SEÑALES ELÉCTRICAS

Unidad 2: SEÑALES ELÉCTRICAS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

Transformada de Fourier. Teorema de Parseval. Espectros de densidad de potencia/energía. Teoremas relacionados con la Transformada de Fourier. Delta de Dirac, propiedades, aplicaciones. Espectro de señales periódicas. La transformada discreta de Fourier. Señales aleatorias en dominio de frecuencia. Espectro de densidad de potencia. Función de autocorrelación. Señales de banda angosta, características y modelado.

Clase 7: *"Las señales consideradas como vectores"*

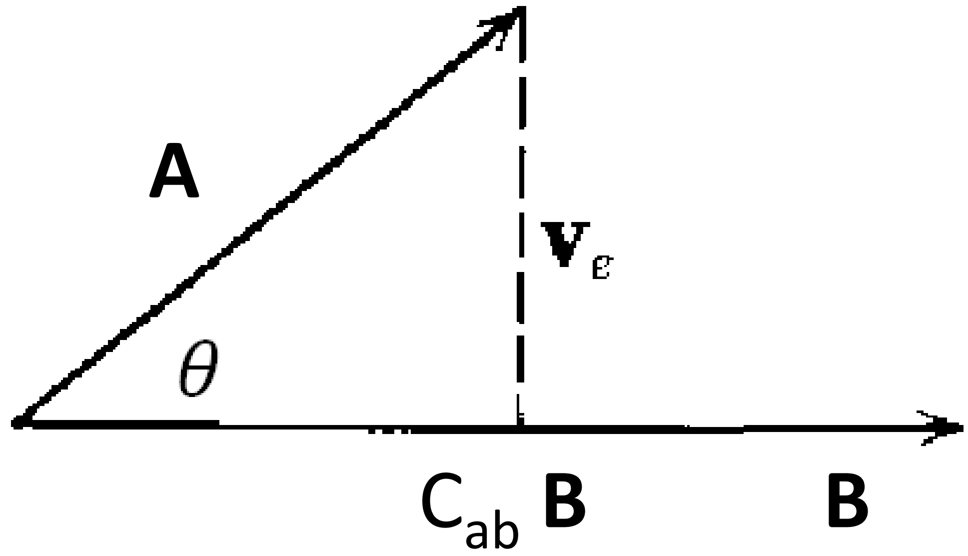
Cap. 2.4 Lathi-Ding

Señales consideradas como vectores

Componente de un vector en la dirección de otro

Módulo de la componente de A
en la dirección B:

$$A_b = A.\cos(\theta) = C_{ab}.B$$

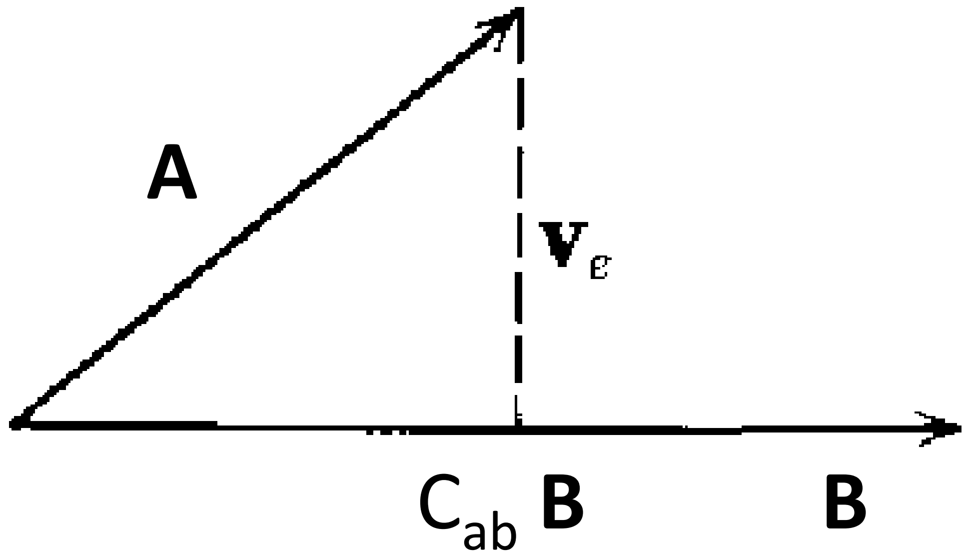


El Producto escalar, está definido por : $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB\cos\theta$

$$A_b = A.\cos(\theta) = \frac{\boldsymbol{A}.\boldsymbol{B}}{B}$$

Señales consideradas como vectores

Componente de un vector en la dirección de otro



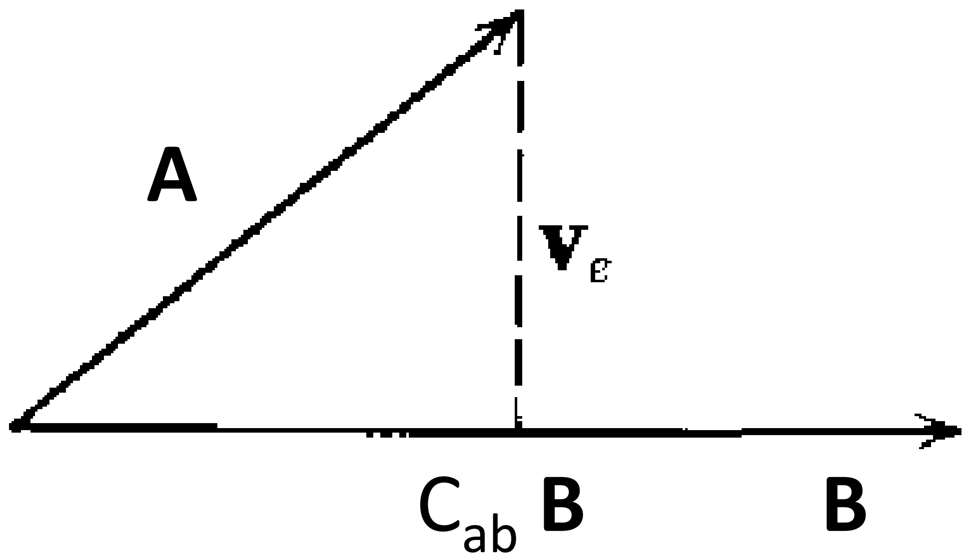
$$A_b = A.\cos(\theta) = C_{ab}.B$$

$$A_b = A.\cos(\theta) = \frac{\boldsymbol{A}.\boldsymbol{B}}{B}$$

$$A_b = A.Cos(\theta) = C_{ab}.B = \frac{\boldsymbol{A}.\boldsymbol{B}}{B} \rightarrow \boxed{C_{ab} = \frac{\boldsymbol{A}.\boldsymbol{B}}{B^2}}$$

Señales consideradas como vectores

Componente de un vector en la dirección de otro

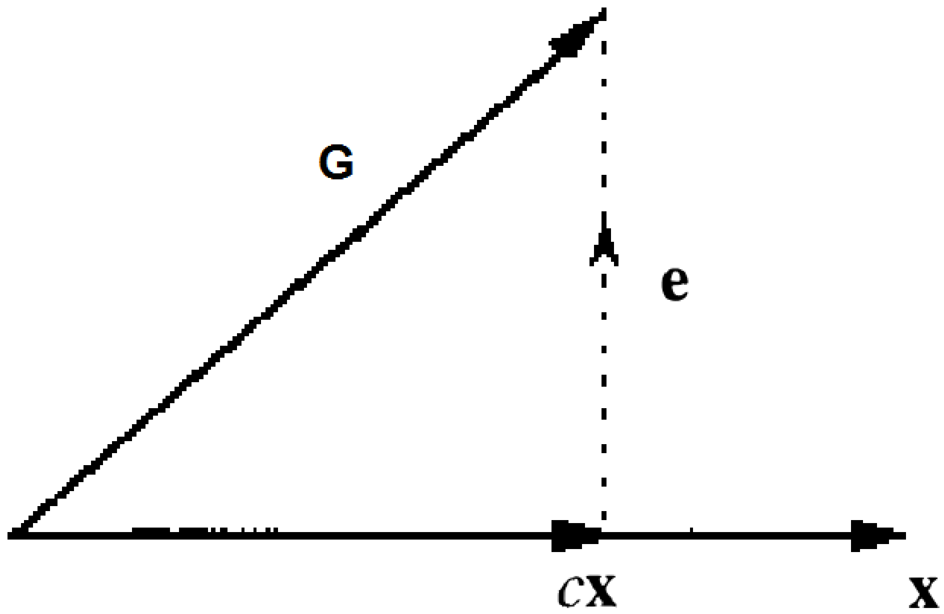


$$C_{ab} = \frac{\boldsymbol{A}.\boldsymbol{B}}{B^2}$$

Es decir que el tamaño de la componente del vector A en la dirección de B se calcula como el producto escalar de A y B dividido en el módulo cuadrado del vector de referencia (B).

Señales consideradas como vectores

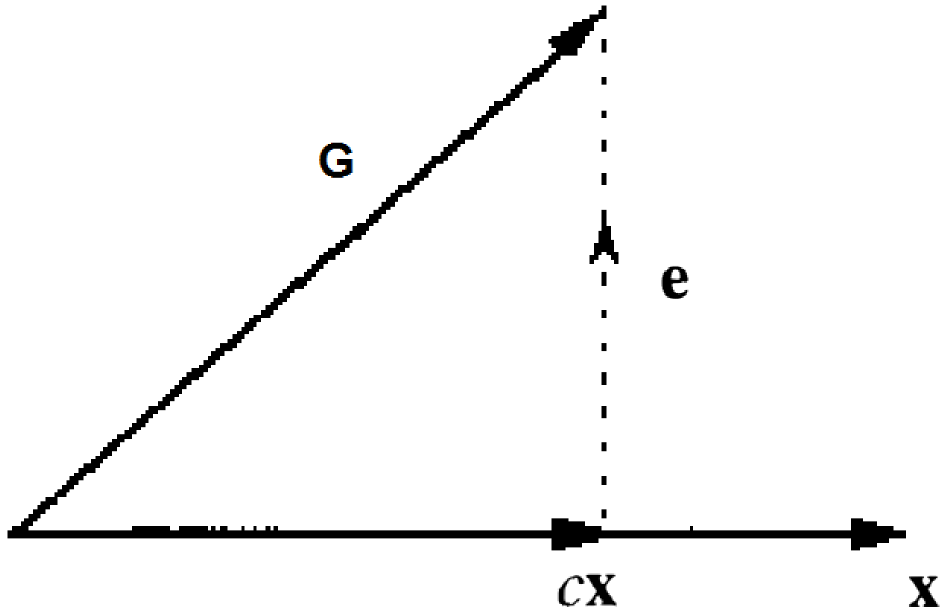
Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional



Si estamos tratando con señales muestreadas el tiempo, x(t) y g(t), por ejemplo habiendo tomado N valores instantáneos, podemos imaginarnos construyendo los vectores G y X en un espacio N-dimensional. Estaremos representando a las señales X(t) y G(t) como vectores, cumpliendo los valores instantáneos muestreados las veces de componentes de cada uno de esos vectores.

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional



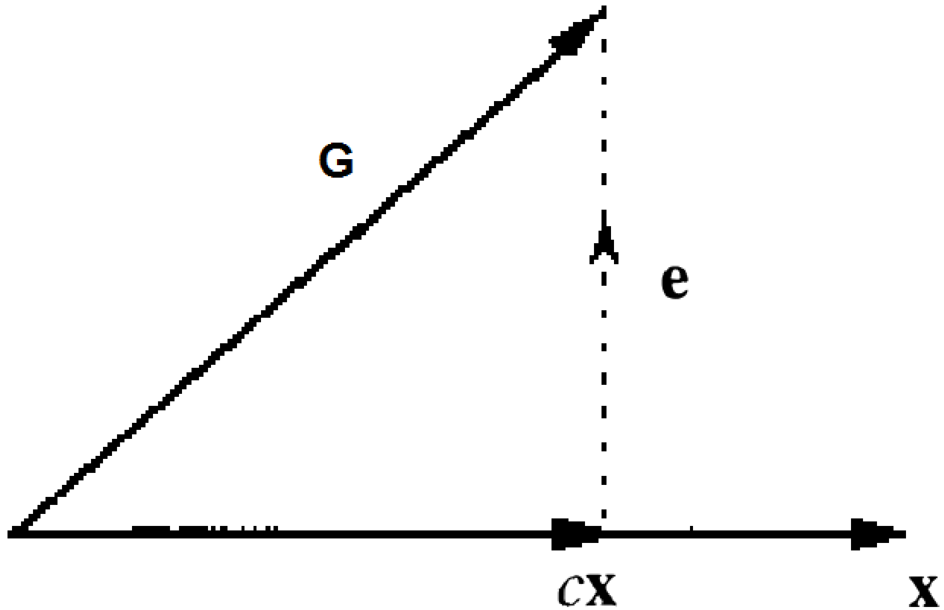
El vector G puede considerarse como constituido por 2 componentes:
una componente paralela al vector X... más un vector E, de "error"

$$\mathbf{G} = c.X + E$$

Podríamos proponer desde un primer momento que el coeficiente "C" se calcule directamente como en el caso de los vectores pero, razonando de otra manera y desde otro punto de vista, podemos llegar a la misma conclusión...

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional



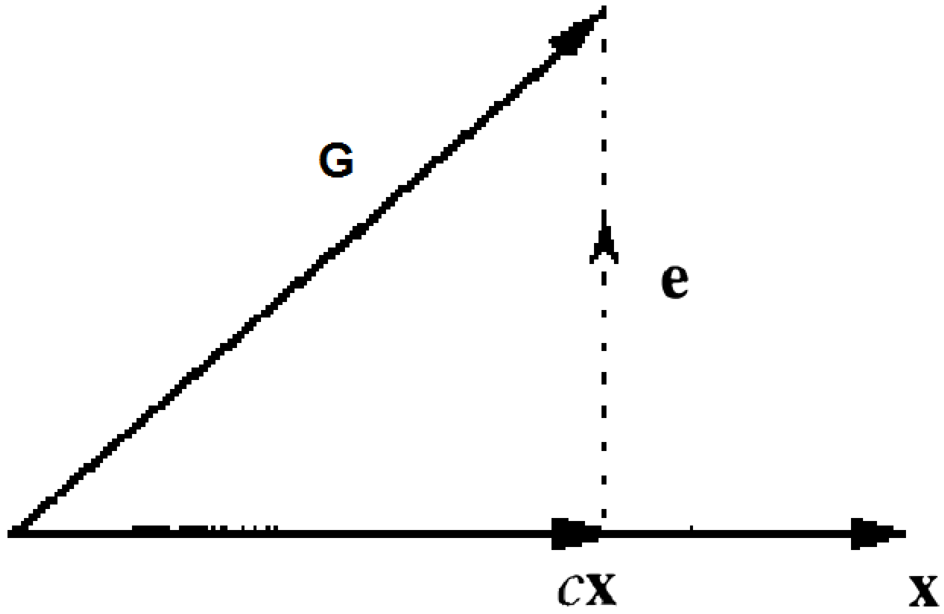
Podemos preguntarnos, Cuál es la mejor elección de C de manera que el vector de error resulte del menor tamaño posible. Entonces...

$$\mathbf{G} = c.\boldsymbol{X} + \boldsymbol{E} \longrightarrow \boldsymbol{E} = \mathbf{G} - c.\boldsymbol{X}$$

... Se quiere minimizar el módulo del error: $|\boldsymbol{E}| = |\mathbf{G} - c.\boldsymbol{X}|$

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional



$$E = \mathrm{G} - c.X \longrightarrow |E|^2 = |\mathrm{G} - c.X|^2$$

Como el error resulta ser una función contínua de C...

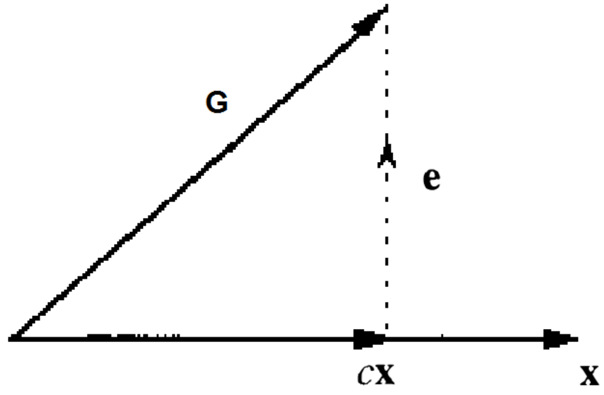
$$min\,(|E|^2) \longrightarrow \frac{d}{dc}|E|^2 = 0$$

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional

Como...

$$|E|^2 = \sum_{i=1}^{N} |G_i - c.X_i|^2$$



$$\frac{d}{dc}|E|^2 = \frac{d}{dc}\left(\sum_{i=1}^{N} |G_i - c.X_i|^2\right)$$

$$\frac{d}{dc}|E|^2 = \frac{d}{dc}\sum_{i=1}^{N} G_i^2 - 2c.G_i.X_i + c^2.X_i^2$$

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional

$$\frac{d}{dc}|E|^2 = \frac{d}{dc}\sum_{i=1}^{N} G_i^2 - 2c.G_i.X_i + c^2.X_i^2$$

$$\frac{d}{dc}\sum_{i=1}^{N} G_i^2 - 2c.G_i.X_i + c^2.X_i^2 = \sum_{i=1}^{N} -2.G_i.X_i + 2.c.X_i^2$$

$$\frac{d}{dc}|E|^2 = 0 \longrightarrow \sum_{i=1}^{N} -2.G_i.X_i + 2.C_{min}.X_i^2 = 0$$

Producto escalar
<G.X>

$$\longrightarrow C_{min}.\sum_{i=1}^{N} X_i^2 = \sum_{i=1}^{N} G_i.X_i \longrightarrow C_{min} = \frac{\sum_{i=1}^{N} G_i.X_i}{\sum_{i=1}^{N} X_i^2}$$

Módulo cuadrado
de X