Unidad 2: SEÑALES ELÉCTRICAS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

Series de Fourier. Trigonométrica y exponencial

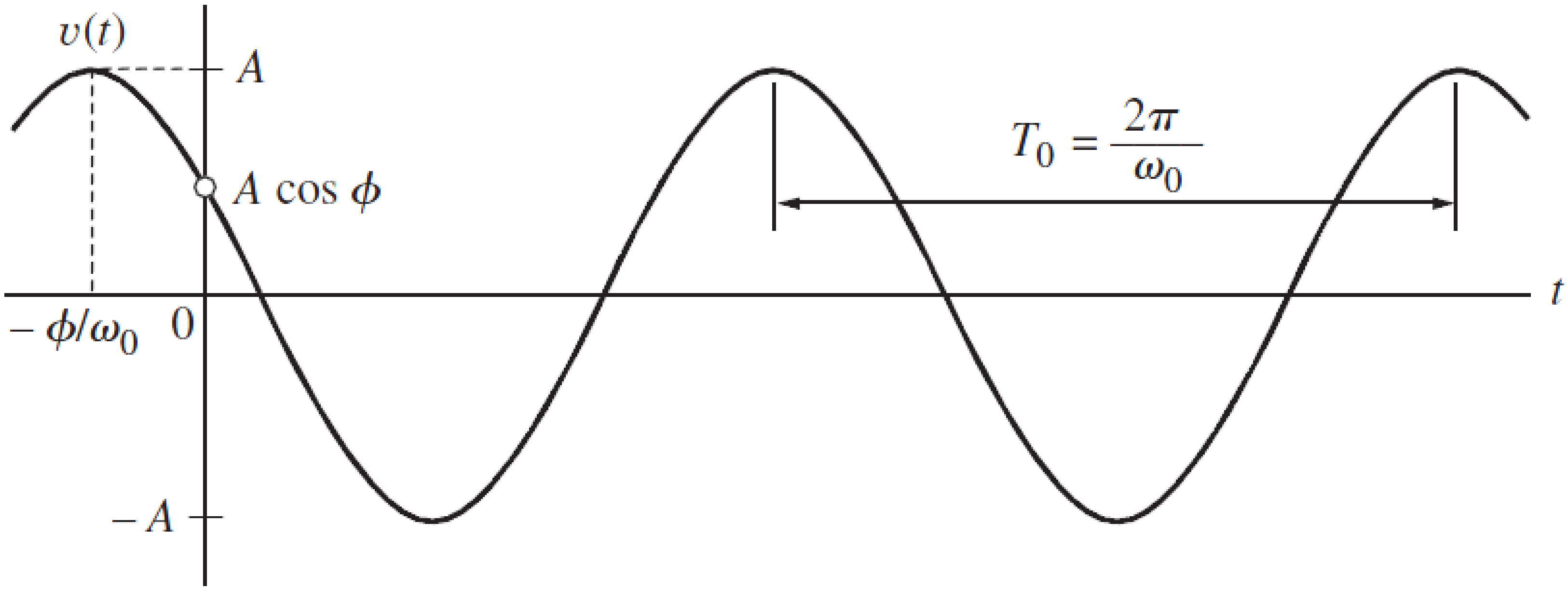
Transformada de Fourier. Teorema de Parseval. Espectros de densidad de potencia/energía. Teoremas relacionados con la Transformada de Fourier. Delta de Dirac, propiedades, aplicaciones. Espectro de señales periódicas. La transformada discreta de Fourier. Señales aleatorias en dominio de frecuencia. Espectro de densidad de potencia. Función de autocorrelación. Señales de banda angosta, características y modelado.

* Cap. 2 Carlson-Crilly-Rutledge

Videos interesantes acerca de las series de Fourier:

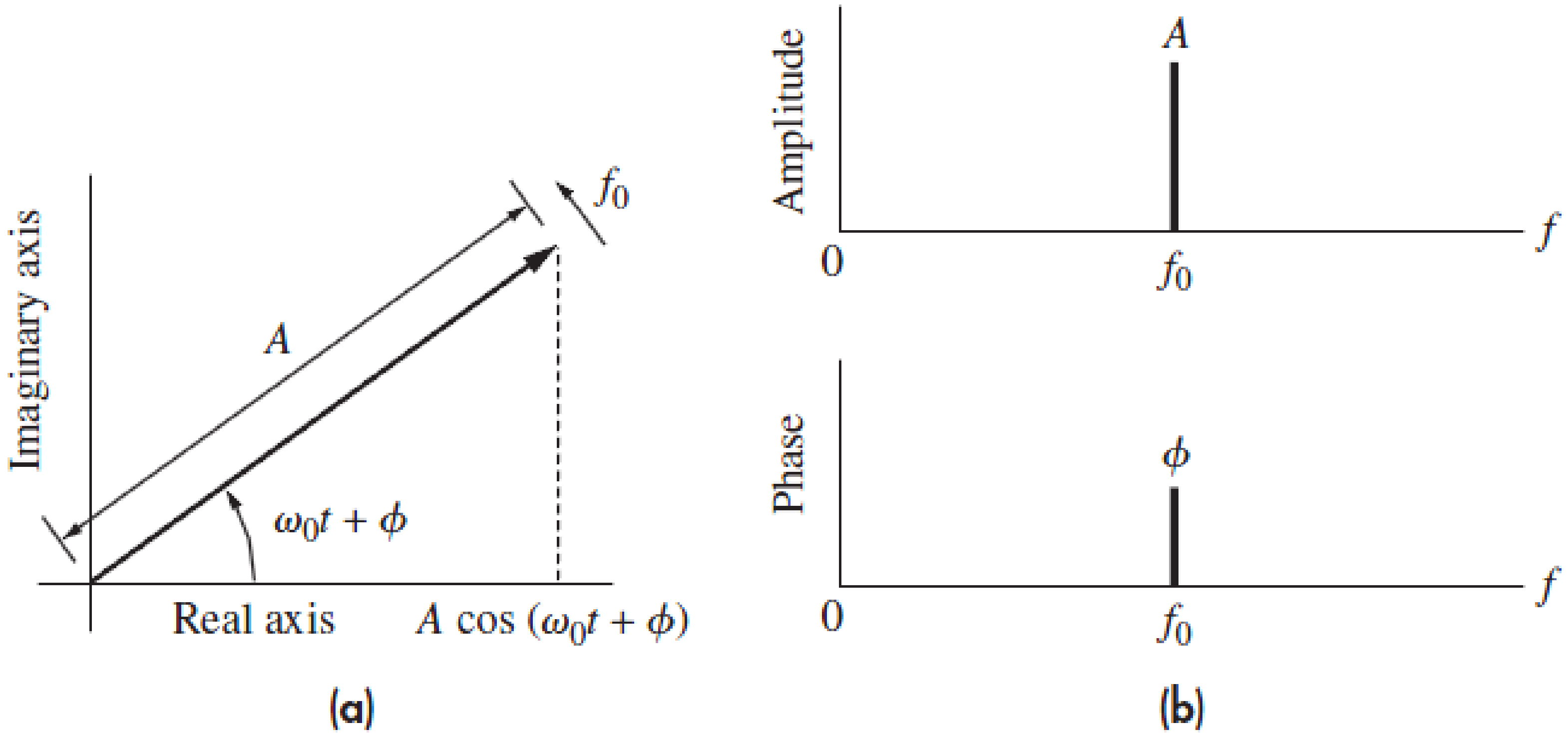
¿Qué es una Serie de Fourier? Del Flujo de Calor al Arte con Círculos
https://www.youtube.com/watch?v=r6sGWTCMz2k

Las Computadoras Superpoderosas de las que Nunca te Contaron
https://www.youtube.com/watch?v=PQeS7sfMxR4



A sinusoidal waveform $v(t) = A \cos (\omega_0 t + \phi)$.

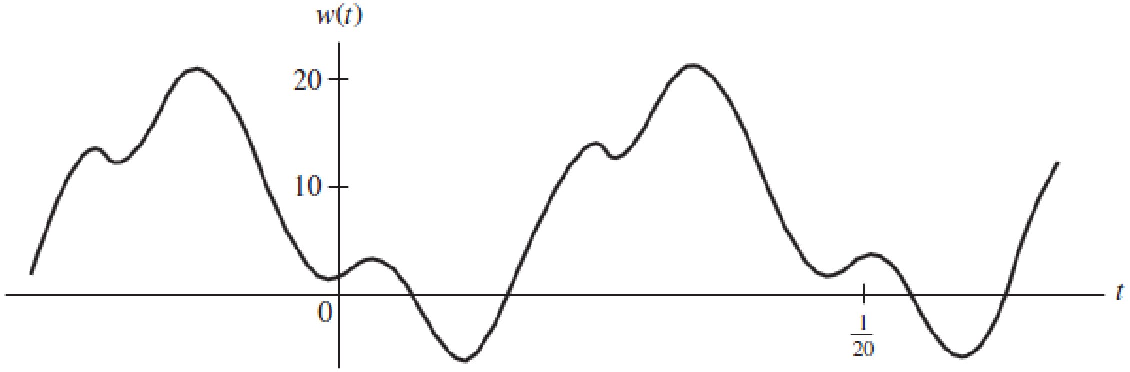
$$A \cos(\omega_0 t + \phi) = A \operatorname{Re}\left[e^{j(\omega_0 t + \phi)}\right]$$
$$= \operatorname{Re}\left[A e^{j\phi} e^{j\omega_0 t}\right]$$



Representations of $A \cos(\omega_0 t + \phi)$: (*a*) phasor diagram; (*b*) line spectrum.

Series de Fourier

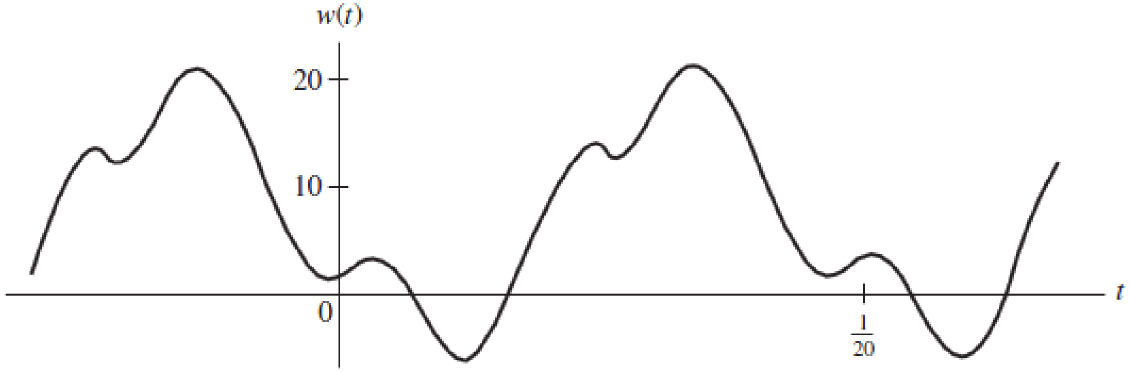
$$w(t) = 7 - 10\cos(40\pi t - 60^\circ) + 4\sin 120\pi t$$



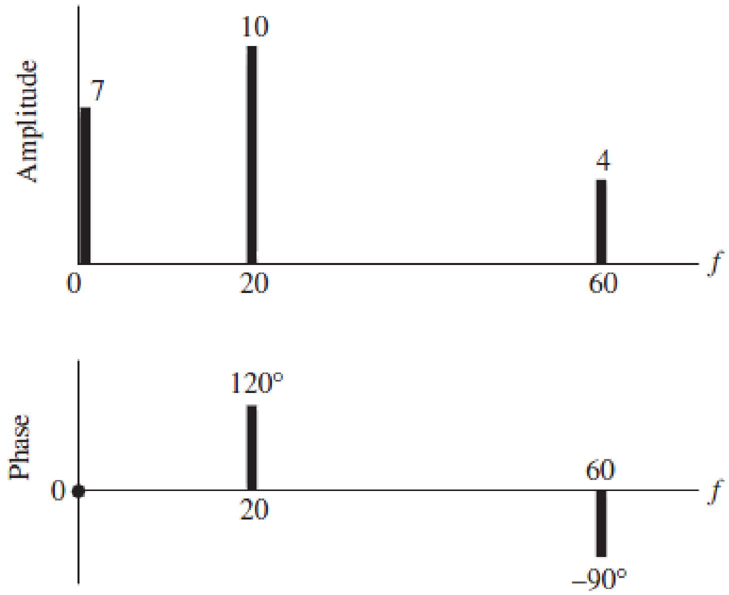
(a)

Series de Fourier

$$w(t) = 7 - 10\cos(40\pi t - 60^\circ) + 4\sin 120\pi t$$



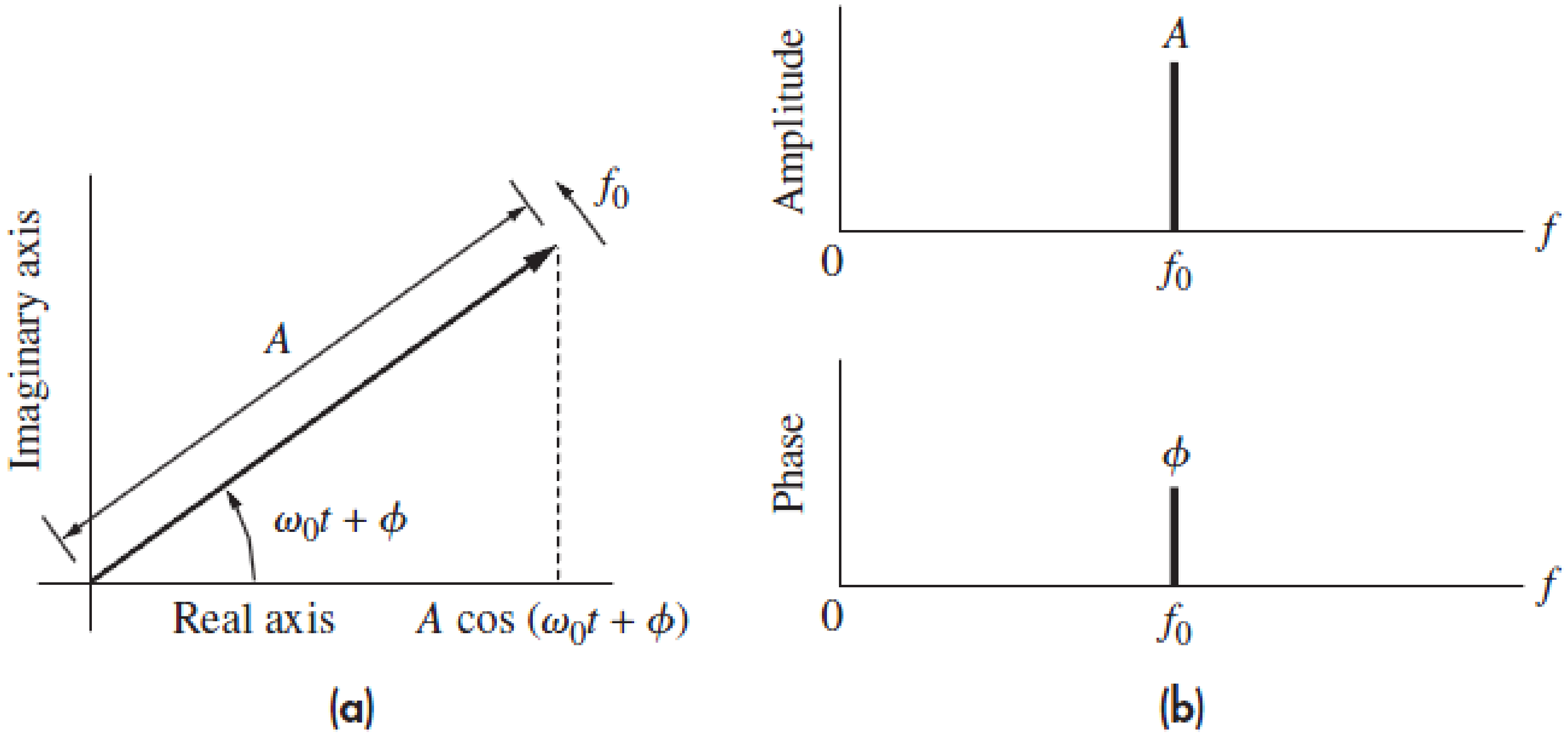
(a)



(b)

Parte real de un fasor Vs. fasores en direcciones opuestas

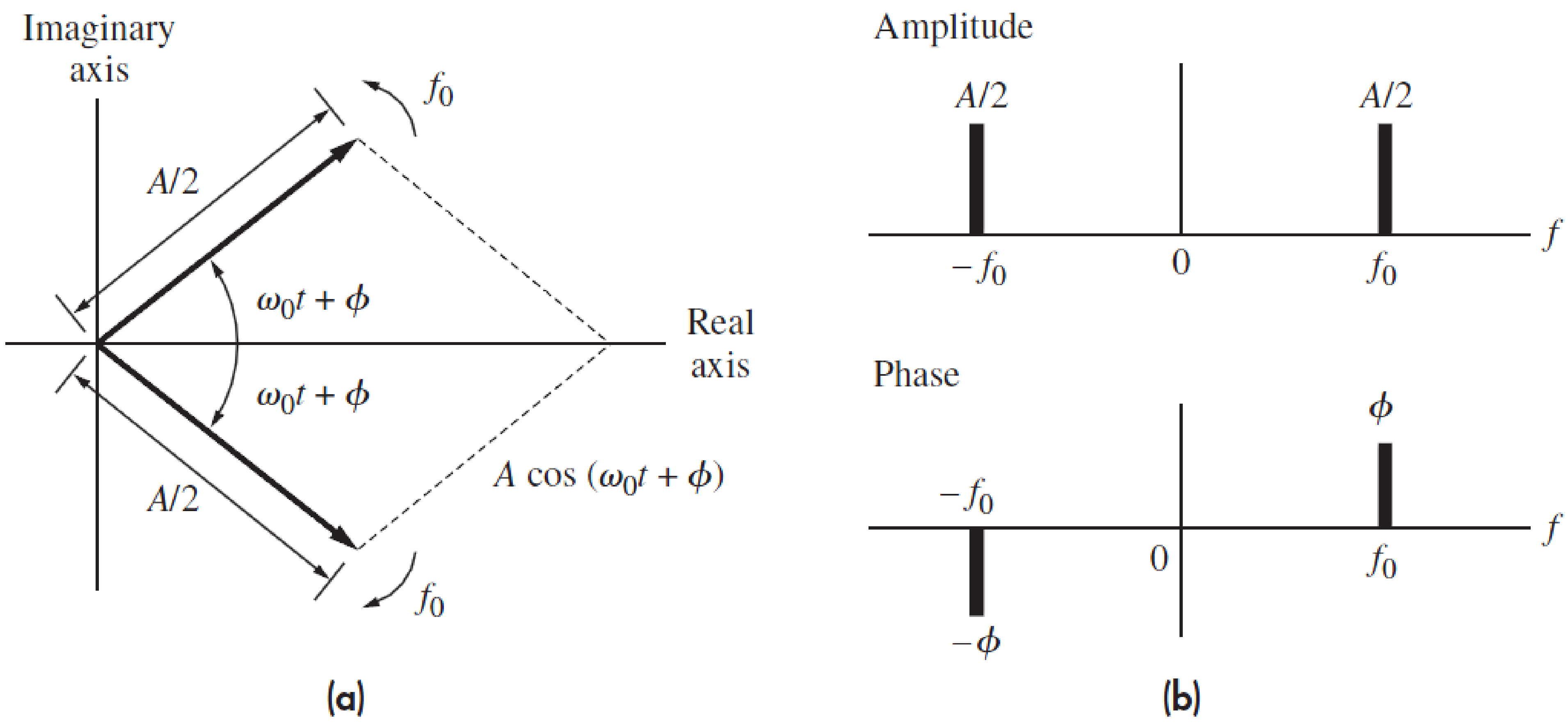
$$A\cos(\omega_0 t + \phi) = A\,\mathrm{Re}\left[e^{j(\omega_0 t+\phi)}\right]$$
$$= \mathrm{Re}\left[A e^{j\phi} e^{j\omega_0 t}\right]$$



Representations of $A\cos(\omega_0 t + \phi)$: (*a*) phasor diagram; (*b*) line spectrum.

Parte real de un fasor Vs. fasores en direcciones opuestas

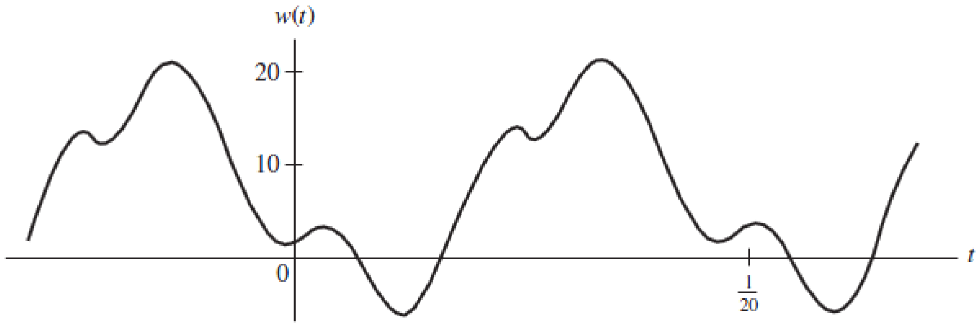
$$A\cos(\omega_0 t + \phi) = \frac{A}{2} e^{j\phi} e^{j\omega_0 t} + \frac{A}{2} e^{-j\phi} e^{-j\omega_0 t}$$



(*a*) Conjugate phasors; (*b*) two-sided spectrum.

Series de Fourier

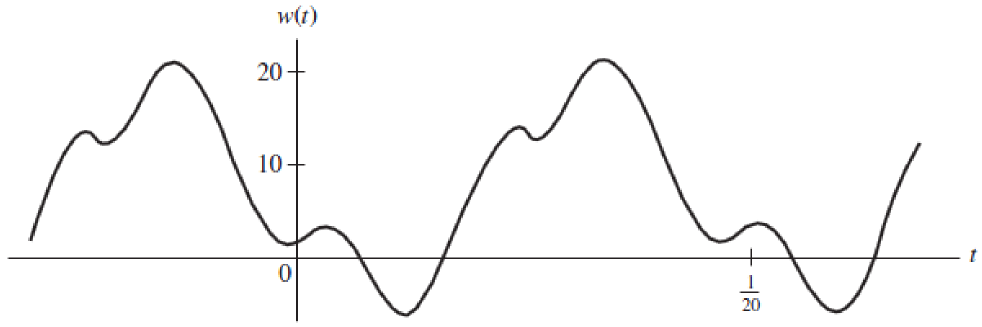
$$w(t) = 7 - 10\cos(40\pi t - 60^\circ) + 4\sin 120\pi t$$



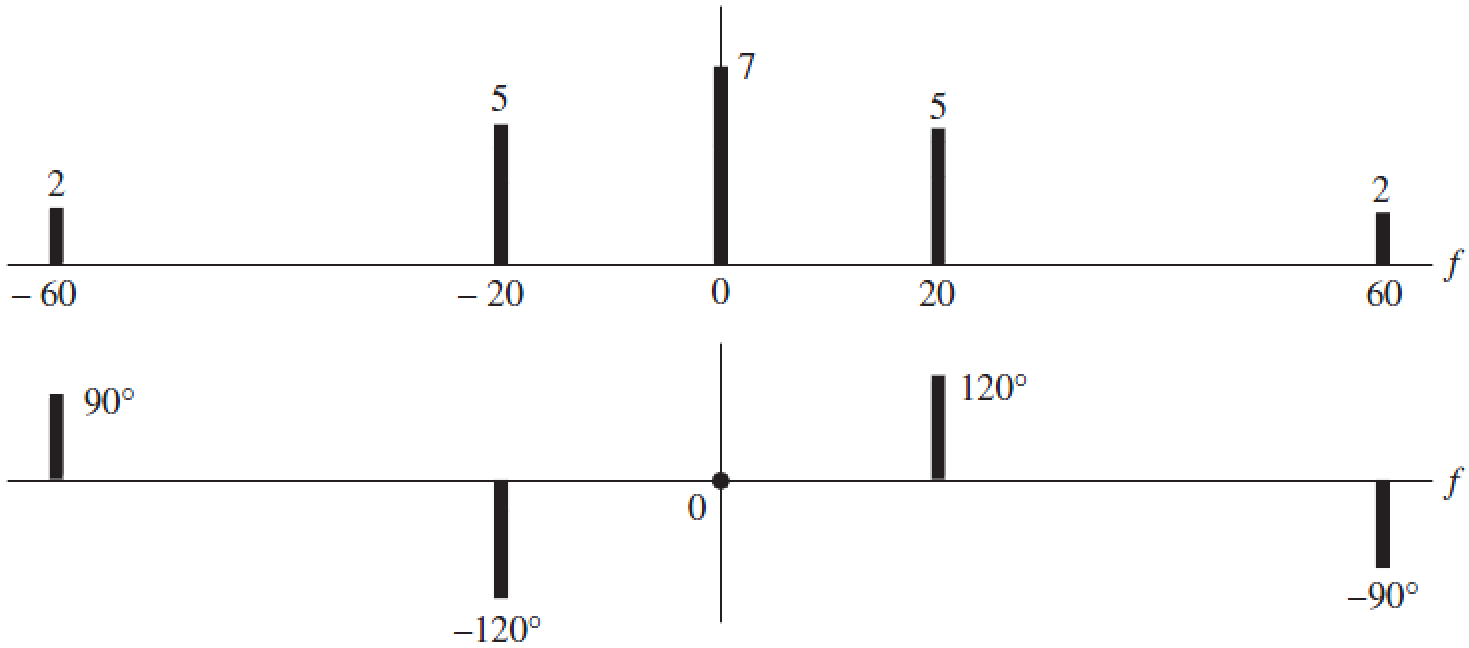
(a)

Series de Fourier

$$w(t) = 7 - 10\cos(40\pi t - 60^\circ) + 4\sin 120\pi t$$

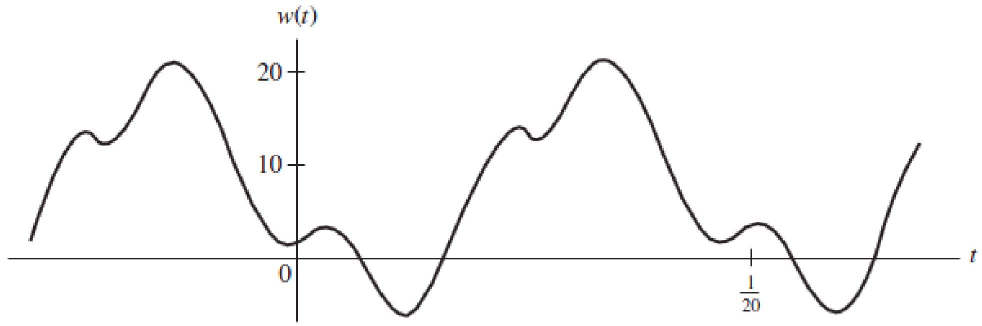


(a)

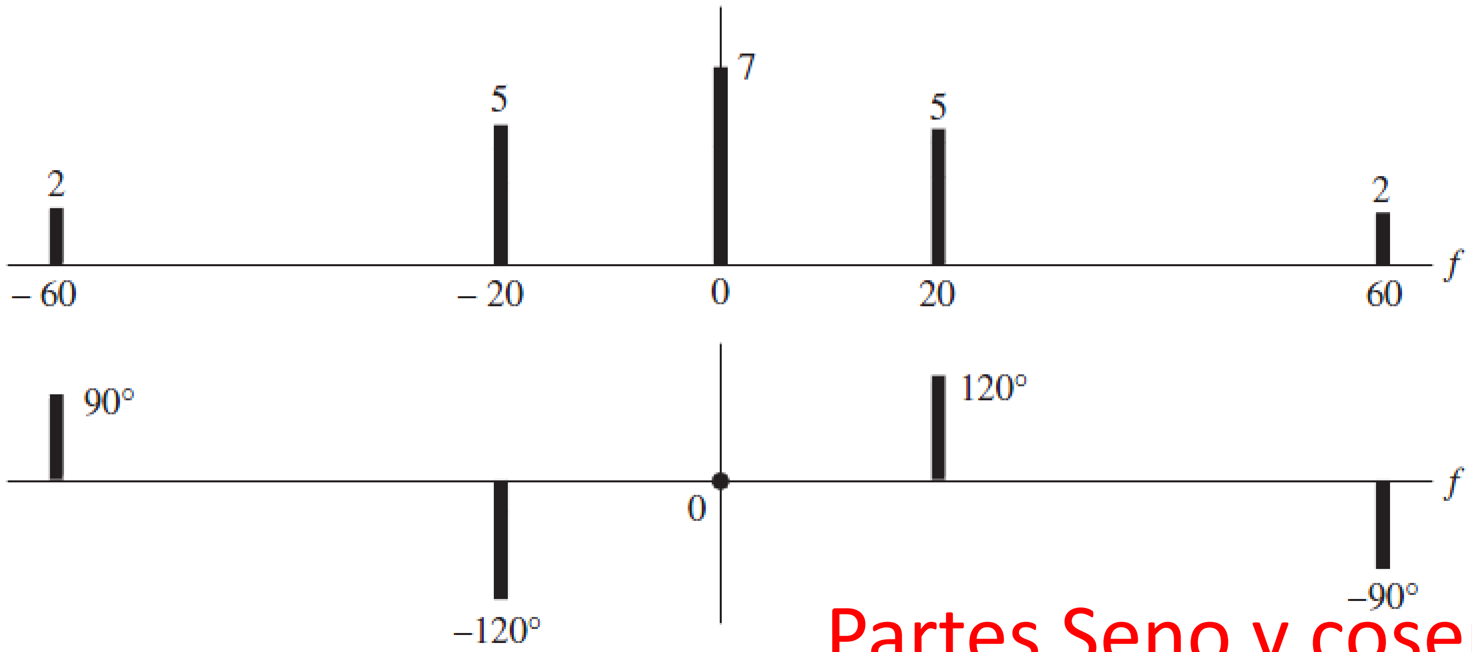


Series de Fourier

$$w(t) = 7 - 10\cos(40\pi t - 60^\circ) + 4\sin 120\pi t$$



(a)



Partes Seno y coseno??

Serie de Fourier, Trigonométrica

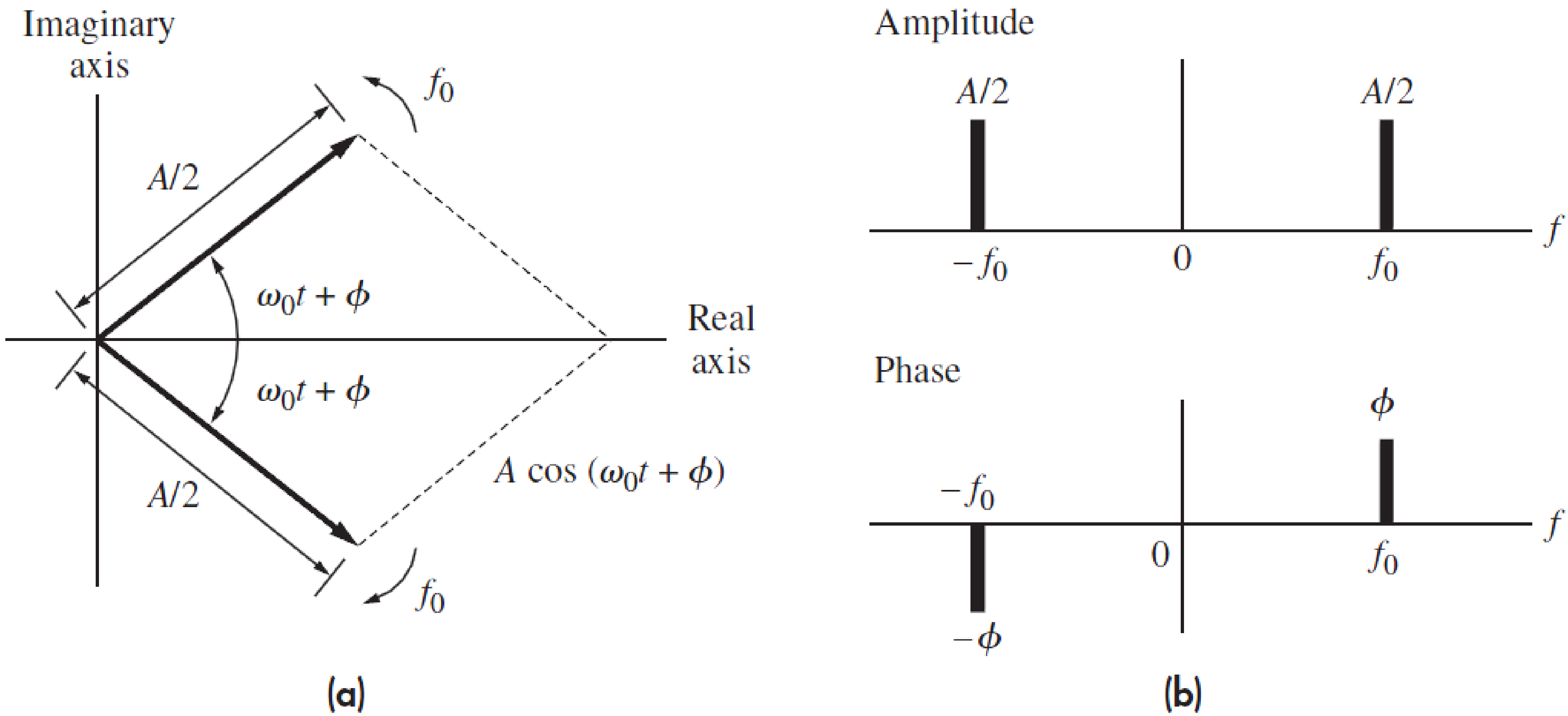
$$C_0 = \frac{1}{T}.\int_0^T v(t).dt$$

$$a_n = \frac{2}{T}.\int_0^T v(t).cos(f_0.n.t).dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}.\int_0^T v(t).sen(f_0.n.t).dt$$

$$\boxed{v(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \mathrm{seno}(2\pi n f_0 t)]}$$

$$A\cos(\omega_0 t + \phi) = \frac{A}{2}e^{j\phi}e^{j\omega_0 t} + \frac{A}{2}e^{-j\phi}e^{-j\omega_0 t}$$



(*a*) Conjugate phasors; (*b*) two-sided spectrum.

Series de Fourier. "Exponencial"

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi n f_0 t} \qquad n = \ldots -2, -1, 0, 1, 2 \ldots$$

$$C_n = \frac{< v_{(t)}. Base_n. >}{||Base_n||^2}$$

$$C_n = \frac{< v_{(t)}. Base_n{}^* >}{||Base_n. Base_n{}^*||^2}$$

$$\boxed{c_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt}$$

$$c_n = |c_n|\, e^{j \arg c_n}$$

$$c_n e^{j2\pi n f_0 t} = |c_n|\, e^{j \arg c_n} e^{j2\pi n f_0 t}$$

Series de Fourier

Exponencial

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{\,j2\pi n f_0 t} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

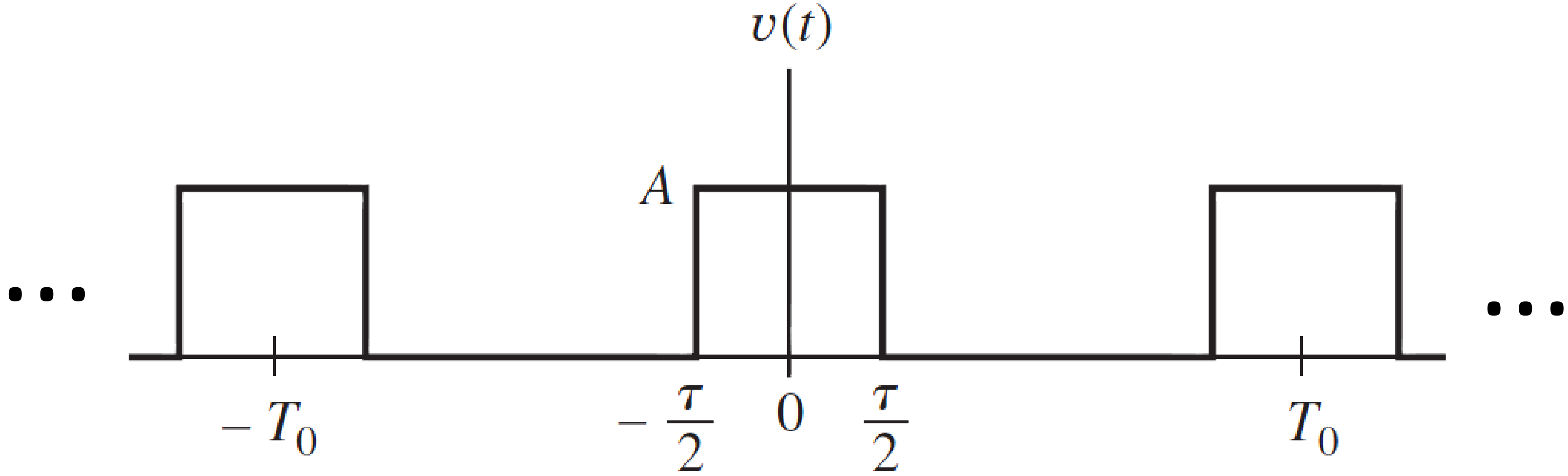
$$c_n = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} v(t) e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt$$

Trigonométricas

$$v(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} |2c_n| \cos(2\pi n f_0 t + \arg c_n)$$

$$v(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos 2\pi n f_0 t + b_n \sin 2\pi f_0 t]$$

Ejemplo: Secuencia periódica de pulsos rectangulares



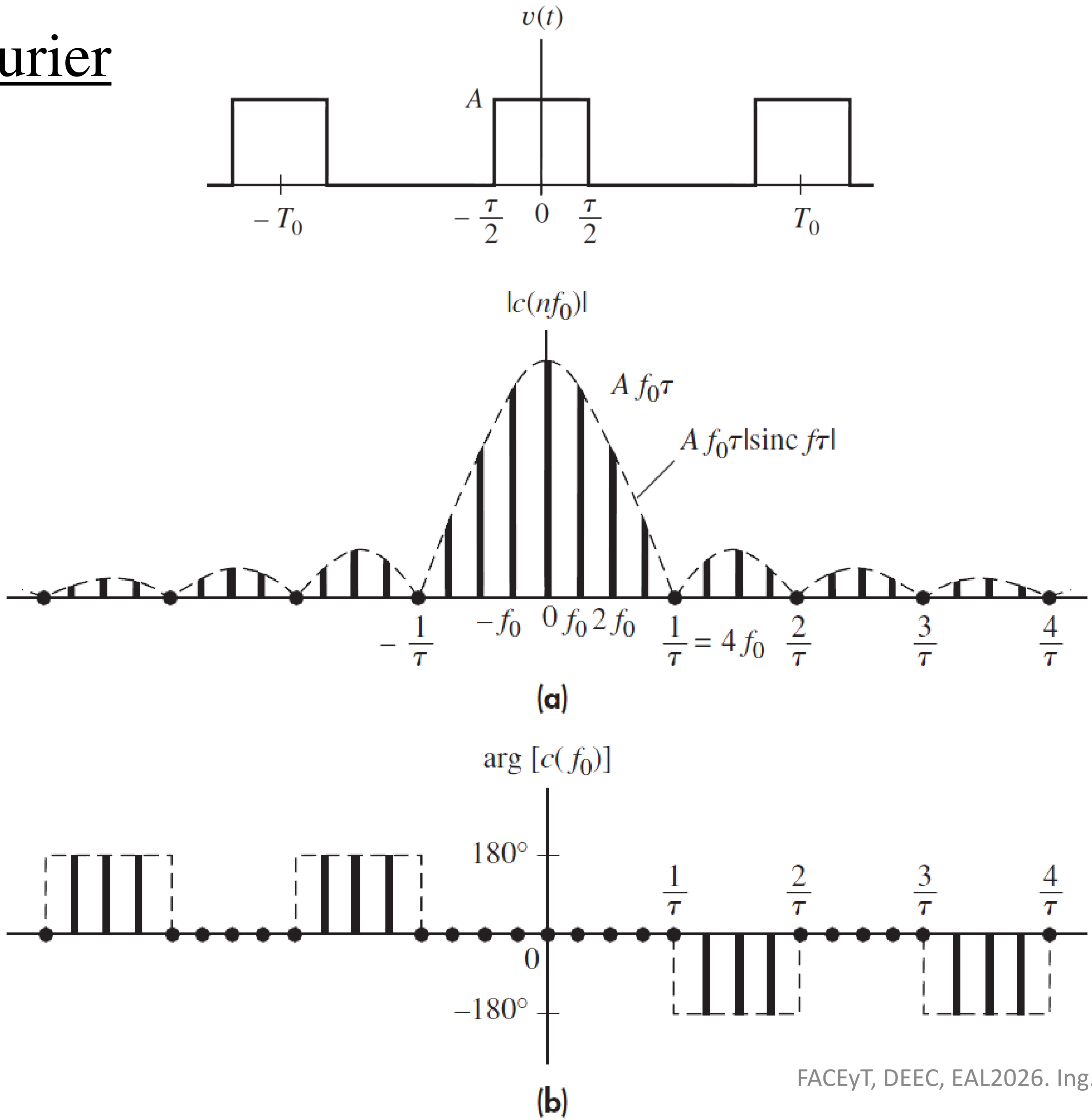
$$c_n = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)e^{-j2\pi n f_0 t}\,dt = \frac{1}{T_0}\int_{-}^{\tau/2} Ae^{-j2\pi n f_0 t}\,dt$$

$$= \frac{A}{-j2\pi n f_0 T_0}\left(e^{-j\pi n f_0 \tau} - e^{+j\pi n f_0 \tau}\right)$$

$$= \frac{A}{T_0}\frac{\sin \pi n f_0 \tau}{\pi n f_0}$$

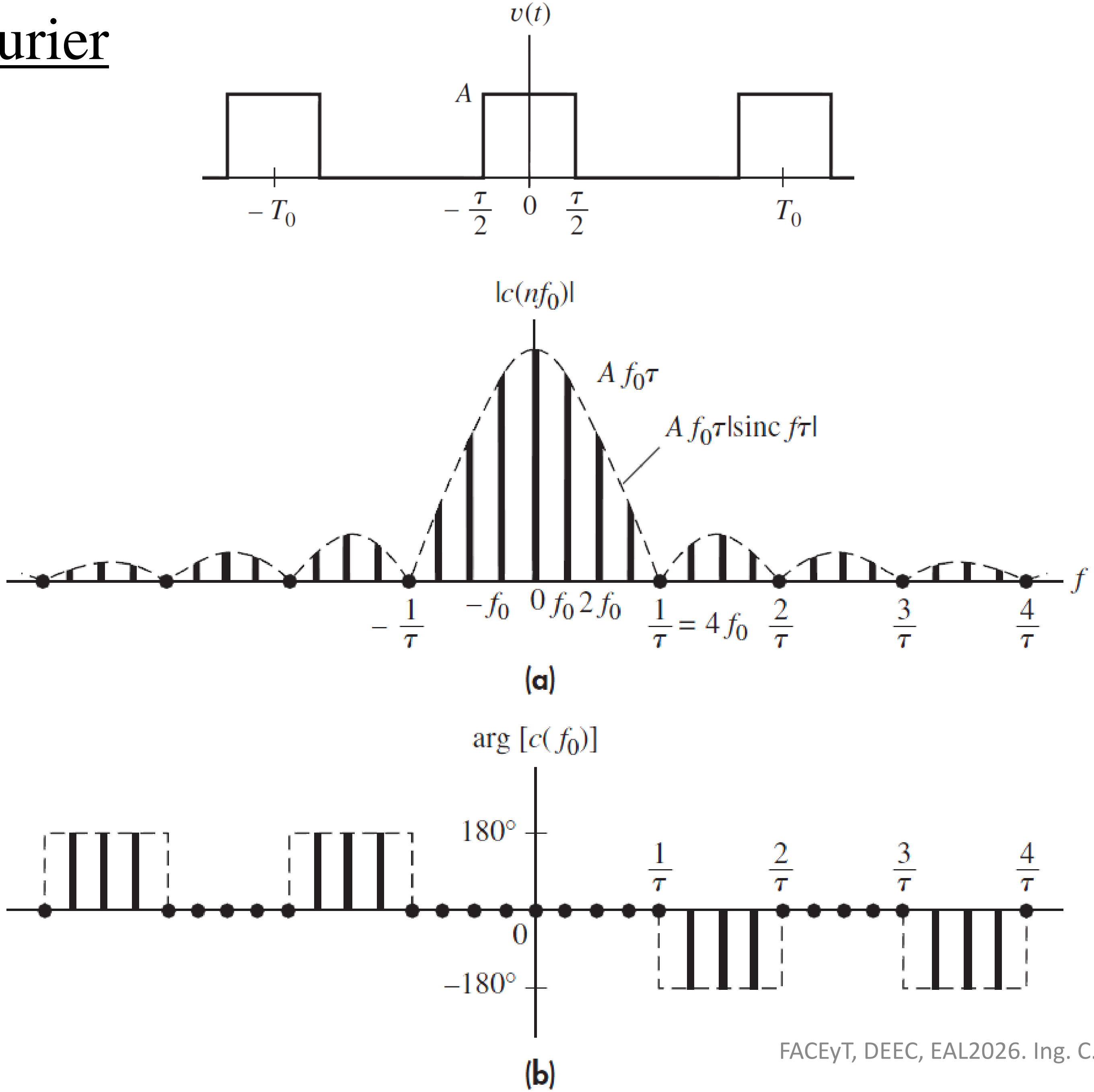
$$C_n = \frac{A.\tau}{T_0}.sinc(\tau\pi n f_0)$$

Series de Fourier



Spectrum of rectangular pulse train with $f_c\tau = 1/4$. (*a*) Amplitude; (*b*) phase.

Series de Fourier



Spectrum of rectangular pulse train with $f_c\tau = 1/4$. (*a*) Amplitude; (*b*) phase.

Teorema de Parseval

$$P = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} |v(t)|^2\, dt = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} v(t)v^*(t)\, dt$$

$$v^*(t) = \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n\, e^{\,j2\pi n f_0 t}\right]^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n^*\, e^{-j2\pi n f_0 t}$$

$$P = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} v(t)\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n^*\, e^{-j2\pi n f_0 t}\right] dt$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{T_0}\int_{T_0} v(t)e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt\right] c_n^*$$

$$\boxed{P = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n c_n^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2}$$

RESUMEN CLASE 8

1 . El espectro de frecuencias es una representación alternativa de la señal temporal, que identifica a esta de manera unívoca.

2. Hay varias maneras distintas de representar un espectro, dependiendo de cómo se describa o represente la señal en el tiempo, y se elijan las funciones de la base ortogonal.

3. Las señales periódicas pueden representarse mediante series de Fourier: los espectros resultantes pueden ser unilaterales o bilaterales, según el tipo de funciones elegidas como base. Resultan espectros discretos.

4. La potencia (de una señal de potencia) puede calcularse a partir de las componentes espectrales (Parseval). Para espectros continuos, es calculable de manera similar la energía (Rayleigh).

Videos interesantes acerca de las series de Fourier:

¿Qué es una Serie de Fourier? Del Flujo de Calor al Arte con Círculos
https://www.youtube.com/watch?v=r6sGWTCMz2k

Las Computadoras Superpoderosas de las que Nunca te Contaron
https://www.youtube.com/watch?v=PQeS7sfMxR4