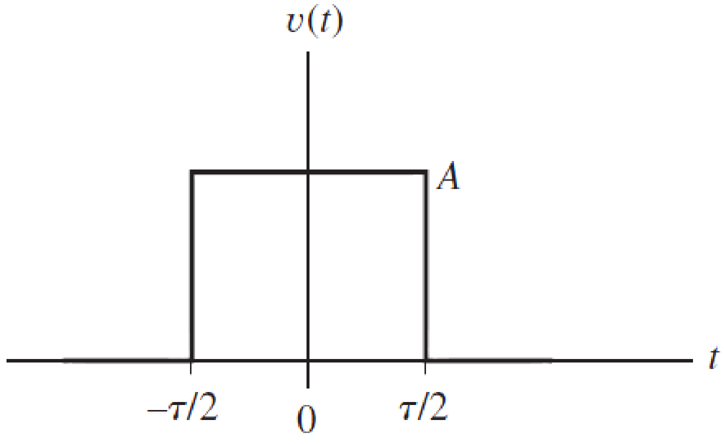
Unidad 2: SEÑALES ELÉCTRICAS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

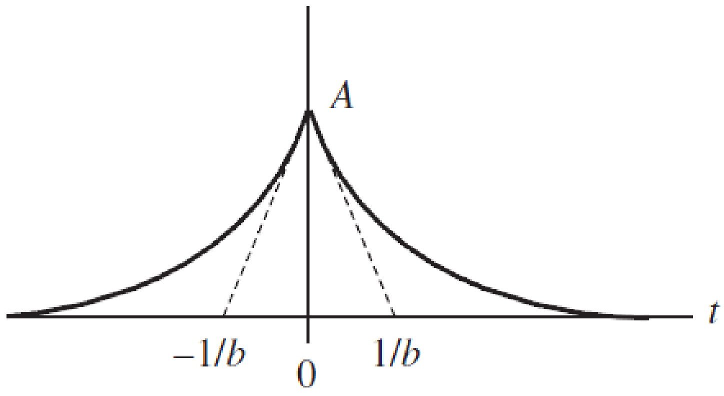
Series de Fourier. Trigonométrica y exponencial Transformada de Fourier. Teorema de Parseval. Espectros de densidad energía/potencia. Teoremas relacionados con la Transformada de Fourier. Delta de Dirac, propiedades, aplicaciones. Espectros de señales periódicas. La transformada discreta de Fourier. Señales aleatorias en dominio de frecuencia. Espectro de densidad de potencia. Función de autocorrelación. Señales de banda angosta, características y modelado.

Lathi-Ding, cap 3.1. Cap. 2 Carlson-Crilly

Transformada de Fourier



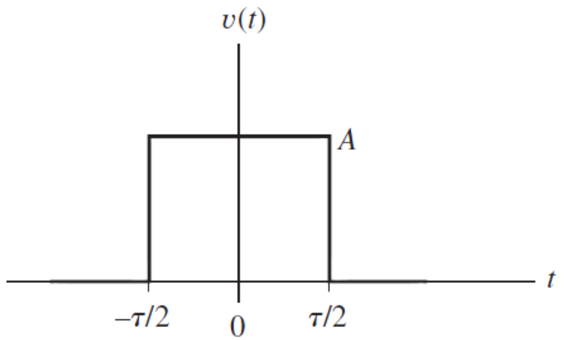
(a)



(b)

Transformada de Fourier

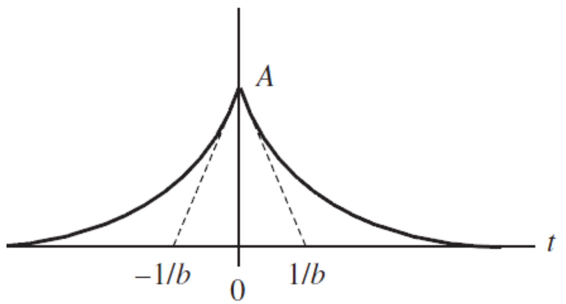
Definición



(a)

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c(nf_0) e^{j2\pi n f_0 t}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt \right] e^{j2\pi n f_0 t}$$



(b)

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j2\pi ft}\, dt \right] e^{j2\pi ft}\, df$$

Transformada de Fourier

Propiedades simples

$$V(0) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t)\, dt$$

$$V(-f) = V^*(f)$$

$$|V(-f)| = |V(f)|$$

$$\arg V(-f) = -\arg V(f)$$

Transformada de Fourier

Propiedades simples

$$V(0) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t)\, dt$$

$$V(-f) = V^*(f)$$

Cuando?

$$|V(-f)| = |V(f)|$$

$$\arg V(-f) = -\arg V(f)$$

Transformada de Fourier

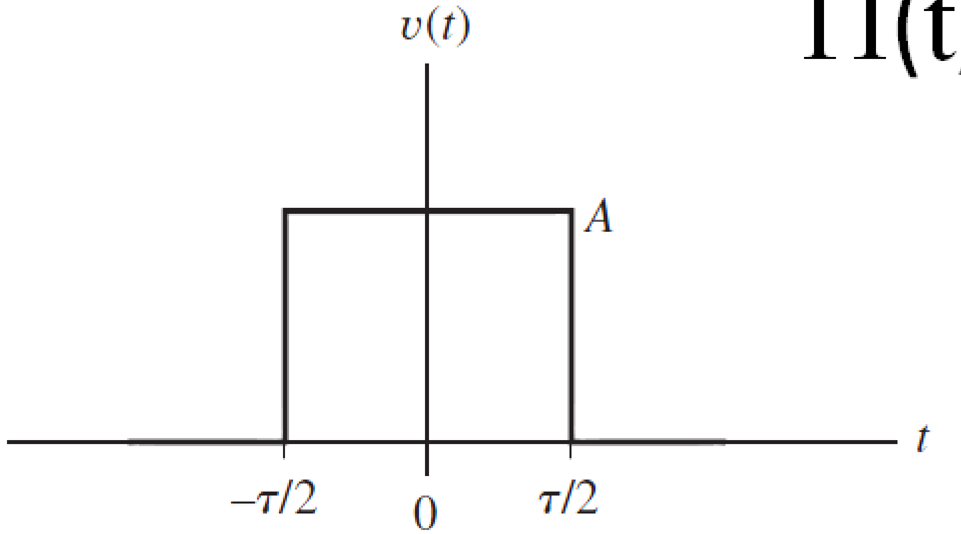
Propiedades simples

Teorema de Rayleigh

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} V(f)V^*(f)\, df = \int_{-\infty}^{\infty} \left|V(f)\right|^2 df$$

Transformada de Fourier

Ejemplo

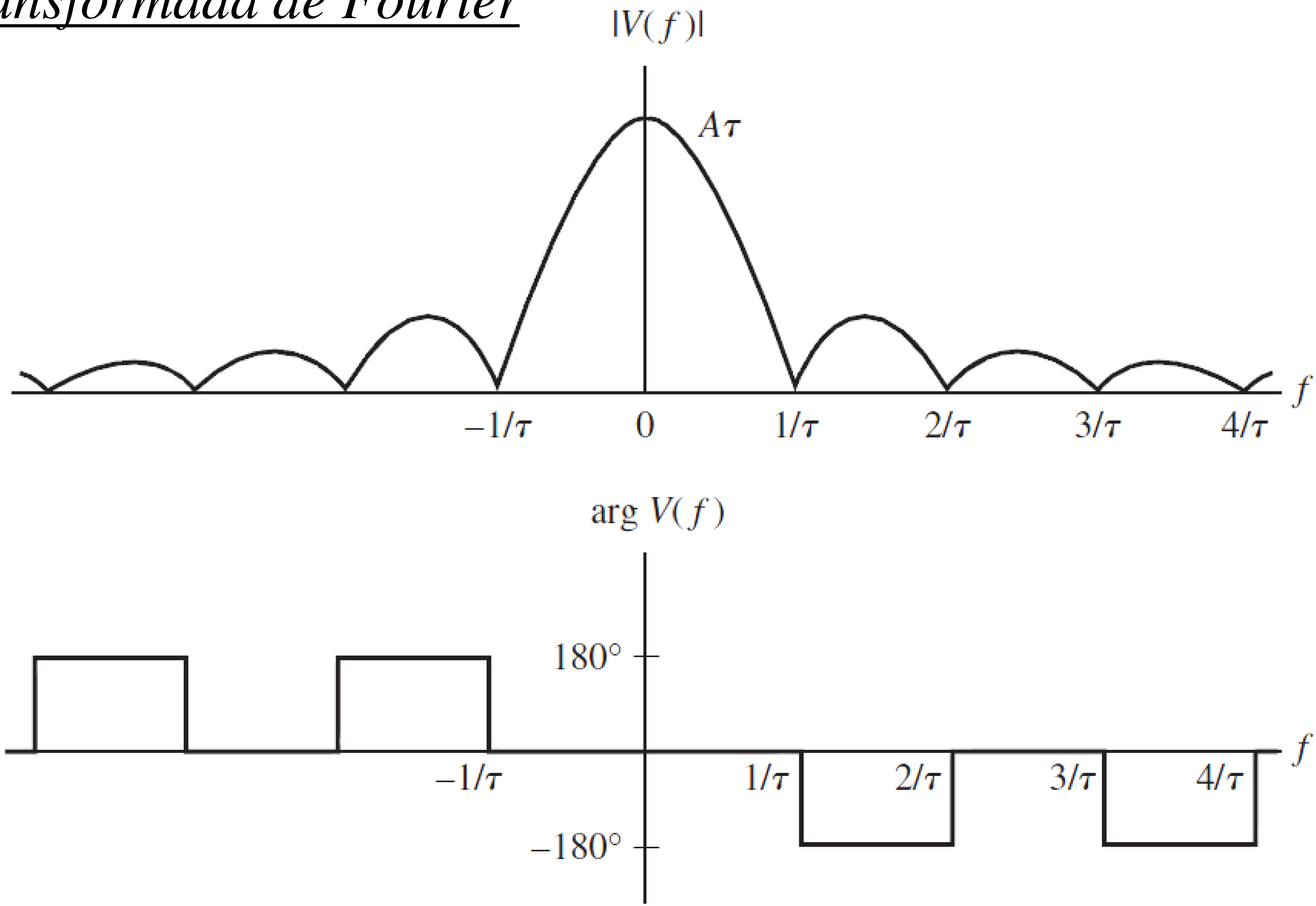


$$\Pi(t,\tau)$$

$$V(f) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A e^{-j2\pi ft}\, dt = \frac{A}{\pi f} \sin \pi f \tau$$

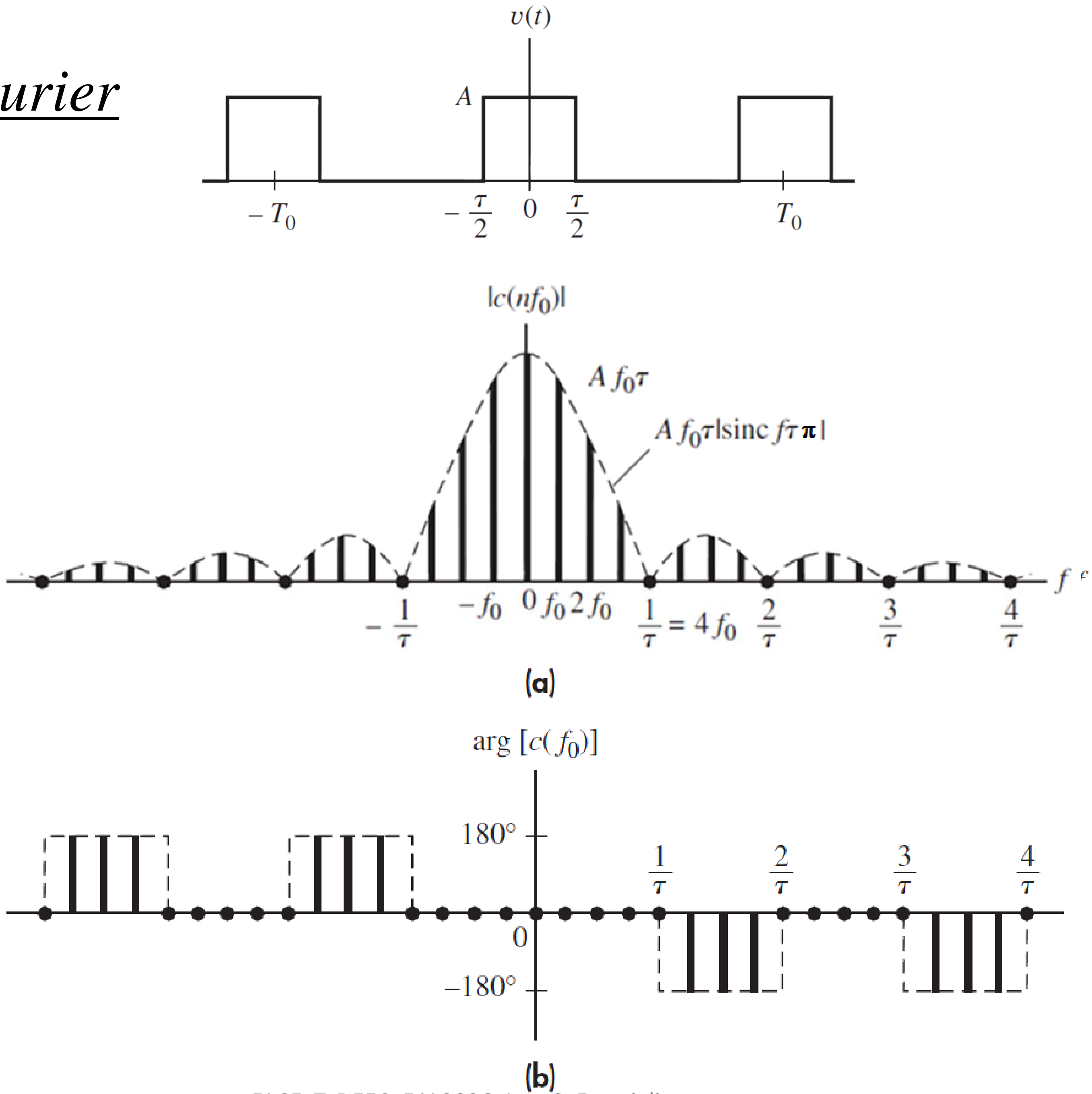
$$= A\tau \operatorname{sinc} f\tau\pi$$

Transformada de Fourier



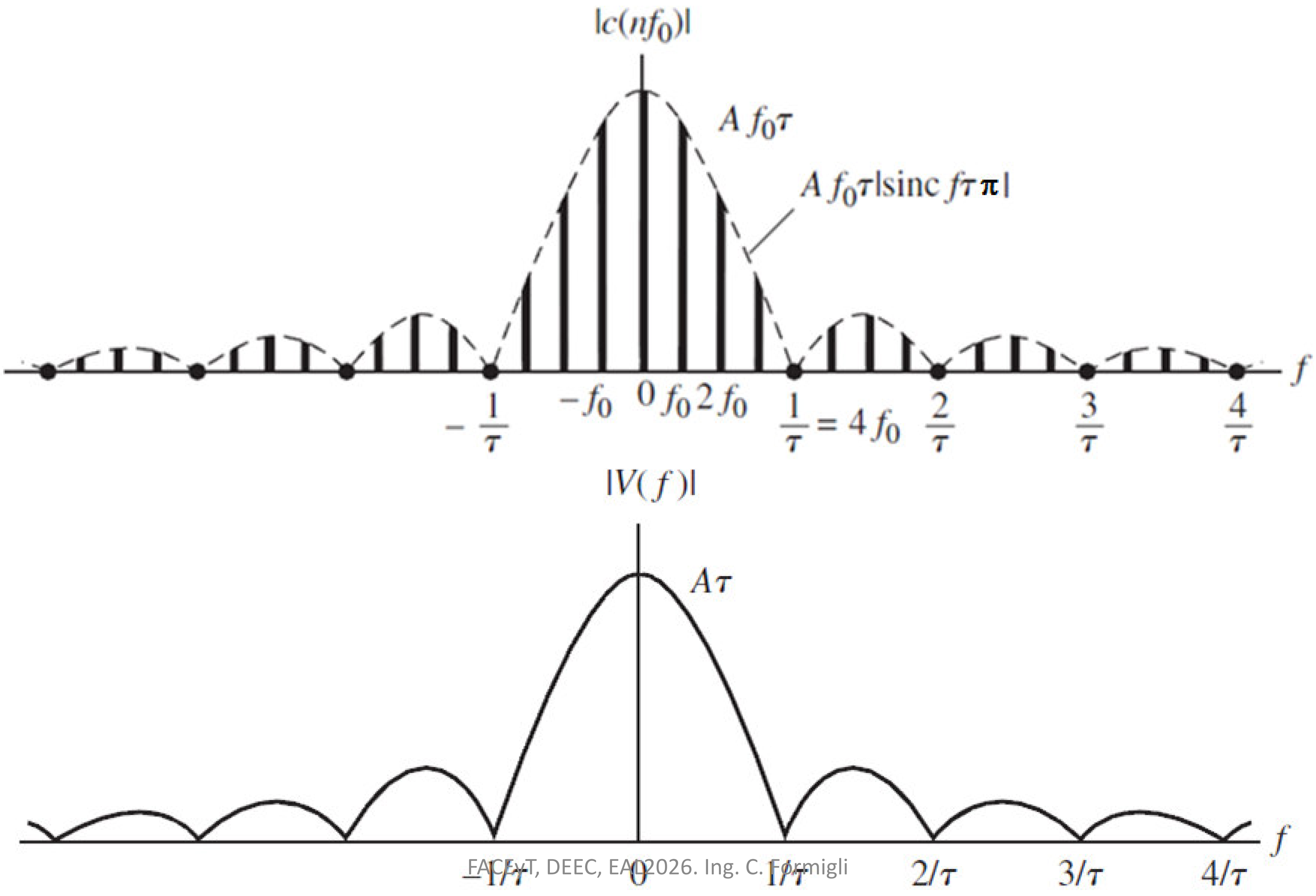
Rectangular pulse spectrum $V(f) = A\tau \text{ sinc } f\tau\pi$

Series de Fourier



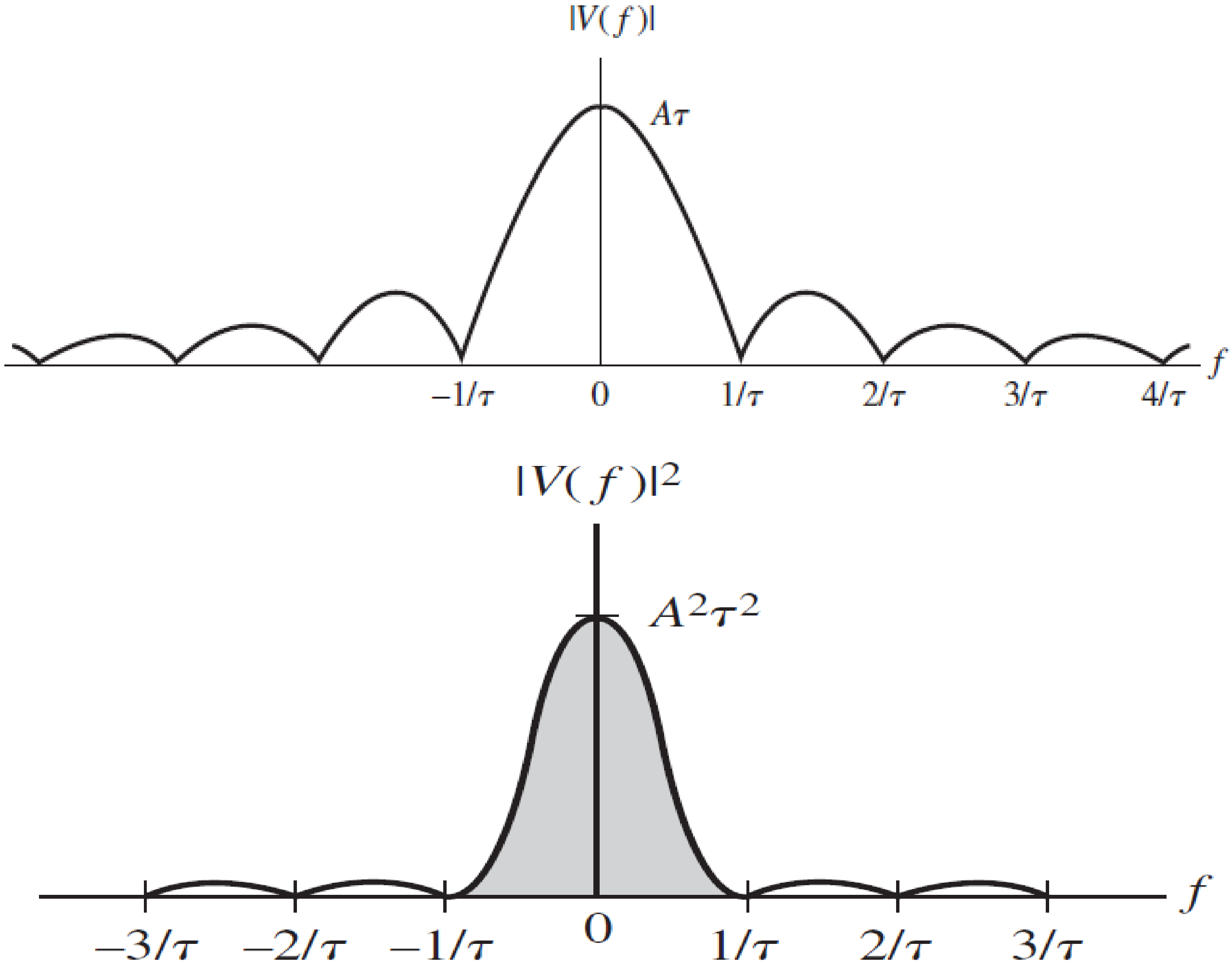
Spectrum of rectangular pulse train with $f_c\tau = 1/4$. (*a*) Amplitude; (*b*) phase.

Similitud entre SdF y TdF



Espectro de densidad de Energía

Teorema de Rayleigh: $$E = \int_{-\infty}^{\infty} V(f)V^*(f)\,df = \int_{-\infty}^{\infty} |V(f)|^2\,df$$



Energy spectral density of a rectangular pulse.

Propiedades de la T. de Fourier

Superposición, linealidad:

$$v(t) = a_1 v_1(t) + a_2 v_2(t)$$

$$\mathscr{F}[v(t)] = a_1 \mathscr{F}[v_1(t)] + a_2 \mathscr{F}[v_2(t)]$$

Dualidad

$$z(t) = V(t)$$

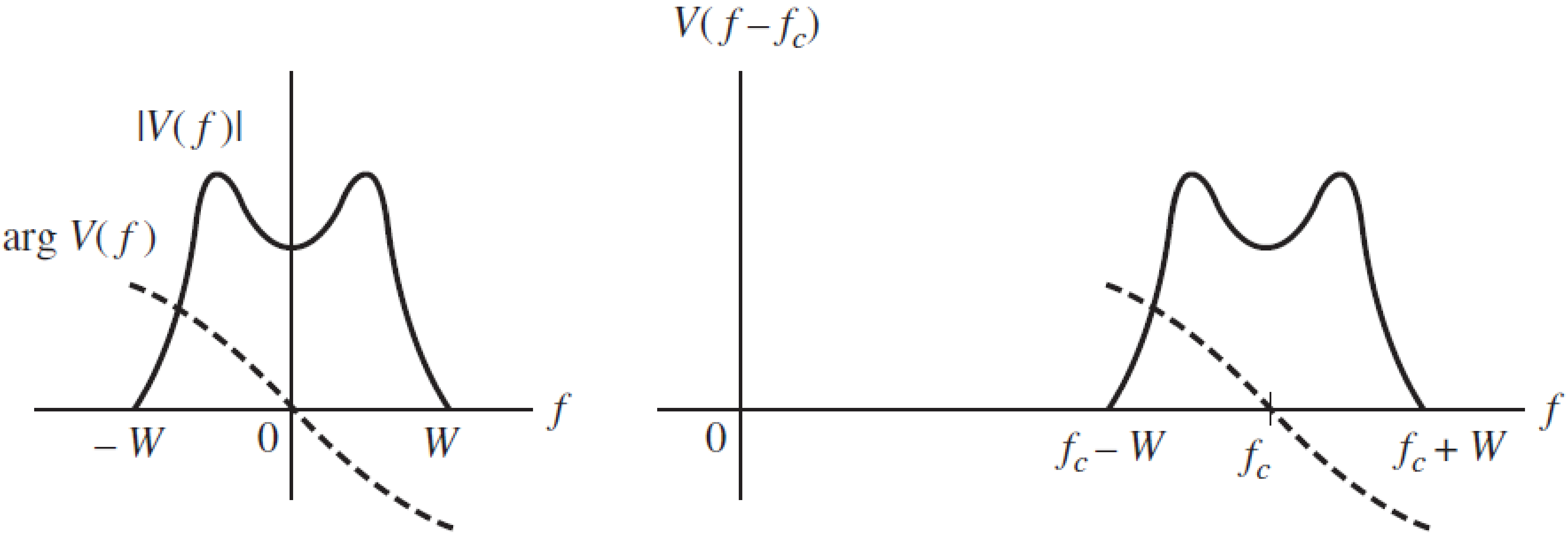
$$\mathscr{F}[z(t)] = v(-f)$$

(gráficamente...)

Propiedades de la T. de Fourier

Translación en la frecuencia:

$$v(t)e^{j\omega_c t} \leftrightarrow V(f - f_c) \qquad \omega_c = 2\pi f_c$$



(a) (b)

Propiedades de la T. de Fourier

Translación en la frecuencia:

$$v(t)\cos(\omega_c t + \phi) \leftrightarrow \frac{e^{j\phi}}{2} V(f - f_c) + \frac{e^{-j\phi}}{2} V(f + f_c)$$

Propiedades de la T. de Fourier

Translación en la frecuencia:

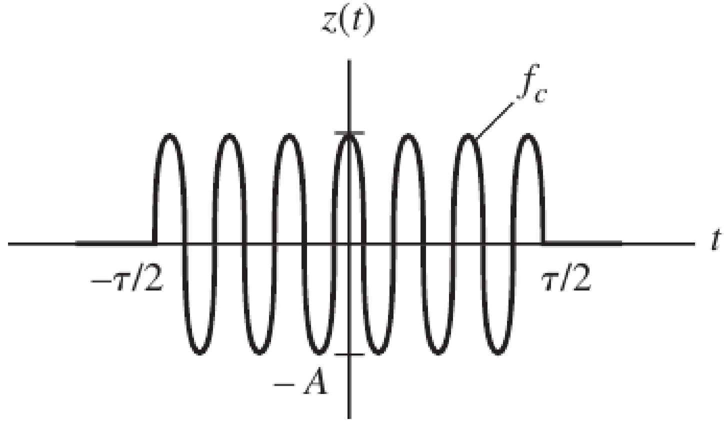
$$z(t) = A\Pi\left(t, \tau\right) \cos \omega_c t$$

$$Z(f) = \frac{A\tau}{2}\operatorname{sinc}(f - f_c)\tau + \frac{A\tau}{2}\operatorname{sinc}(f + f_c)\tau$$

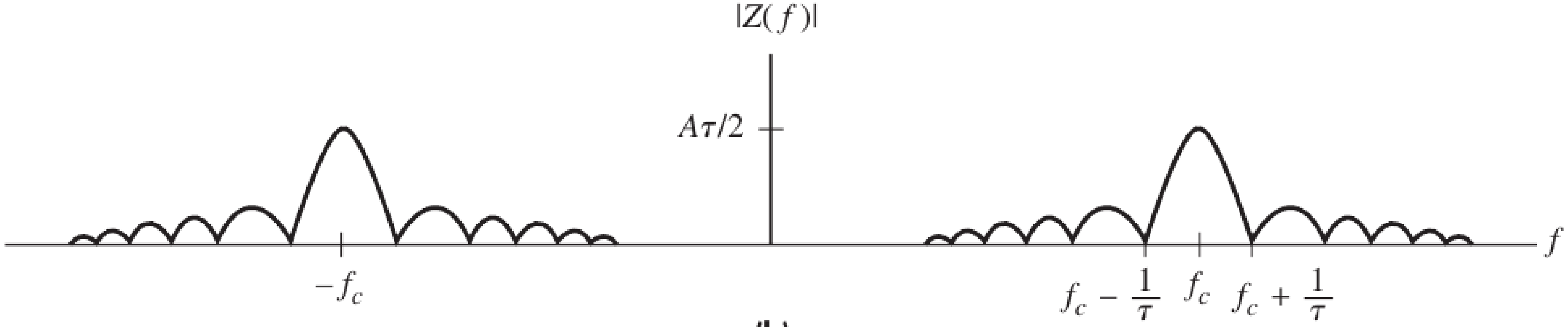
(partes)

Propiedades de la T. de Fourier

$$Z(f) = \frac{A\tau}{2}\,\mathrm{sinc}\,(f - f_c)\tau + \frac{A\tau}{2}\,\mathrm{sinc}\,(f + f_c)\tau$$



(a)



(b)

(*a*) RF pulse; (*b*) amplitude spectrum.

Propiedades de la T. de Fourier

Convolución:

$$v(t) * w(t) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} v(\lambda) w(t - \lambda) \, d\lambda$$

$$v(t) * w(t) \leftrightarrow V(f) W(f)$$

$$v(t) w(t) \leftrightarrow V(f) * W(f)$$