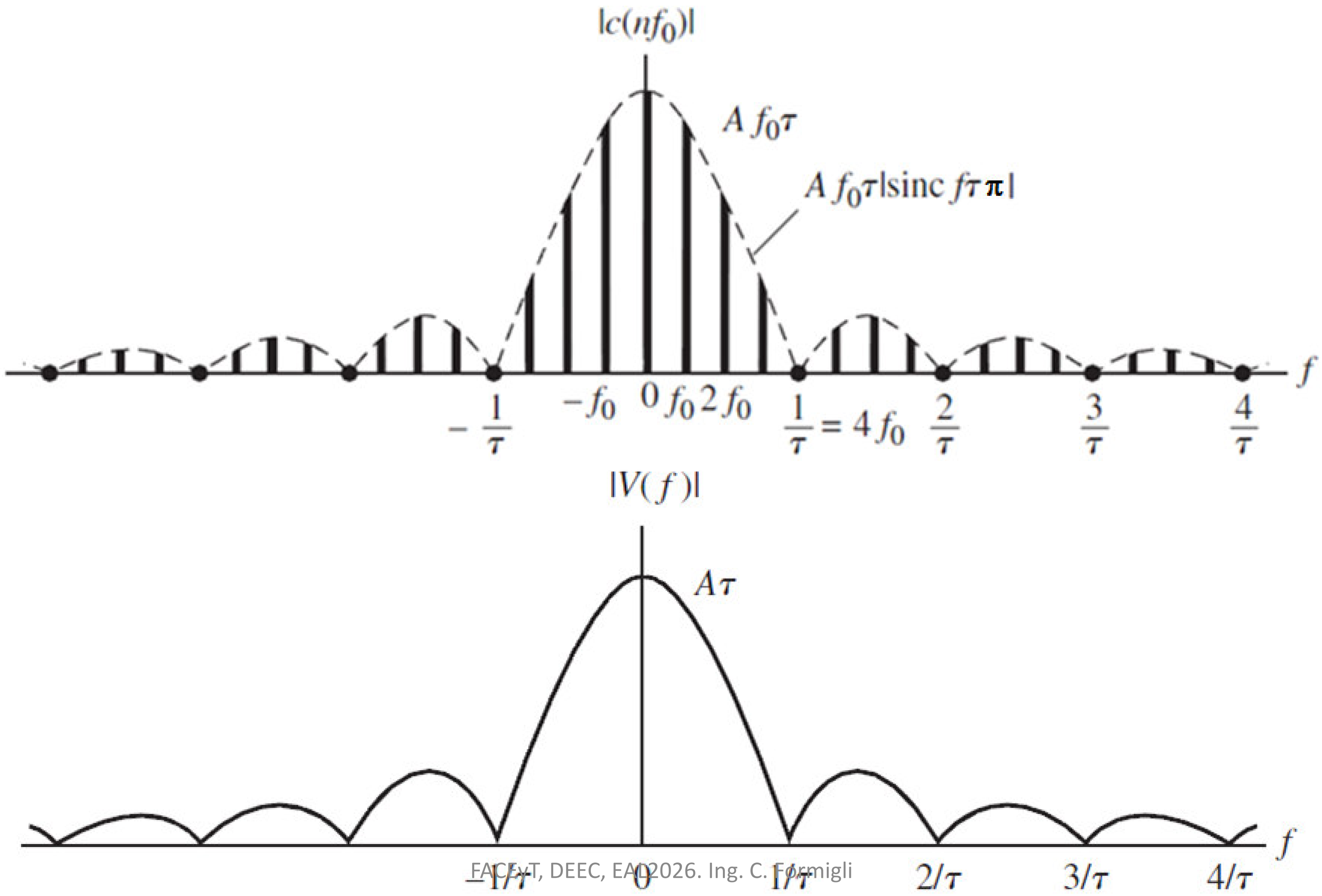
T. de Fourier de señales periódicas

$$v_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c(nf_0)e^{j2\pi nf_0t}$$

$$V_p(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c(nf_0)\,\delta(f - nf_0)$$

$$c_n = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} v_p(t)e^{-j2\pi n f_0 t}\,dt$$

Similitud entre SdF y TdF



T. de Fourier de señales periódicas

$$v_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c(nf_0) e^{j2\pi n f_0 t}$$

$$V_p(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c(nf_0)\, \delta(f - nf_0)$$

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v_p(t) e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt$$

T. de Fourier de señales periódicas

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v_p(t) e^{-j2\pi n f_0 t} \, dt$$

$$V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j2\pi ft} \, dt$$

$$V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j2\pi ft} \, dt = \int_{T_0} v_p(t) e^{-j2\pi ft} \, dt$$

T. de Fourier de señales periódicas

$$c_n = \boxed{\frac{1}{T_0}\int_{T_0} v_p(t)e^{-j2\pi n f_0 t}\,dt}$$

Si nos interesa la frecuencia f=n.fo ...

$$V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t)e^{-j2\pi ft}\,dt$$

$$V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t)e^{-j2\pi ft}\,dt = \boxed{\int_{T_0} v_p(t)e^{-j2\pi ft}\,dt}$$

T. de Fourier de señales periódicas

$$V_p(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c(nf_0)\, \delta(f - nf_0)$$

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v_p(t) e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt$$

$$V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j2\pi ft}\, dt = \int_{T_0} v_p(t) e^{-j2\pi ft}\, dt$$

$$\boxed{V_p(nf_0) = \frac{1}{T_0} . V(nf_0) . \delta(f - nf_0)}$$

T. de Fourier de señales periódicas

Tren de pulsos: ... ?

Propiedades de la T. de Fourier

Retardo
en el tiempo:

$$v(t - t_d) \leftrightarrow V(f)e^{-j2\pi f t_d}$$

Cambio de escala:

$$v(\alpha t) \leftrightarrow \frac{1}{|\alpha|} V\left(\frac{f}{\alpha}\right) \qquad \alpha \neq 0$$

RESUMEN

1 . A partir de las propiedades matemáticas de la T.d.F. pueden esbozarse gran cantidad de espectros sin tener que recurrir a la integración.

2. Los espectros de señales periódicas recortadas resultan "anchos" comparados con la delta de Dirac. La finitud en el tiempo se muestra en la frecuencia como un espectro ancho; viceversa.

3. Los espectros de densidad de energía carecen de la información de fase, a pesar de lo cual resultan útiles.

4 . Los espectros de señales periódicas (formadas por la repetición de pulsos de forma arbitraria) tienen la misma forma de evolvente que la del pulso unitario. Difieren en un factor de escala igual a la frecuencia fundamental.