

UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMÁN

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍA



SEÑALES ELÉCTRICAS (EAL)

CARTILLA DE EJERCICIOS

(2025)

DOCENTES:

Profesor: Dr. Ing. Carlos Manuel Formigli

Mail: cformigli@herrera.unt.edu.ar

JTP: Dr. Ing. Mariano Fagre

Mail: mfagre@herrera.unt.edu.ar

ADG: Dr. Ing. Zenón Saavedra

Mail: zsaavedra@herrera.unt.edu.ar

LINK CATEDRA: <https://catedras.facet.unt.edu.ar/senialeselectricas/>

PRÓLOGO

Esta carpeta de ejercicios es una guía de actividades confeccionada por los integrantes de la cátedra, en la cual se encuentran problemas de 2 tipos, a saber: unos pensados para ayudar a entender conceptos teóricos propios de la asignatura y, otros directamente para emplear alguna técnica de cálculo o procesamiento. Se espera haber logrado un buen balance entre lo teórico y lo práctico, concentrando las actividades en las resoluciones y verificaciones por medios computacionales empleando un lenguaje de programación de alto nivel. (Python)

En la mayoría de los ejercicios se muestra junto con el enunciado la respuesta correcta; no así el desarrollo de los cálculos o razonamientos a seguir, aunque sí se incluyeron sugerencias al respecto en parte de las actividades.

Contenido:

Tema 1	2
Tema 2	6
Tema 3	11
Tema 4	15
Tema 5	18
Tema 6	23
Tema 7	29
Tema 8	32
Tema 9	37
Tema 10	42
Tema 11	44
Tema 12	47
Tema 13	54
Tema 14	61

Tema 1

TEMA: Práctica con el lenguaje Python.

OBJETIVOS:

Familiarizarse con el entorno, realizar las operaciones básicas, definir los tipos de variables más comunes y usar las funciones pre-construidas más simples.

Software: Parte 1

1.Ejercicio 1

Definición e inicialización de variables

- a. Definición e inicialización de variables escalares.

Defina las siguientes variables:

- a = 5
- A = 7
- b = 8.
- B = 11

Utilice la función `print()` para desplegar por pantalla el valor de dichas variables, por ej. `print(a)`

Respuesta: Ver video en [link](#)

- b. Definición de un vector fila y dos vectores columnas.

Nota: En este ejercicio utilizaremos la librería `numpy` (Numerical Python) que nos permitirá operar los vectores de una manera más amigable. Recuerde instalar la librería en caso de trabajar localmente y a su vez de importarla dentro de su código, sea donde sea que trabaje, utilizando el código.

```
import numpy as np
```

- Defina el siguiente vector fila:

```
v = [1, 3, 7, 0]
```

- Defina el siguiente vector columna:

```
w = [[5], [6], [2]]  
x = [[0], [-2], [3], [7]]
```

- Transponga el vector columna x.

Respuesta: Ver video en [link](#)

- c. Producto ordinario y de vectores:

Realice las siguientes operaciones:

- $a * A$
- $v * x$
- $x * v$

- $M = w * v$
- $v * w$
- $N = M * x$
- $P = w' * M$

Una de estas operaciones deberá devolver un error al intentar realizarla.

Respuesta: Ver video en [link](#)

d. Extracción de un elemento de una matriz o vector.

- Extraiga el primer elemento del vector v .
- Extraiga el tercer elemento del vector v .
- Extraiga el elemento ubicado en la segunda fila y tercera columna de la matriz M .
- Extraiga el onceavo elemento de la matriz M .

Respuesta: Ver video en [link](#)

1.Ejercicio 2

Funciones predefinidas.

- a. Encuentre los valores máximo, mínimo y media, utilizando las funciones "np.max", "np.min" y "np.mean" respectivamente.

Respuesta: Ver video en [link](#)

- b. El comando "??" proporciona ayuda sobre las funciones definidas en el entorno; por ejemplo: "?? np.max" le explicará el objetivo y uso de la función "max".

Respuesta: Ver video en [link](#)

Averigüe la función y uso de los comandos "round", "math.ceil", "abs". Observación: Para math.ceil deberá importar la librería math (import math).

1.Ejercicio 3

Variables de rango y gráficos simples

- a. Creación de variables (vectores) conteniendo rango de valores.

Respuesta: Ver video en [link](#)

- b. Gráficas simples: 1 dimensión.

En este ejercicio se harán gráficas sencillas utilizando la librería matplotlib.

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

- Grafique el vector positivo.

- En una figura distinta, vuelva a graficar el vector positivos, pero modifique el tipo de marcador utilizado. En este caso se propone utilizar marcadores circulares azules.
- En una figura distinta, grafique el vector enteros y el vector múltiplos.

Respuesta: Ver video en [link](#)

c. Gráficas simples: 2 dimensiones.

Haga lo mismo, pero para el coseno.

Grafique la señal seno y coseno en un mismo gráfico.

Respuesta: Ver video en [link](#)

Software: Parte 2

OBJETIVOS:

Escribir programas y funciones simples en python. Verificar la correspondencia entre promedios temporales y estadísticos.

1.Ejercicio 4

Calcular promedios temporales CONTENIDO TEÓRICO

- a. Genere los vectores necesarios para representar alrededor de 100 ciclos de una función senoidal de 20Hz y 3v de amplitud, y otra de la misma duración con una frecuencia de 33.57Hz y 4V de amplitud.
 - i. Usando promedios temporales, calcule los valores eficaces de cada señal, y de la suma y de la diferencia de cada una.
 - ii. Compare los resultados usando la función desviación estándar (std).
- b. Averigüe si las 2 señales del ítem a son coherentes o no.

Respuesta: Ver videos en [link \(Parte 1\)](#), [link \(Parte 2\)](#) y [link \(Parte 3\)](#)

- c. Defina los vectores necesarios para representar alrededor de 100 ciclos de 2 señales senoidales de amplitud unitaria, de la misma frecuencia, pero distinta fase.
 - i. Explore cómo cambia la coherencia entre las 2 señales al ir cambiando la fase de una de ellas entre 0 y 90 grados.

Respuesta: Ver video en [link](#)

1.Ejercicio 5

Generación de señales simples

- a. Genere aprox. 30 ciclos de una señal diente de sierra periódica de 15 Hz, y 200 puntos por ciclo a usando la función "mod".

Respuesta: Ver video en [link](#)

- b. Genere aprox. 30 ciclos de una señal cuadrada periódica de 20 Hz, y 250 puntos por ciclo, a partir de una senoidal.

Respuesta: Ver video en [link](#)

- c. Use un histograma como aproximación a la función de densidad de probabilidad de la señal del ítem 2.a. Tenga especial atención en el dimensionado de los ejes para realizar la gráfica.

Respuesta: Ver video en [link](#)

1.Ejercicio 6

Momentos estadísticos.

- a. Generar 100 mil muestras de una señal aleatoria con distribución uniforme, y 100 mil de una señal aleatoria con distribución normal. Use las funciones "rand" y "randn". Compruebe mínimamente la distribución estadística de las muestras de cada caso empleando un histograma.

Respuesta: Ver video en [link](#)

- b. A partir de la pdf, calcule el valor medio y los valores eficaces de la señal del ítem 2.c y compare con los promedios temporales.

Respuesta: Utilice las siguientes funciones:

- Valor medio: np.mean() -> Media estadística.
 - Valor eficaz ac: np.std() -> Desviación estándar.
 - Valor eficaz: np.sqrt() -> Raíz cuadrada.
 - Para elevar un número a un exponente utilizar doble asterisco,
 - Por ejemplo,
 - dos a la cuarta: 2**4
 - Elevar una variable (suponer que se llama x) al cubo: x**3,
- c. Use la función compartida por la cátedra y calcule el promedio estadístico. Compare con el promedio temporal.

Respuesta: Ver video en [link](#)

Tema 2

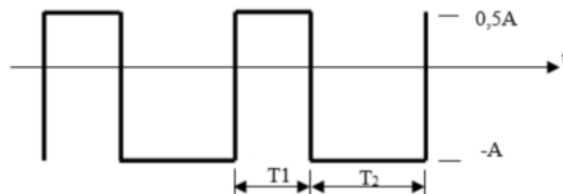
TEMA: Señales eléctricas Determinísticas y Aleatorias.

OBJETIVOS:

Recordar los conceptos de valor medio y valores eficaces en señales eléctricas y practicar el cálculo de parámetros estadísticos.

2. Ejercicio 1

Dada la señal periódica de la figura con $T_2=2.T_1$, calcular:



- a. el valor medio.

Respuesta: $-\frac{A}{2}$

- b. La potencia normalizada.

Respuesta: $\frac{3}{4}A^2$

- c. su valor eficaz de alterna.

Respuesta: $\frac{A}{\sqrt{2}}$

- d. Compruebe la relación existente entre las 3 cantidades.

Respuesta: A realizar por el alumno.

- e. Dibuje la función de densidad de probabilidad acumulada, $F(x)$.

Respuesta: A realizar por el alumno

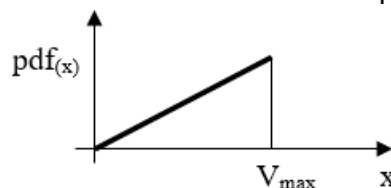
2. Ejercicio 2

Ud. tiene una señal aleatoria con promedio igual a 2 voltios. ¿Puede Ud. decir qué proporción del tiempo la señal estará (o mostrará valores) por encima del promedio?

Respuesta: A realizar por el alumno.

2. Ejercicio 3

Se tiene una señal con la siguiente función de densidad de probabilidad:

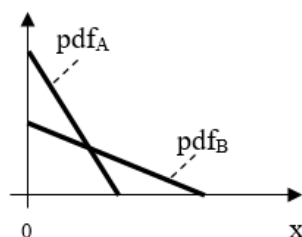


Calcule cuál es la probabilidad de que la señal se encuentre por debajo del promedio. (Es decir, la probabilidad de que una muestra tomada al azar se encuentre por debajo del promedio). ¿Y por encima del promedio?

Respuesta: $p(x < \bar{x}) = 0.44$ y $p(x > \bar{x}) = 0.56$

2. Ejercicio 4

Se tiene un par de señales, A y B cuyas funciones de densidad de probabilidad se muestran en la siguiente figura:



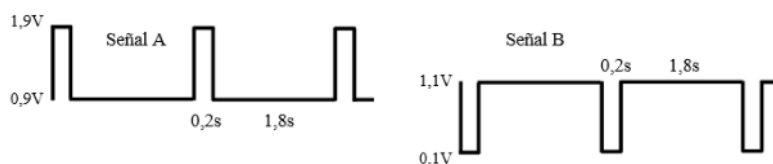
¿Cuál de las 2 señales tiene mayor valor eficaz?

Respuesta: $x_{ef_B} > x_{ef_A}$

2. Ejercicio 5

Se tiene un par de señales periódicas, A y B, cuyas representaciones en el tiempo son las siguientes:

a. ¿A priori, cuál señal diría usted que tiene un mayor valor eficaz?



Respuesta: A realizar por el alumno.

b. Calcule los valores eficaz y eficaces de alterna para las dos señales.

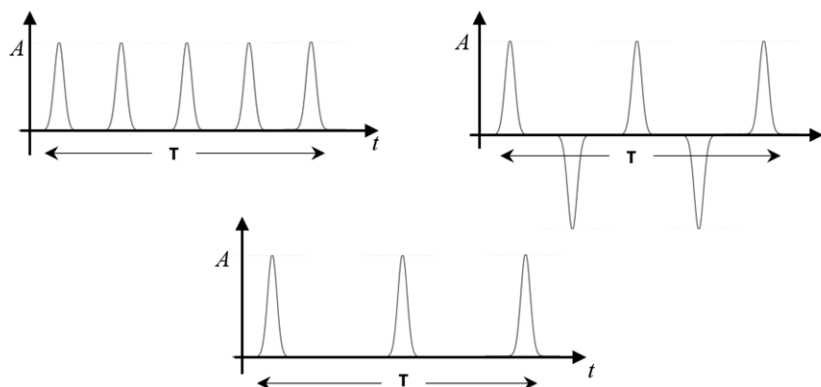
Respuesta: $x_{ef_A} = 1.04 [V]$, $x_{ef_B} = ??$ y $x_{ef_ac_A} = ??$, $x_{ef_ac_B} = 0.94 [V]$

c. Acertó usted con la estimación hecha en el ítem "a".

Respuesta: A realizar por el alumno.

2. Ejercicio 6

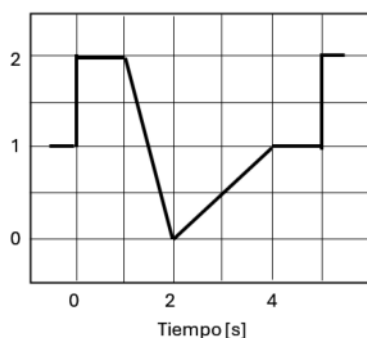
Determinar cuál de las señales tiene un valor de tensión media mayor, tensión eficaz de alterna.



2. Ejercicio 7

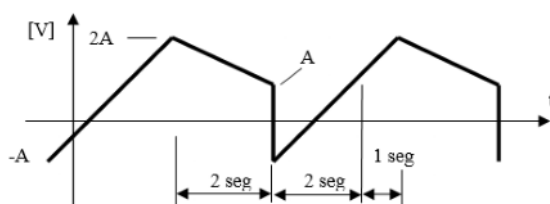
En un osciloscopio se observa un ciclo de una señal periódica de 5,0 s de periodo. Determinar:

- Dibuje la función de densidad de probabilidad (pdf) y la función de probabilidad acumulada(F).
- A partir de la pdf, determinar la potencia de la señal.
- Determinar el valor eficaz de alterna.
- Determinar el tiempo que la señal permanece por encima del valor promedio.



2. Ejercicio 8

Para la señal periódica de la figura determinar (dibujar):

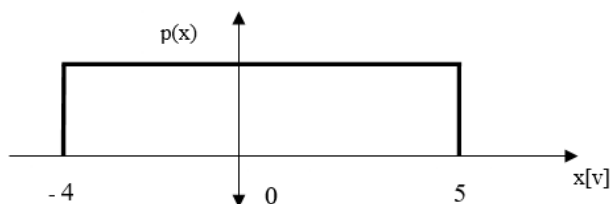


- La función de probabilidad acumulativa $F(x)$.
Respuesta: A realizar por el alumno.
- La función densidad de probabilidad $p(x)$.
Respuesta: A realizar por el alumno.
- Calcular la componente de continua utilizando la función densidad de probabilidad.
Respuesta: $\frac{9}{10}A$
- Calcular el valor de continua utilizando promedios temporales y comparar con el calculado en c).
Respuesta: $\frac{9}{10}A$
- ¿Podría calificarse a esta señal como ergódica? Justificar.
Respuesta: A realizar por el alumno.

2. Ejercicio 9

La función de densidad de probabilidad de una señal aleatoria $x(t)$ (estacionaria y ergódica) es la que se muestra en la figura.

¿Cuál será la probabilidad de que el valor absoluto de $x(t)$ supere 3,5 Volt?



Respuesta: $p(|x| > 3.5) = \frac{2}{9}$

2. Ejercicio 10

Se tiene una señal en el tiempo con valores discretos entre -3 y 6V, de 2 segundos de duración. Durante los 2 segundos se tomaron 10 mil muestras de tensión a intervalos de tiempos regulares, y se confeccionó un histograma con las mismas.

Valores del histograma:

Valor de tensión[V]	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
Cantidad de muestras	200	500	1100	1500	1700	2500	1200	700	400	200

- a. A partir del histograma... ¿Puede hacer una estimación del valor medio de la señal?

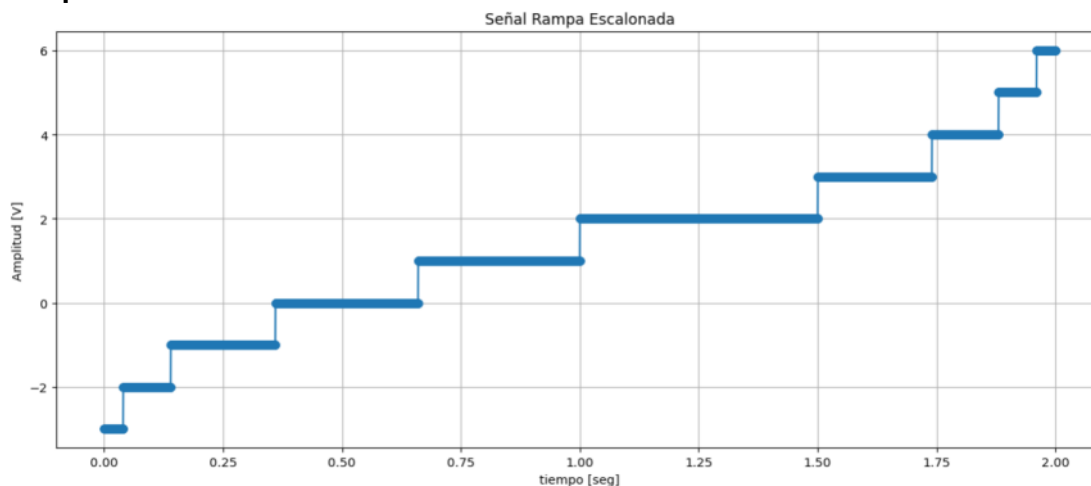
Respuesta: $\bar{x} = 1.36$

- b. Si tuviese que dibujar la función de probabilidad acumulada para la serie de datos estadísticos, ¿cómo procedería?

Respuesta: A realizar por el alumno.

- c. Haga un bosquejo de una posible forma de onda temporal que se corresponda a los datos. (Por ejemplo, escalonada creciente). ¿Cuánto será el valor medio de la misma?

Respuesta:



Valor medio de la señal $\bar{x} = 1.36 \text{ V}$

- d. Haga otra forma de onda temporal posible. ¿Cambiará el valor medio de los datos?

Respuesta: A realizar por el alumno.

Tema 3

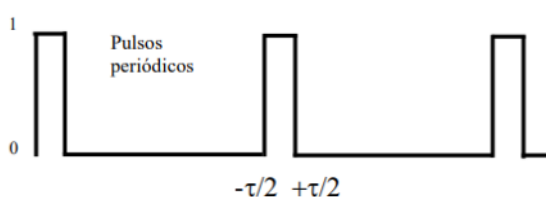
TEMA: Series de Fourier Trigonométrica y Exponencial.

OBJETIVOS:

Encontrar analítica y numéricamente las componentes de una serie de Fourier. Familiarizarse con los distintos espectros de pulsos rectangulares y la función seno cardinal.

3. Ejercicio 1

- a. Encontrar las series de Fourier, trigonométrica y exponencial de la señal periódica constituida por un pulso rectangular, centrado en $t=0$, ancho (τ), de amplitud 1 y período T .



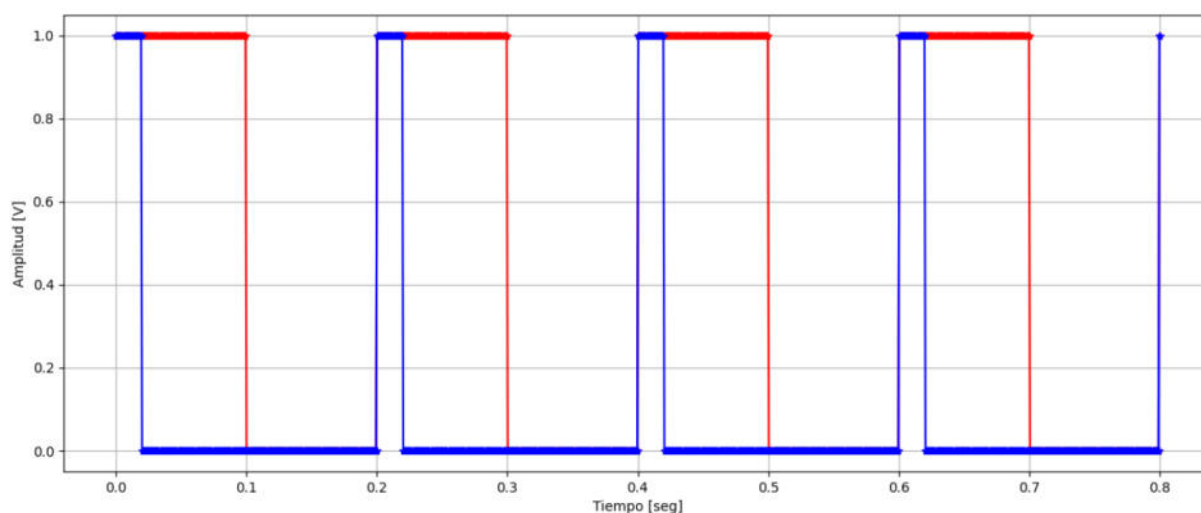
Respuesta: $a_n = \frac{2\tau}{T} \frac{\sin(\pi f_0 n \tau)}{\pi f_0 n \tau}$ $b_n = 0 \quad \forall n$ $c_n = \frac{\tau}{T} \frac{\sin(\pi f_0 n \tau)}{\pi f_0 n \tau}$

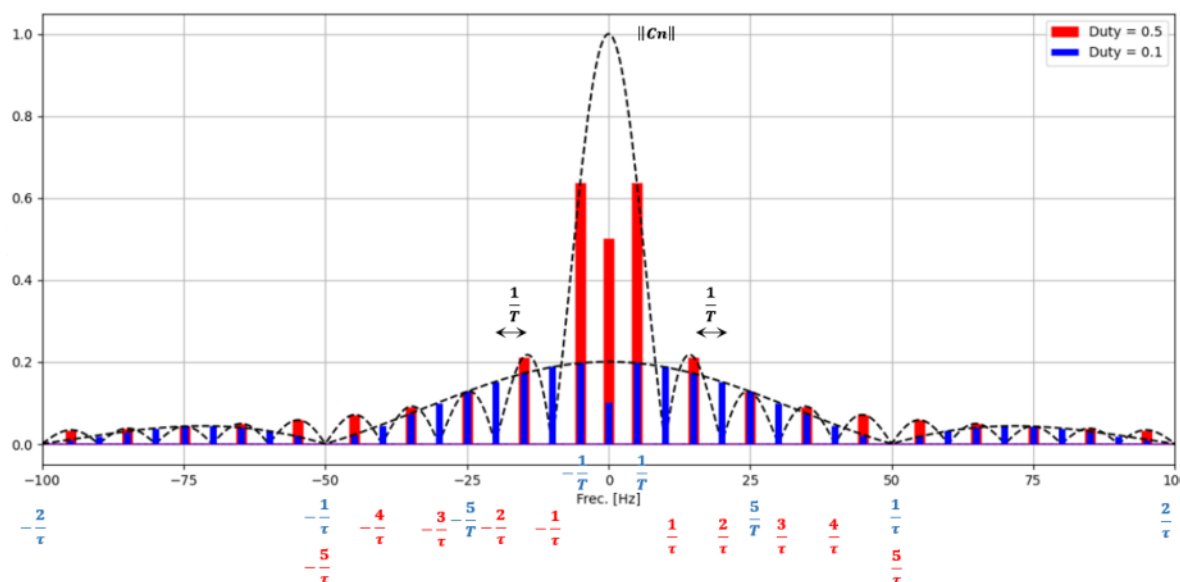
- b. Grafique los espectros.

Respuesta: A realizar por el alumno.

- c. Particularice para cuando el ciclo activo es de 50%, y comente las particularidades del contenido armónico. (¿Se anula alguna armónica? ¿Existe alguna relación simple entre las sucesivas componentes del espectro?)

Respuesta:



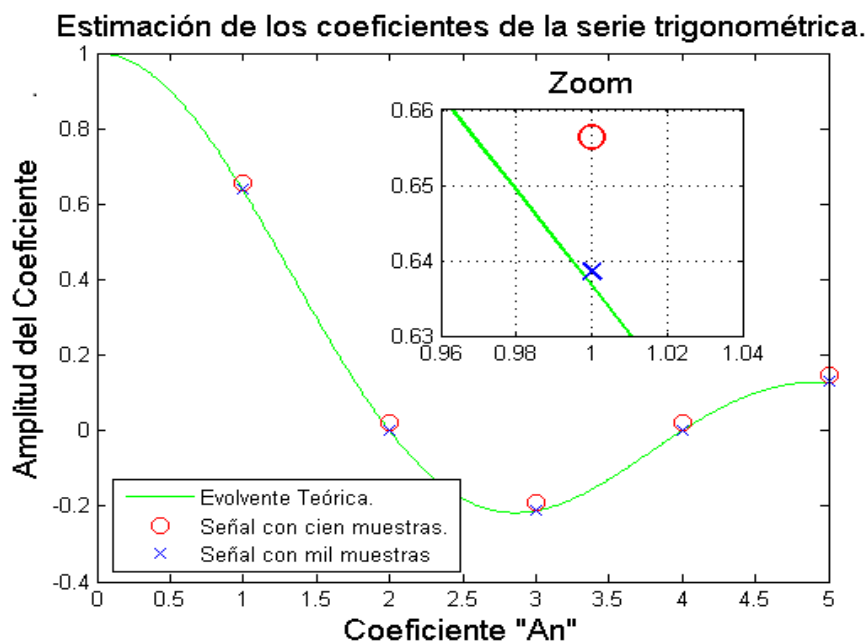


3. Ejercicio 2

A partir de una versión discreta de la señal del ejercicio 1 (ciclo activo de 50%), calcule numéricamente una estimación de los primeros 5 coeficientes de la serie trigonométrica de Fourier.

Haga esto utilizando primero 100 muestras por período y luego repita para 1000 muestras por período. Compare con los valores teóricos mostrando en una gráfica el espectro teórico y el calculado numéricamente para cada uno de los dos casos.

Respuesta:



3. Ejercicio 3

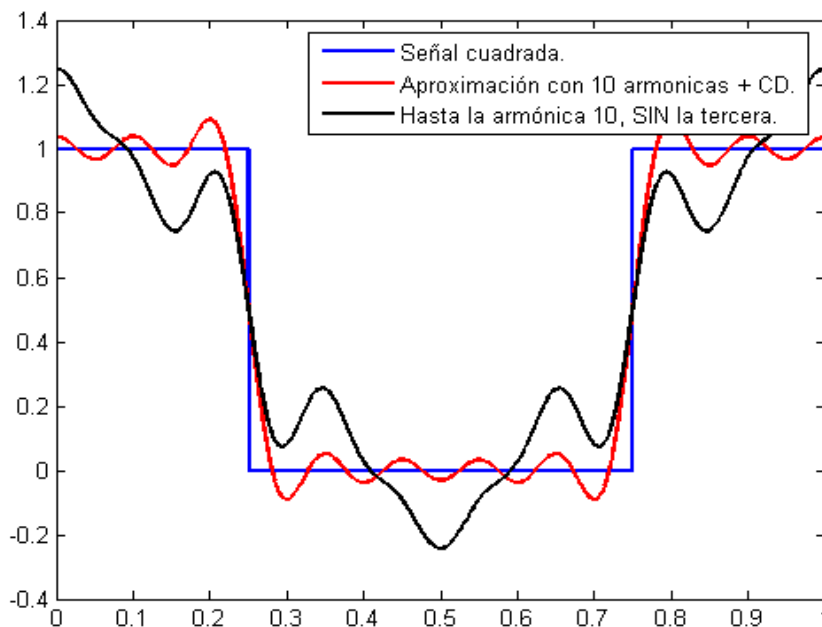
Compruebe numéricamente el comportamiento del error cuadrático medio existente entre señal periódica y su serie trigonométrica truncada, en función de los coeficientes de la serie. Para esto, tome los 10 primeros componentes de una señal cuadrada excluyendo, por ejemplo, la componente de frecuencia $3/T$. Luego reintroduzca tal componente en la serie truncada, con amplitudes arbitrarias entre $-0,3$ y $-0,1$. Grafique el error cuadrático medio resultante entre la señal original y la aproximación. ¿Qué se observa?

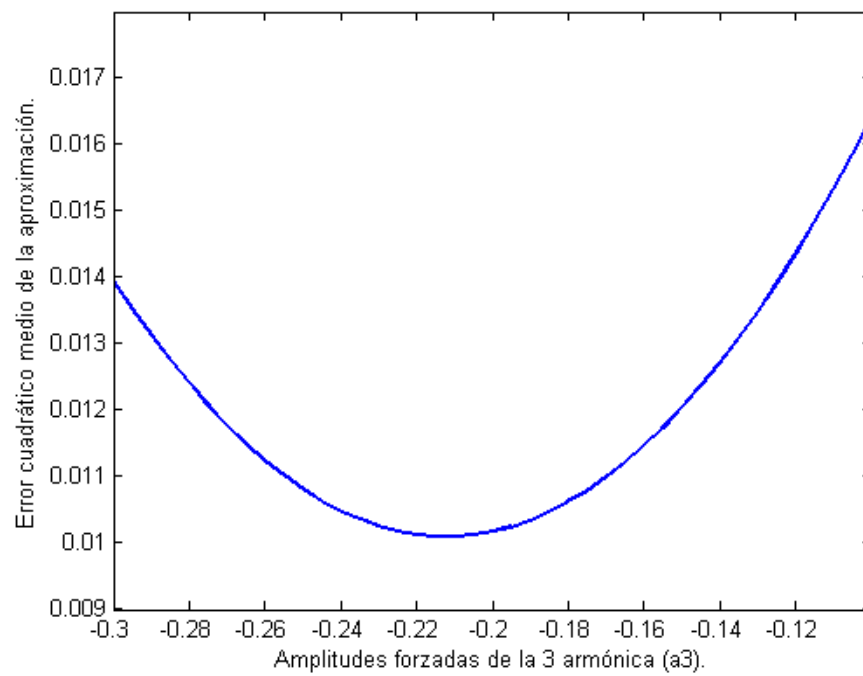
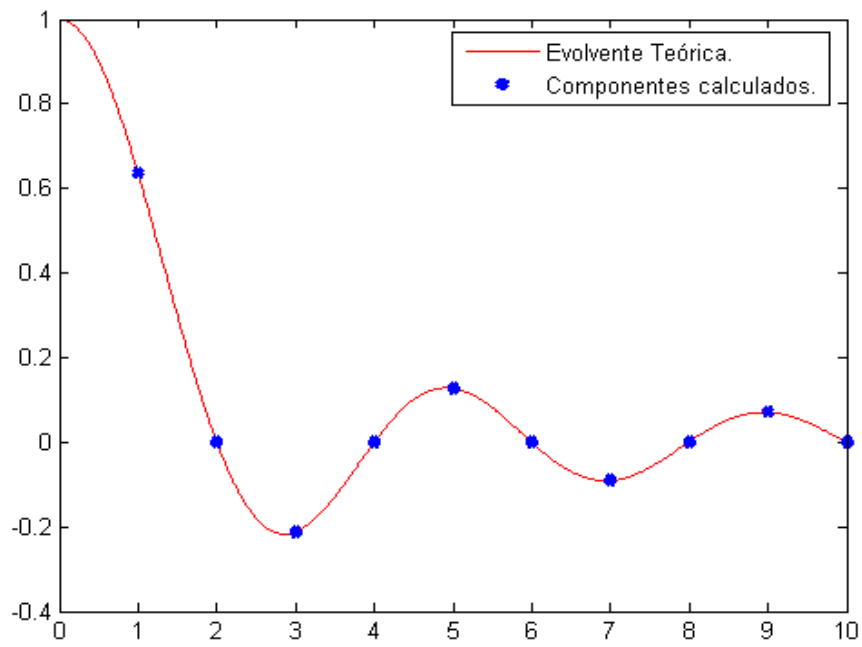
Respuesta:

$$\xi_{Norma}^2(n) = |x(t) - x_n(t)|^2$$

$$\xi_{Norma}^2(n) = \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt - T \sum_{n=0}^n |c_n|^2$$

$$\begin{aligned} \xi_{cuad medio}^2(n) &= \frac{\xi_{Norma}^2(n)}{T} \\ &= \frac{\tau}{T} - \left(\left(\frac{A_0}{2} \right)^2 + \left(\frac{A_3}{2} \right)^2 + \sum_{n=1, n \neq 3}^{20} |c_n|^2 \right) \quad \text{con } A_3 \in [-0.3, -0.1] \end{aligned}$$





Tema 4

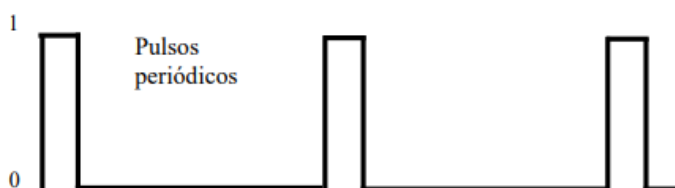
TEMA(Continuación): Serie de Fourier Trigonométrica y Exponencial.

OBJETIVOS:

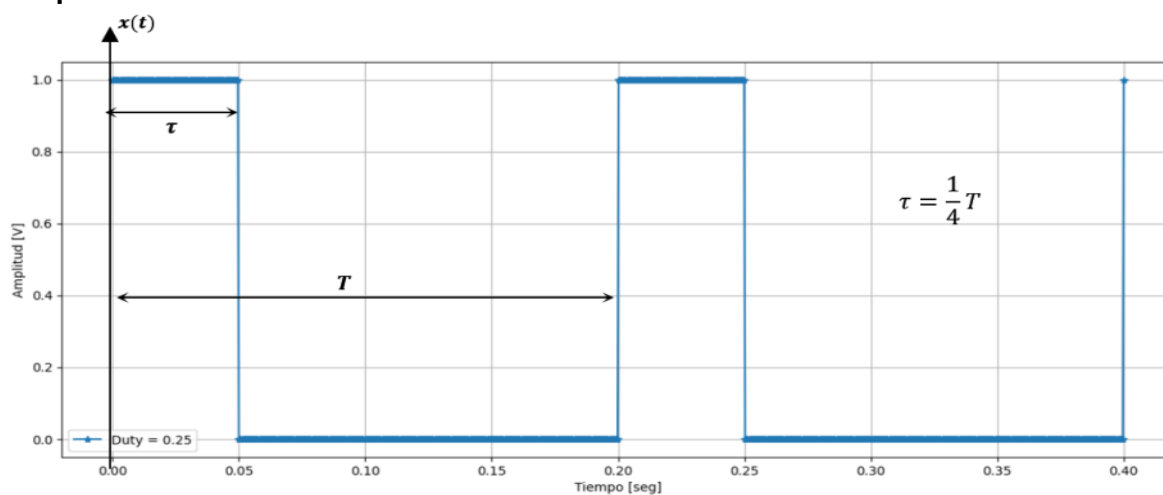
Familiarizarse con la determinación y gráfica de las componentes de las series de Fourier de señales eléctricas de uso diario en la electrónica.

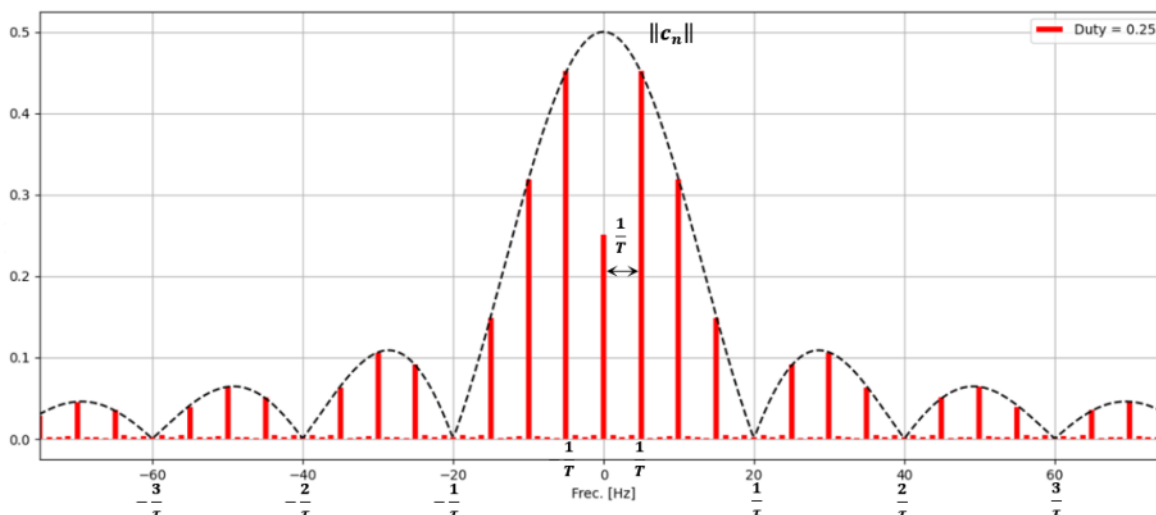
4. Ejercicio 1

- a. Usando como guía la función seno cardinal correspondiente, graficar los espectros de amplitud y fase de una señal rectangular periódica "A" (como la mostrada en la figura) con $\tau/T=0,25$.



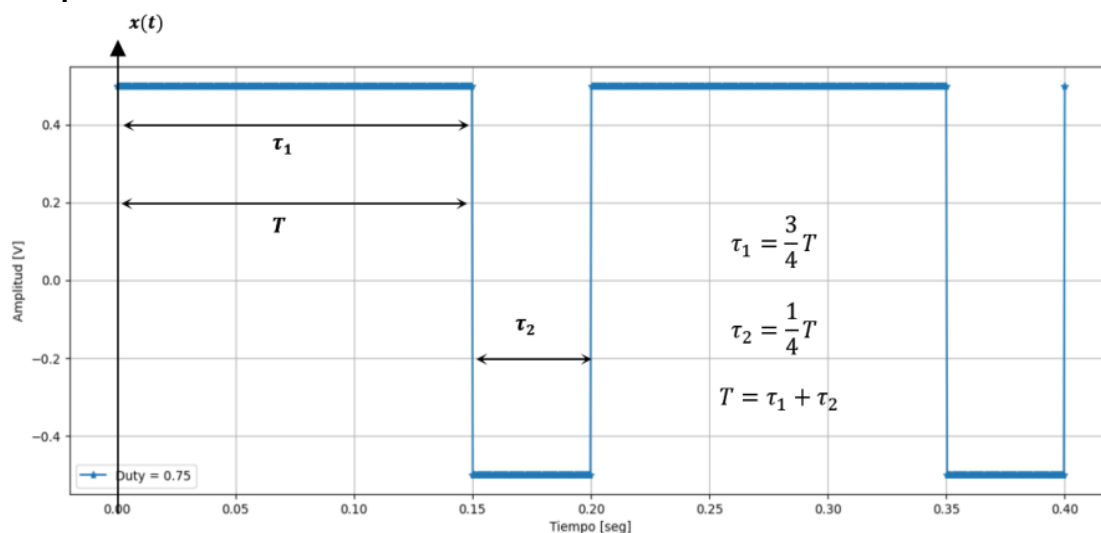
Respuesta:





- b. Se tiene otra señal, "B", con $\tau/T=0,75$ con valor medio igual **0,25** ($V_{\text{pico}}=0,5$; $V_{\text{valle}}=-0,5$). Si se quiere graficar el espectro de B... ¿Qué relación esperaría Ud. encontrar con el espectro de la señal "A"?

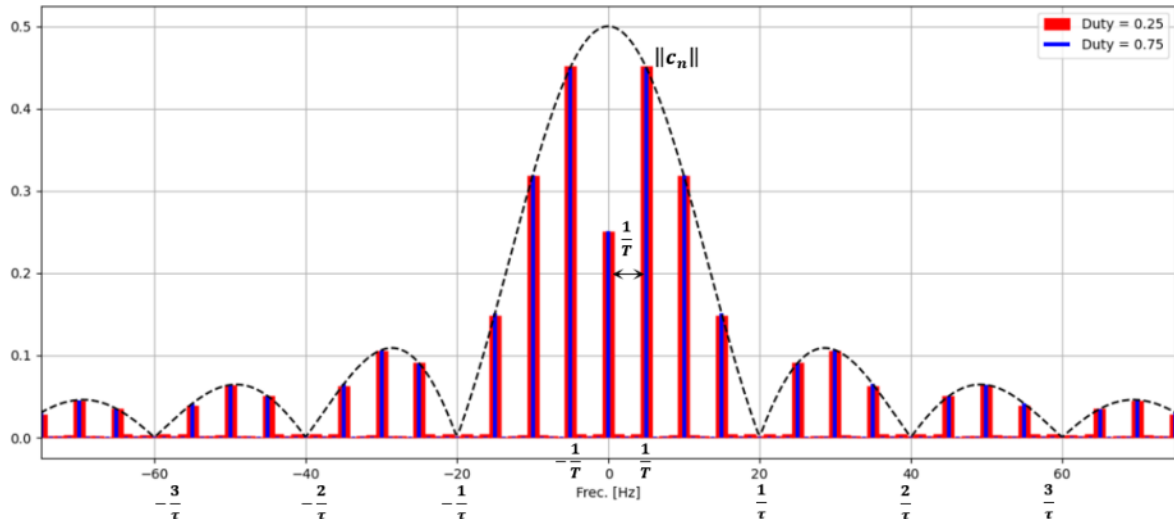
Respuesta:



El espectro resultante de la señal puede obtenerse, por medio de la resta de los espectros de 2 señales cuadradas. La primera con un duty = 3/4 y la segunda con un duty = 1/4. Se puede partir del análisis de la señal cuadrada centrada en el origen y utilizando la propiedad de desplazamiento temporal de señales.

- c. Grafique el espectro de "B", usando como guía la función seno cardinal correspondiente, y compruebe la conjetura propuesta al responder el ítem anterior.

Respuesta:



4. Ejercicio 2

- a. Se tiene una señal como la de la figura con un ciclo activo del 10%. Calcule numéricamente cuantas armónicas bastan considerar, para contener el 95% de la potencia de la señal.

Respuesta: 19 armónicas (además de la componente de CD).

- b. Repita para una señal con 50% de ciclo activo.

Respuesta: 3 armónicas (además de la componente de CD).

- c. ¿Qué conclusión puede inferir con respecto a los anchos de banda necesarios para transportar el mencionado porcentaje de potencia?

Respuesta:

A medida que el ciclo activo de la señal aumenta (tendiendo a una señal continua), se tiene un menor número de componentes de importancia, con lo cual se necesitan menos componentes para representar a la señal.

“Los pulsos de menor duración ocupan un mayor ancho de banda, mientras que pulsos anchos ocupan un menor ancho de banda”.

Tema 5

TEMA: Transformada de Fourier.

OBJETIVOS:

Encontrar analíticamente algunos espectros de Fourier utilizando las propiedades de la transformada.

5. Ejercicio 1

- a. Escriba la expresión matemática correspondiente a la propiedad de "desplazamiento en la frecuencia" de la transformada de Fourier.

Respuesta: $f(t)e^{j2\pi f_0 t} \Leftrightarrow F(f - f_0)$

- b. Use la mencionada propiedad para encontrar la transformada de Fourier de una exponencial compleja $x(t) = e^{j2\pi f t}$ (que puede representar una señal periódica de potencia) a partir de la transformada de Fourier de una función constante constante.

Respuesta: $X(f) = \delta(f - f_0)$

- c. Comente acerca de la importancia práctica que tiene esta propiedad de la TdF.

Respuesta: A realizar por el alumno.

5. Ejercicio 2

- a. Usando el resultado del ejercicio 1, encuentre la transformada de Fourier de una señal de potencia $y(t) = \cos 2\pi t$.

Respuesta: $X(f) = \frac{1}{2}[\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$

- b. Compare el espectro obtenido con el que se obtiene empleando la serie exponencial de Fourier. ¿Qué puede decir acerca de las aptitudes de las componentes homólogas?

Respuesta: A realizar por el alumno.

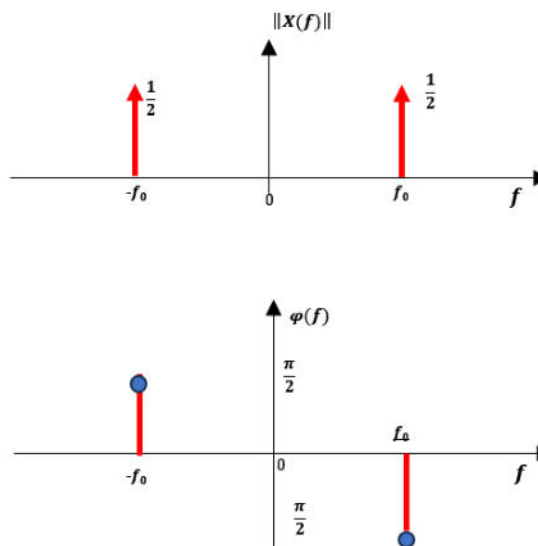
5. Ejercicio 3

- a. Encuentre la transformada de Fourier de la función periódica $\sin 2\pi t$.

Respuesta: $X(f) = \frac{j1}{2}[\delta(f + f_0) - \delta(f - f_0)]$.

- b. Dibuje módulo y fase del espectro correspondiente.

Respuesta: A realizar por el alumno.



- c. Compare con el espectro obtenido aplicando la serie exponencial de Fourier.

Respuesta:

sea $x(t) = \sin(2\pi f_0 t)$, su desarrollo en series de Fourier (compleja) es:

$$x(t) = \frac{j}{2} [e^{j2\pi f_0 t} - e^{-j2\pi f_0 t}] \text{ en donde solo se tiene } c_1 = j/2 \text{ y } c_{-1} = -j/2$$

5. Ejercicio 4.....

- a. Escriba la expresión matemática correspondiente a la propiedad de "desplazamiento en el tiempo" de la transformada de Fourier.

Respuesta:

Propiedad de desplazamiento en el tiempo.

Sea $x(t)$ con T.F $X(f)$.

Si se tiene $x_2(t) = x(t - t_0)$ su T.F es:

$$X_2(f) = e^{-j2\pi f t_0} X(f)$$

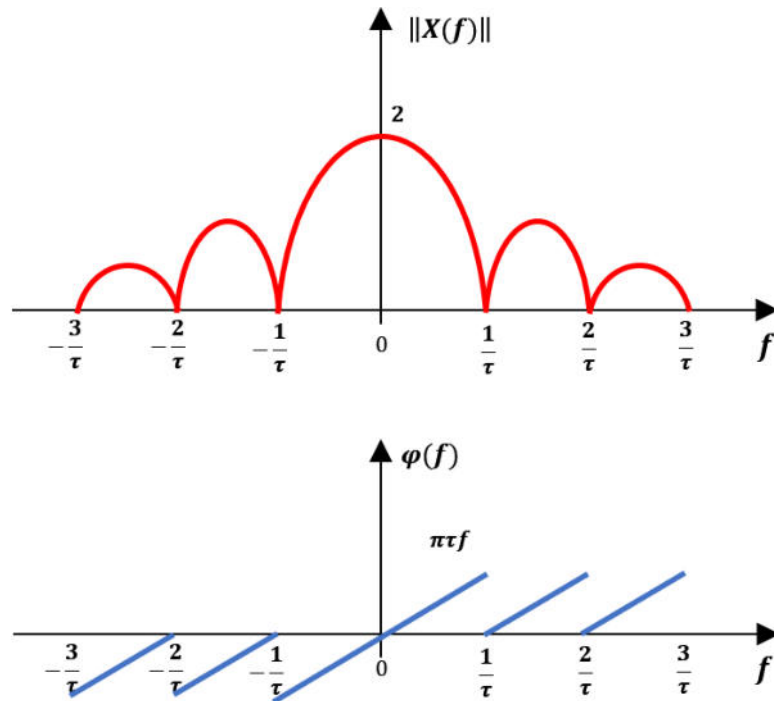
- b. Encuentre la transformada de Fourier de un pulso rectangular de ancho tau, entre $t_1 = -\tau$ y $t_2 = 0$, con amplitud =1.

Respuesta:

Transformada de Fourier

$$X(f) = e^{j2\pi f \cdot \tau/2} \cdot \tau \frac{\sin(2\pi \cdot f \cdot \tau/2)}{2\pi \cdot f \cdot \tau/2}$$

- c. Dibuje módulo y ángulo del espectro corres.



5. Ejercicio 5

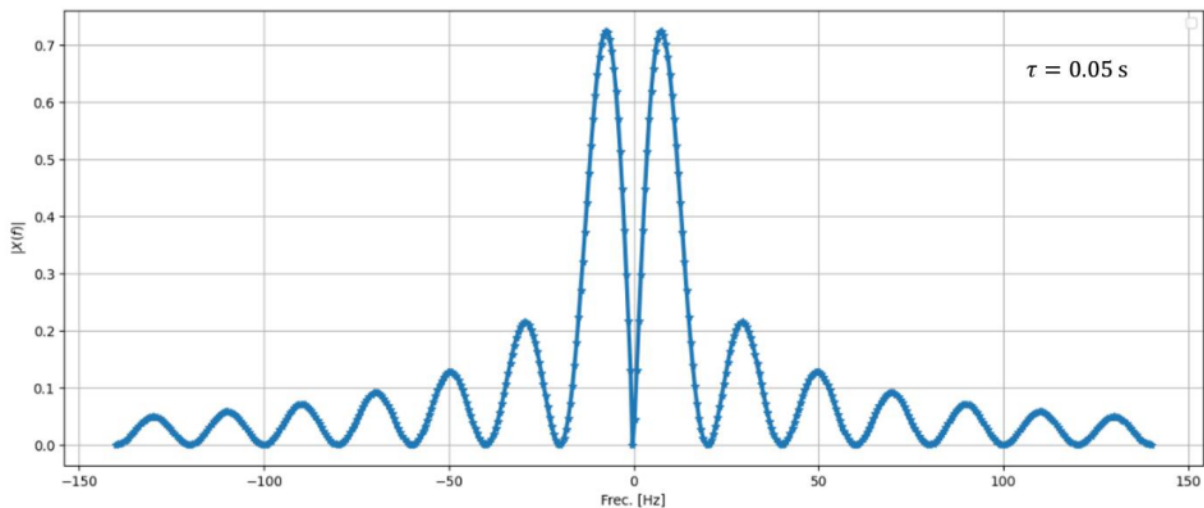
- a. Encuentre el espectro de Fourier de la señal de energía mostrada en la figura siguiente.



Respuesta:

Espectro de Fourier de la señal:

$$X(f) = \frac{j}{\pi \cdot f} \cdot (1 - \cos(2\pi f\tau))$$



5. Ejercicio 6

- a. Escriba las expresiones matemáticas correspondientes a las propiedades de la TdF conocidas como "transformada de la derivada" y "transformada de la integral".

Respuesta:

Transformada de la Derivada

Sea $x(t)$ con T.F igual a $X(f)$, se cumple:

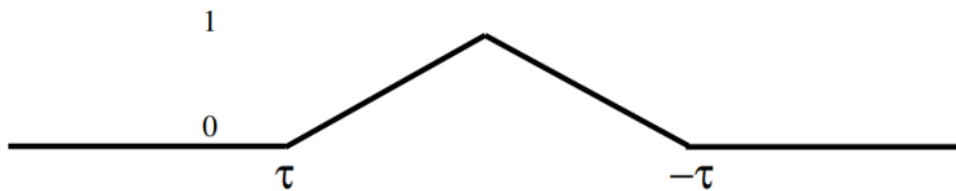
La derivada de orden n de $x(t)$ definida como $x^{(n)}(t)$, tiene como T.F a $(i2\pi f)^n \cdot X(f)$

Transforma de la Integral

Sea $x(t)$ con T.F igual a $X(f)$ y por otro lado con $g(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$, se tiene:

La función $g(t)$ tiene como T.F a $\frac{1}{i2\pi f} \cdot X(f) + \pi \cdot X(f) \cdot \delta(f)$

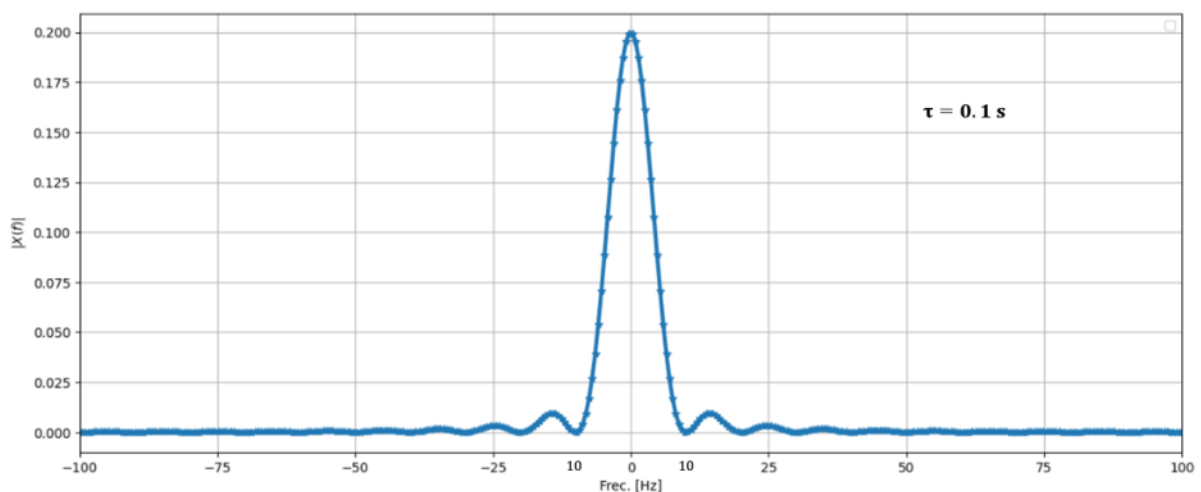
- b. Encuentre la TdF de la señal mostrada en la figura siguiente, tomando como base la TdF obtenida en el ejercicio n°5.



Respuesta:

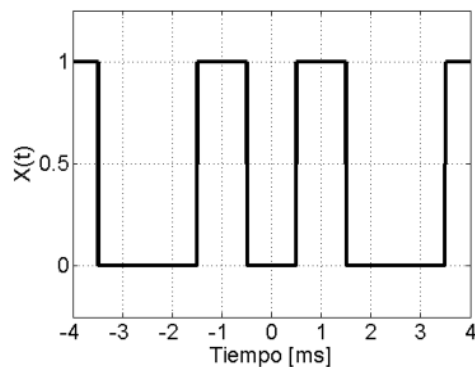
Espectro de Fourier de la señal:

$$X(f) = \tau \cdot \left(\frac{\sin(\pi \cdot f \cdot \tau)}{\pi \cdot f \cdot \tau} \right)^2$$



5. Ejercicio 7

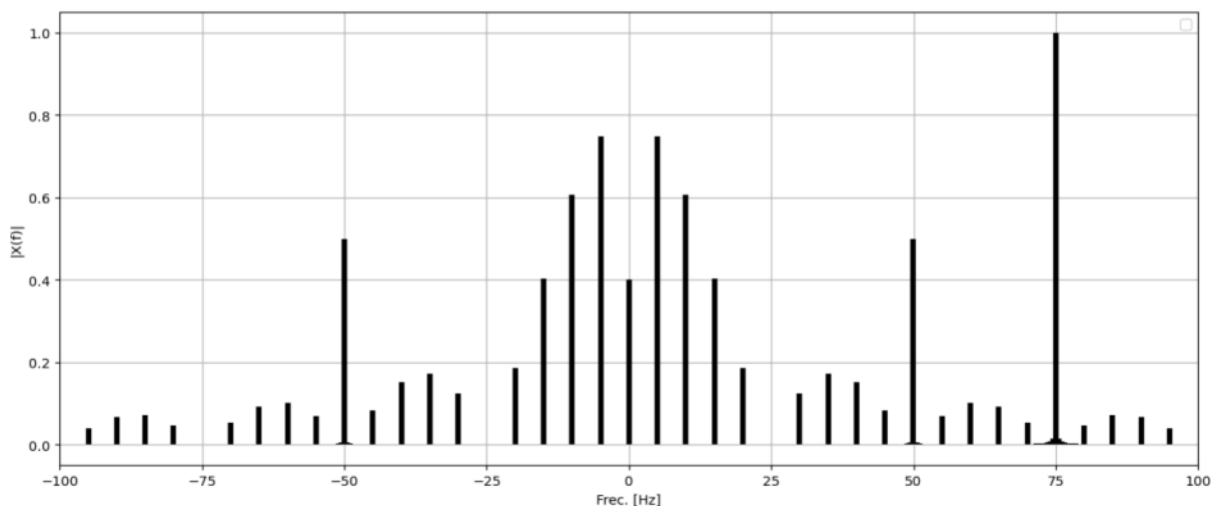
La señal $x(t)$, tiene un período de 5ms. Bosqueje el espectro bilateral de la señal en el rango de $\pm 1\text{kHz}$.



5. Ejercicio 8

En la pantalla de un analizador de espectro se presenta la siguiente imagen. Se conoce que el espectro mostrado es el resultado de la combinación de más de una señal.

Determinar la expresión matemática en el dominio del tiempo, de las señales que conforman el espectro mostrado.



Tema 6

TEMA: Transformada Discreta de Fourier, Transformada Rápida de Fourier.

OBJETIVOS:

Comparar algunos espectros de frecuencia teóricos vs los obtenidos con la DFT. Discutir algunas características de esta técnica, e ideas básicas para su uso en el procesamiento de señales. Experimentar con algunos detalles no obvios del funcionamiento de la DTF.

6. Ejercicio 1

Función "fft" (librería scipy), dimensionado de ejes.

- Utilizando Python genere 2 segundos de una señal senoidal de 5 Hz, muestreada a 1 kHz. Haga el plot correspondiente.

Respuesta: A realizar por el alumno.

- Use la función "fft", del módulo fft, de la librería scipy, para calcular el espectro de esa señal discretizada. Visualice el espectro de amplitud y el de fase.

Respuesta: A realizar por el alumno.

- Construya un nuevo plot en el que puedan leerse las frecuencias y amplitudes correctas según la duración de la muestra de señal y la frecuencia de muestreo indicadas en el ítem a.

Para esto puede usar, por ejemplo, el método "fftfreq". Comente cómo realizaría la gráfica si no dispusiera del mencionado método.

Respuesta: A realizar por el alumno.

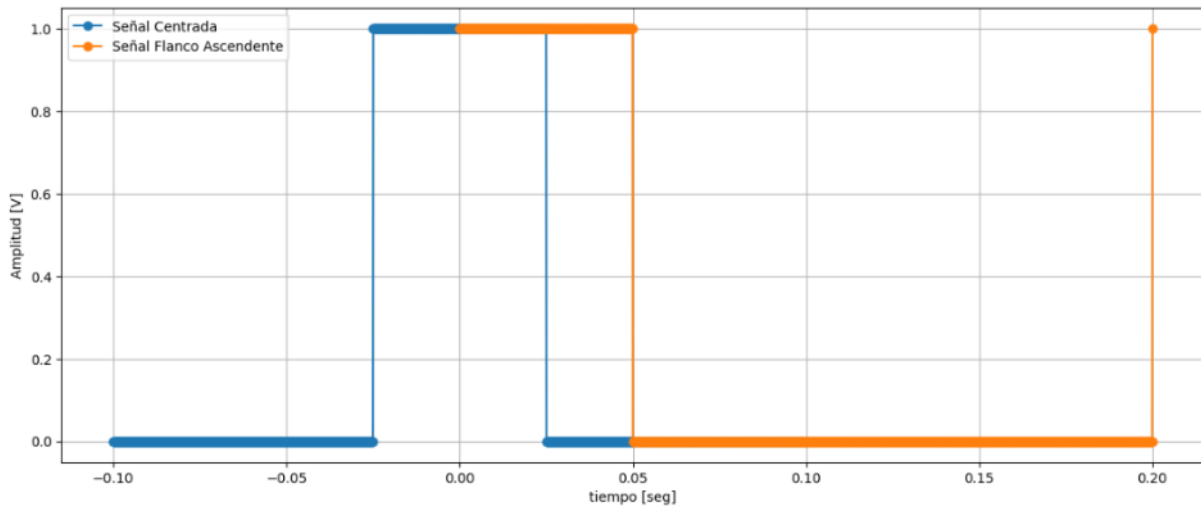
- Repita para una señal conteniendo 3 sinusoidales de distintas amplitudes.

Respuesta: A realizar por el alumno.

6. Ejercicio 2

Suponga dos señales "pulso rectangular" periódicas, con un ciclo activo de 1/4; la primera centrada en el origen y la segunda con el flanco ascendente en $t=0$. (Es decir, con un retardo de $\tau/2$ con respecto a la primera)

- Encuentre el espectro teórico de cada una de estas señales periódicas. Para calcular el espectro de la segunda señal, recuerde la propiedad de desplazamiento en el tiempo.



Respuesta:

Señal centrada en el origen.

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi f n T_0} \cdot \tau \frac{\sin(2\pi \cdot f \cdot \tau/2)}{2\pi \cdot f \cdot \tau/2}$$

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T_0} \delta(f - n f_0) \cdot \tau \frac{\sin(2\pi \cdot f \cdot \tau/2)}{2\pi \cdot f \cdot \tau/2}$$

Señal flanco ascendente.

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi f n T} \cdot \left(e^{-j2\pi \cdot f \cdot \tau/2} \cdot \tau \frac{\sin(2\pi \cdot f \cdot \tau/2)}{2\pi \cdot f \cdot \tau/2} \right)$$

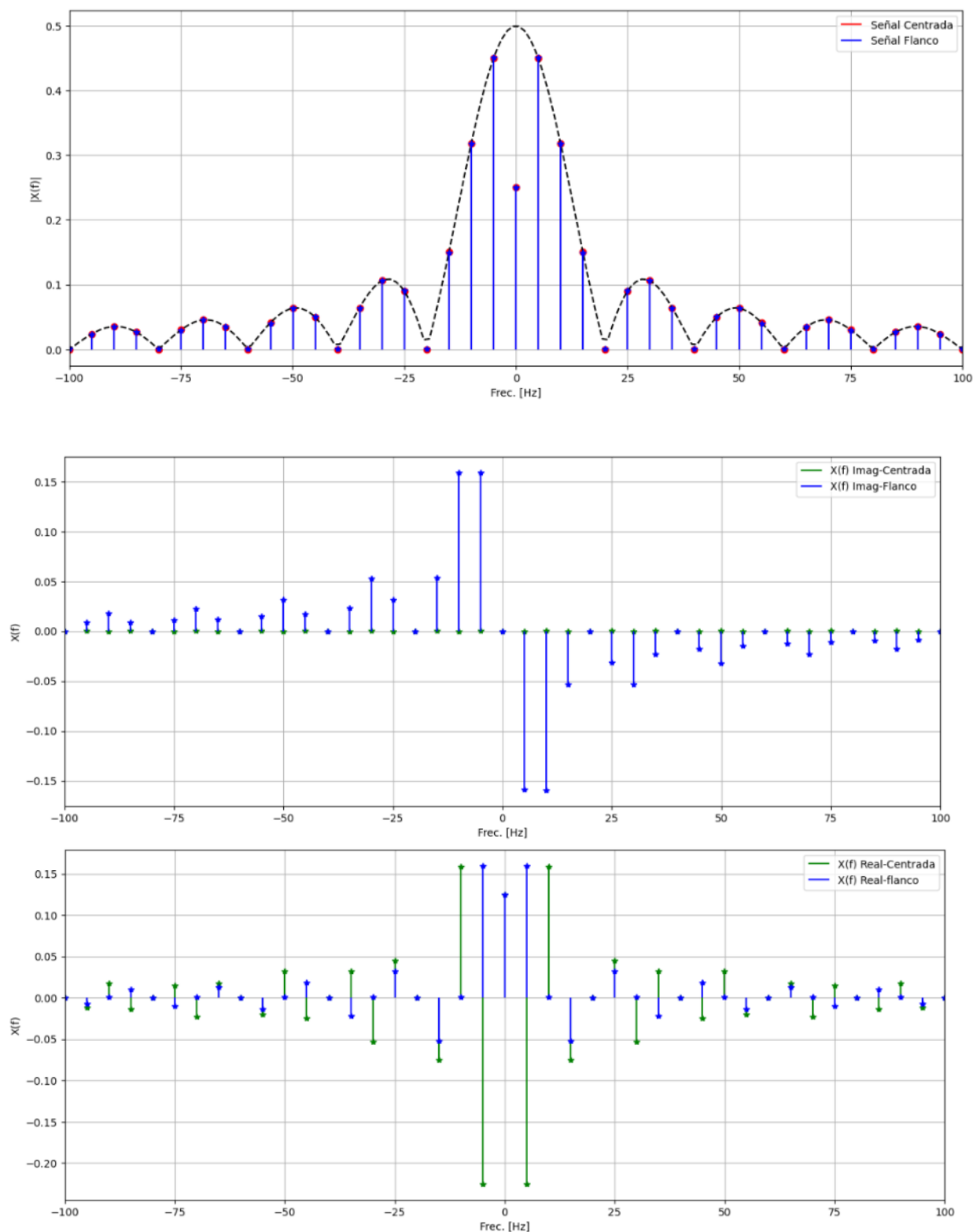
$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T_0} \delta(f - n f_0) \cdot \left(e^{-j2\pi \cdot f \cdot \tau/2} \cdot \tau \frac{\sin(2\pi \cdot f \cdot \tau/2)}{2\pi \cdot f \cdot \tau/2} \right)$$

- b. Explique cómo difieren los espectros de fase entre las dos señales.

Respuesta: A realizar por el Alumno.

- c. Encuentre las DTF de las dos señales (partes real e imaginaria y también módulo y fase). Comente las diferencias entre el espectro de fase teórico y el obtenido numéricamente con la FFT.

Respuesta:



6. Ejercicio 3

- Grabe una señal de audio de alrededor de 2 segundos. Aplique la FFT y observe el espectro.

Nota: Utilice la función brindada por la cátedra.

Respuesta: A realizar por el alumno.

- b. Contamine la grabación con ruido blanco, y con una onda senoidal de 400Hz, ambas 10dB por debajo de la señal grabada.
- Escuche y reconozca las partes que componen la grabación original y la contaminada.
 - Encuentre el espectro con la FFT, y compare con el del ítem "a".

Respuesta: A realizar por el alumno.

- c. Discuta cómo puede hacerse para reducir el efecto de las señales espurias y recuperar lo mejor posible la señal grabada originalmente mediante el uso de la DFT y de DFT inversa.

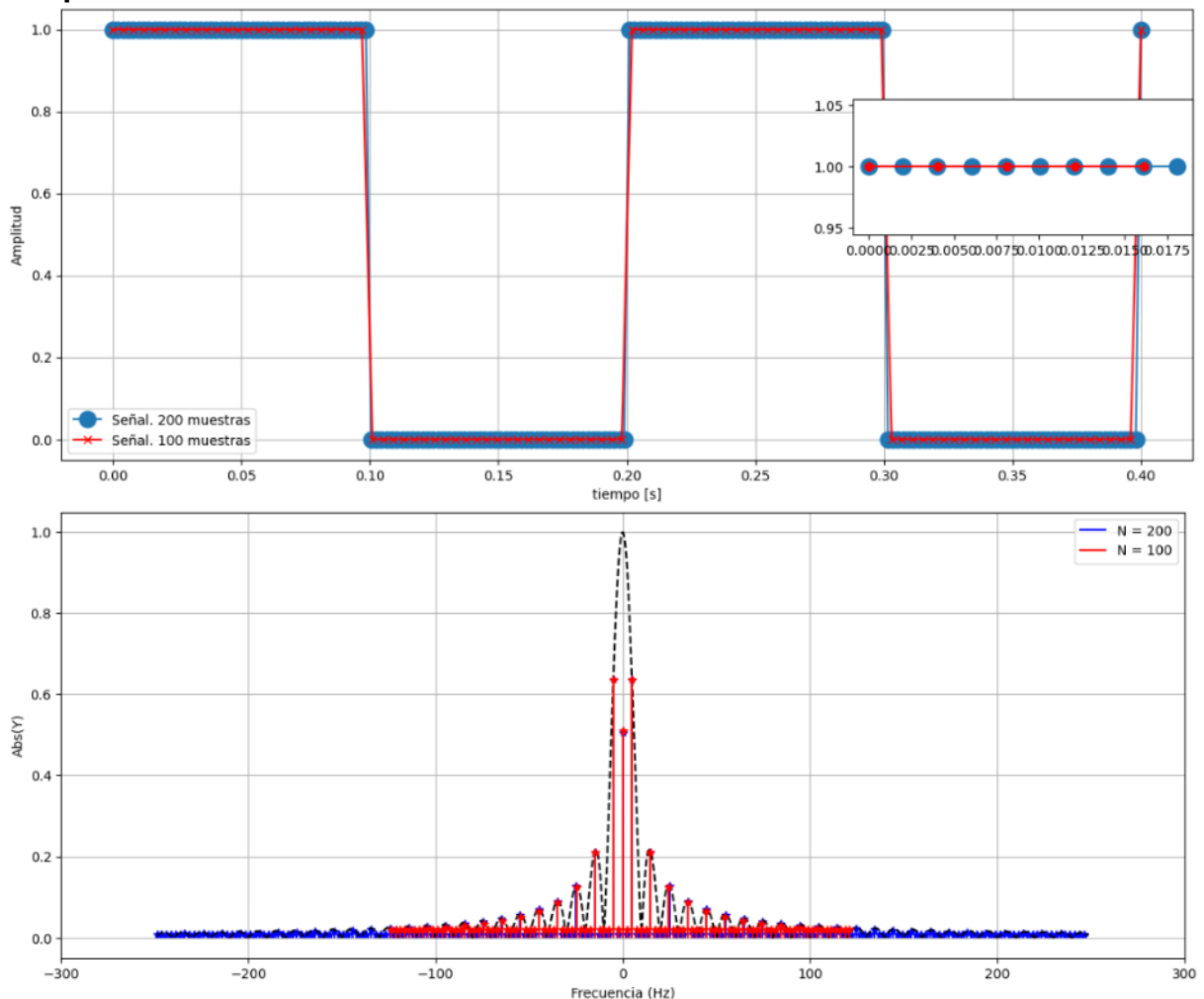
Respuesta: A realizar por el alumno.

6. Ejercicio 4

Si de una señal temporal se toma una muestra discreta de N puntos, y luego se busca su espectro de frecuencias mediante la FFT ocurre que, según la cantidad de muestras utilizadas, el espectro obtenido resulta diferente.

- Observe el mencionado efecto considerando una señal periódica cuadrada, adoptando $N_1=100$ y $N_2=200$. (Basta comparar desde CD hasta la armónica 11 o 12).

Respuesta:



6. Ejercicio 5

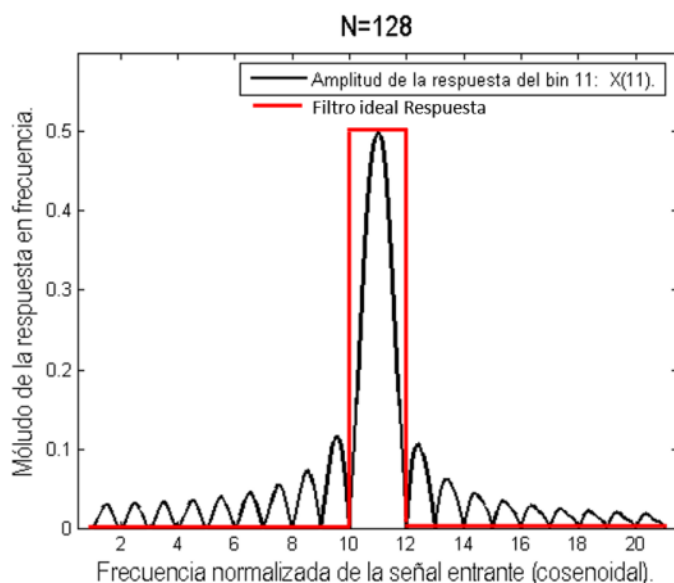
Cada componente k-ésima encontrada mediante la DFT, viene calculada mediante la expresión:

$$X(k) = \frac{1}{N} * \sum_{n=1}^N x(n) * e^{-j*2*\pi*(k-1)*\frac{n-1}{N}}$$

El algoritmo DFT produce N componentes espectrales, mostrando en el eje de la frecuencia en N "bines". Cada bin de frecuencia-amplitud puede verse como un filtro pasa banda que...no resulta perfecto. Es decir que cualquier señal senoidal "x(t)" con frecuencia alejada del centro del filtro k-ésimo ($k*f_{\text{samp}}$) produce una amplitud en que no es nula.

Grafique la correspondiente "respuesta en amplitud" de un bin (k-ésimo) para señales de entrada cosenoidales, con frecuencias en un entorno de $k*f_{\text{samp}}$. Por ejemplo: N=128, k=11, duración de la señal=1 seg.

Respuesta:



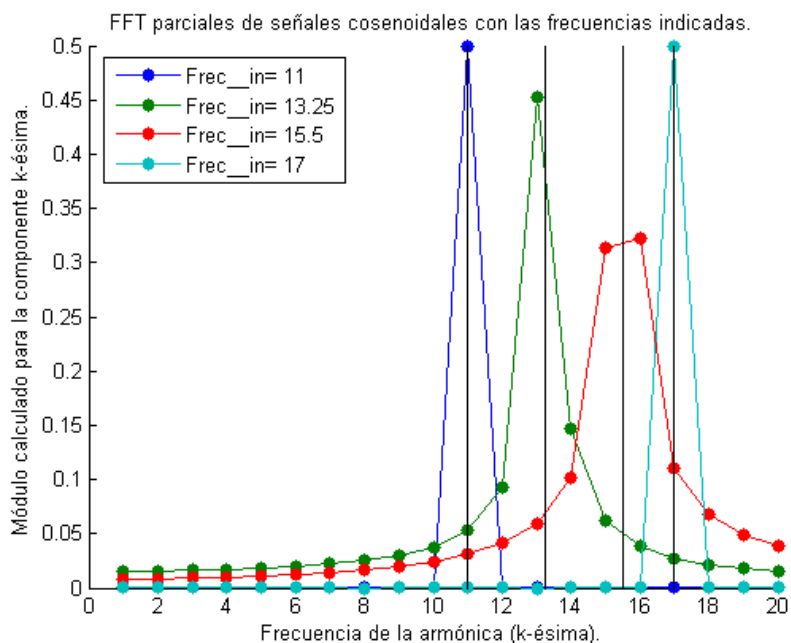
6. Ejercicio 6

Compruebe la respuesta en frecuencia de un bin de la DFT realizada en el problema 5.

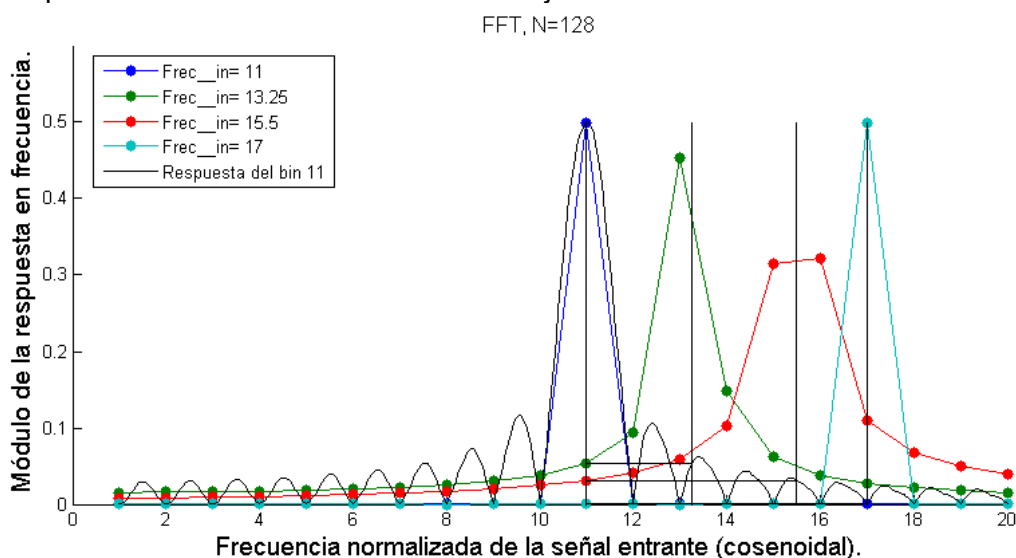
Por ejemplo:

- Calcule la FFT con 128 muestras de una señal cosenoidal cuya frecuencia corresponde exactamente al bin 11 del espectro a calcular. Repita el cálculo de la FFT, pero para señales cuyas frecuencias no sean múltiplos enteros de la fundamental; por ejemplo 13,25 y 15,5. Grafique los espectros calculados en las cercanías de la onceava armónica.
- Observe que (para cada señal de entrada con frecuencia no múltiplo de la fundamental) aparece una componente NO NULA en la frecuencia de la armónica número 11.

- c) **Note** el fenómeno de "leakage" que ocurre al calcular la DFT de señales con frecuencias no enteras (con respecto a la fundamental). Este fenómeno consiste en: 1) la aparición de componentes espectrales que se sabe no pertenecen a la señal de entrada y 2) la dispersión de la energía en una zona "ancha" del espectro alrededor de la frecuencia de la señal de entrada.



- d) Note que las amplitudes calculadas en el bin 11, coinciden con las correspondientes a la respuesta en frecuencia calculada en el ejercicio 5.



Tema 7

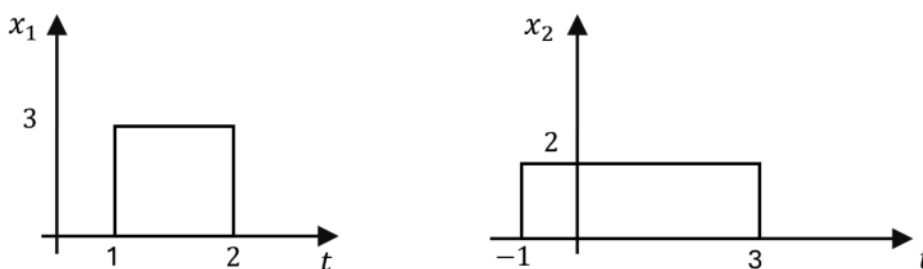
TEMA: Función de Convolución y Correlación.

OBJETIVOS:

Practicar numéricamente con la integral de convolución, su interpretación gráfica y su utilidad en los procesos de filtrado.

7. Ejercicio 1 A

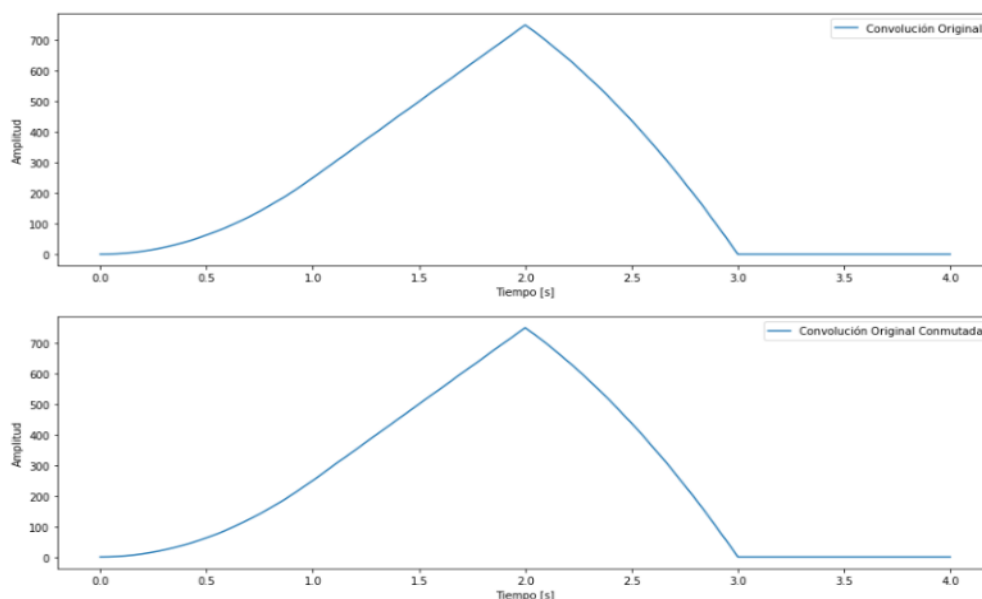
Encontrar la Convolución entre las dos señales.



7. Ejercicio 1 B.....

Use el archivo .ipynb compartido por la cátedra para visualizar el producto de convolución de un pulso rectangular y una señal con forma de "aleta de tiburón".

a) Verifique la conmutatividad del proceso de convolución.



b) Verifique que la operatoria para señales no-causales y para las causales es la misma.

Respuesta: A realizar por el alumno.

c) Pruebe con otras señales también. Para construir las señales a convolucionar puede usar el método compartido por la cátedra llamado ***obtener_funcion_deseada()***.

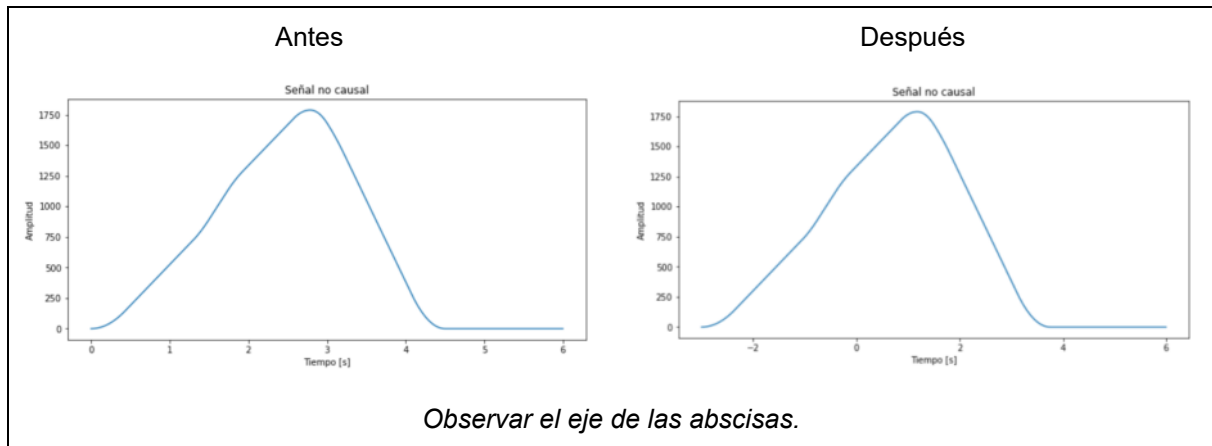
Sugerencia: Haga la prueba de repetir el ejercicio utilizando una Aleta de Tiburón Invertida en el tiempo y un pulso rectangular de larga duración.

Respuesta: A realizar por el alumno.

7. Ejercicio 2

¿Cómo modificaría el método **obtener_convolucion()** para colocar correctamente el eje del tiempo cuando alguna de las señales convolucionadas es no-causal?

Respuesta:



7. Ejercicio 3

- a) Construya los vectores de tiempo y amplitud correspondientes a una señal senoidal de 1kHz de 200ms de duración y, una frecuencia de muestreo de 8192Hz. Use el método **Audio()** del módulo **IPython.display** para escuchar la señal.

Respuesta: A realizar por el alumno.

- b) Genere un vector de 30 mil elementos con la función "randn". En la zona media del vector súmele una onda senoidal de 1kHz y 200ms de duración, que tenga la misma potencia media que el ruido. Escuche el resultado de la mezcla.

Respuesta: A realizar por el alumno.

- c) Repita el procedimiento anterior reduciendo paulatinamente la intensidad de la senoidal hasta 14dB por debajo del nivel de ruido. ¿Cuánto vale la relación señal/ruido?

Respuesta: -14 dB

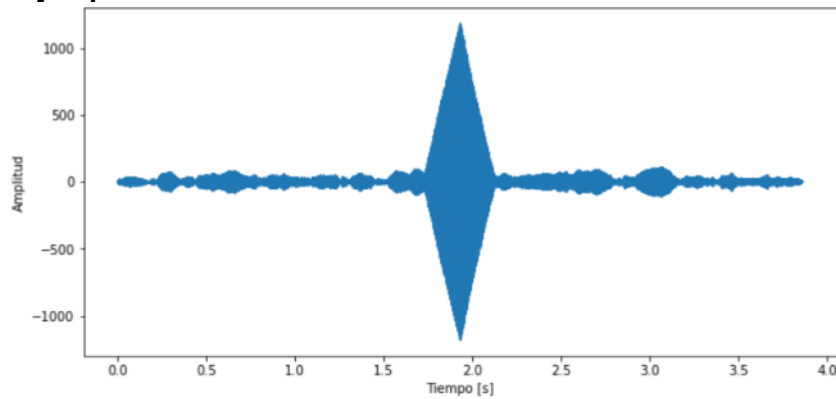
- d) Procese las señales compuestas del ítem anterior,

- i) Convolucionando con la respuesta de un filtro pasa banda centrado en 1kHz.

Respuesta: A realizar por el alumno.

- ii) Encontrando la correlación cruzada entre la señal compuesta y una senoidal de 1kHz y 200ms de duración mediante el uso del método ***obtener_correlacion_cruzada()***.

Ejemplo del resultado:



- e) Comente la utilidad de cada uno de los dos tipos de procesamiento.

Código de ejemplo:

Respuesta al impulso del pasabanda con $f_0=1\text{kHz}$ y $AB=10\text{Hz}$, ($q=100$).

$t = 0, 1/8192, 0.2$

$h = 62.8 * \exp(-\pi * t) * \cos(1000 * 2 * \pi * t + .6/57.3)$

Tema 8

TEMA: Transformada Discreta de Fourier, Transformada Rápida de Fourier, Funciones convolución y correlación.

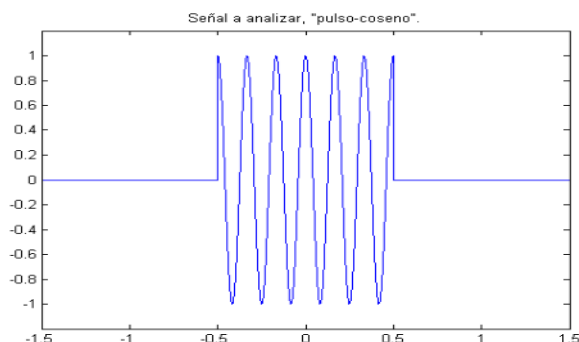
OBJETIVOS:

Afianzar el uso de las propiedades de la TdF con respecto a la convolución y a la autocorrelación. Usar la DFT para calcular espectros aproximados de señales de energía y de señales potencia.

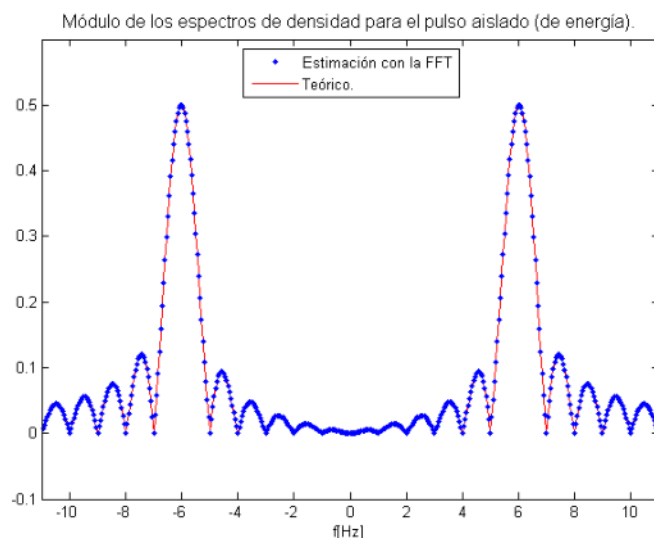
8. Ejercicio 1.....

- a. Considere a la señal dada como formada por el producto (en el tiempo) de la señal cosenoidal de duración infinita multiplicada por un pulso rectangular (único) de amplitud unitaria y centrado en el origen.

Encuentre el espectro continuo del pulso aplicando la propiedad de "producto en el tiempo - convolución en la frecuencia" la TdF. Use la DFT.

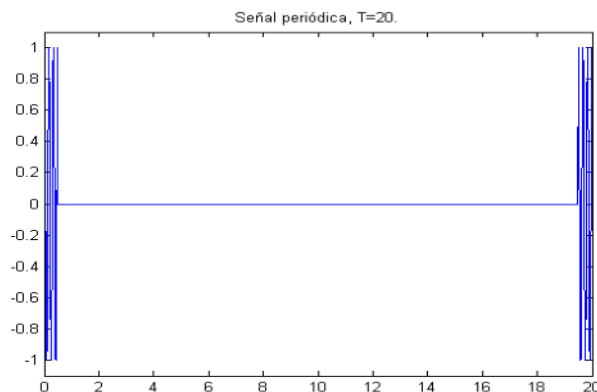


Respuesta:



Estimación realizada tomando 2000 puntos por segundo.

- b. ¿Cómo sería el espectro (TdF) de una señal periódica formada por el pulso del ítem anterior repetida cada 20 segundos?

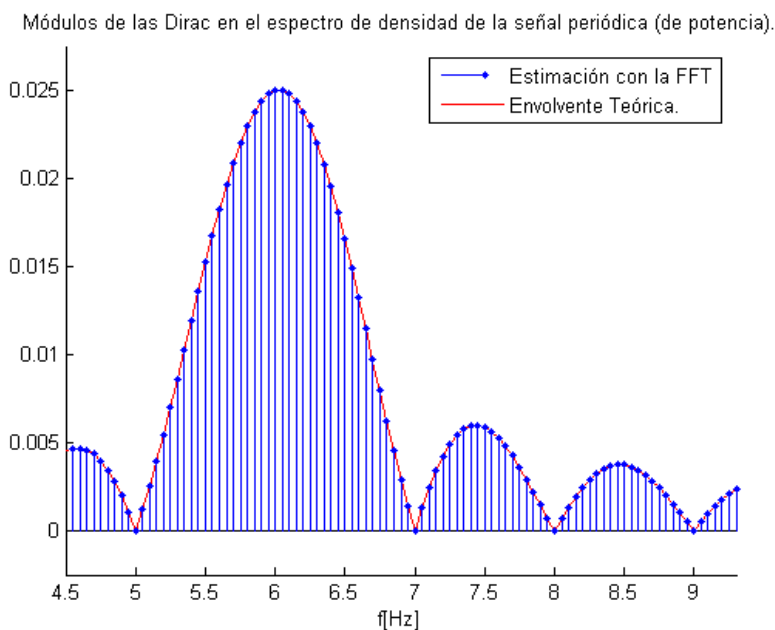


Respuesta:

El espectro mostraría la frecuencia fundamental=0,05Hz y sus armónicas. El espectro de densidad mostraría cada componente como una función de Dirac.

- c. Haga una estimación de los espectros utilizando la FFT y compare con los teóricos.

Respuesta:



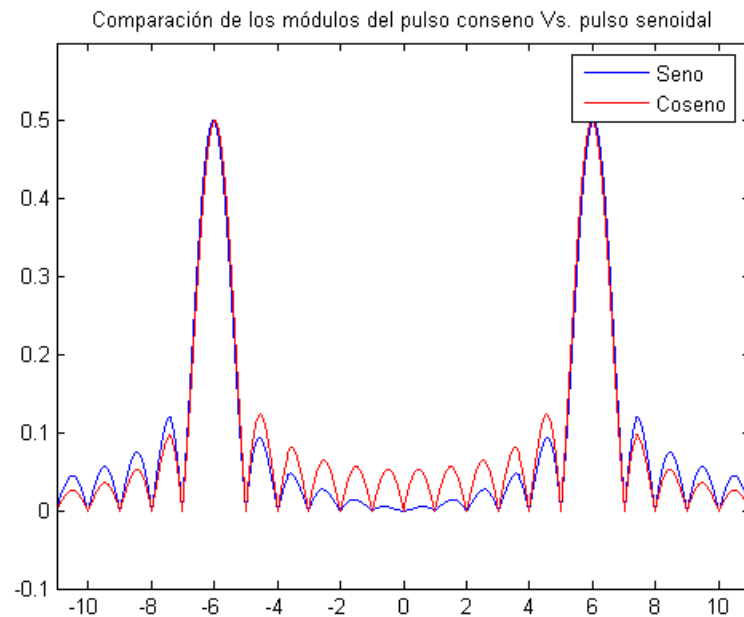
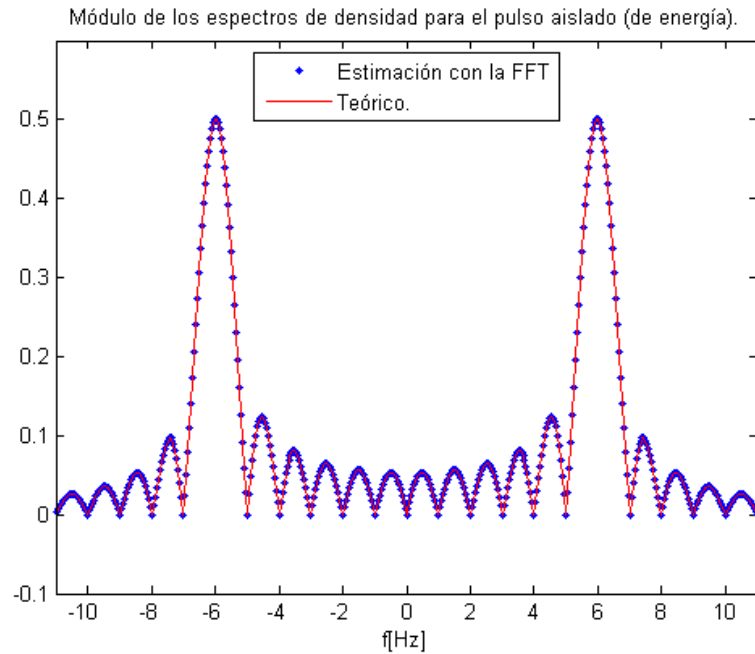
- d. Calcule la energía de la señal "a" y la potencia de la señal "b"; primero las teóricas, luego numéricamente a partir de las formas de onda discretizadas y finalmente a partir de los espectros calculados con la FFT.

Respuesta: Energía del pulso aislado: 0,5.

Potencia de la señal periódica: 0,025

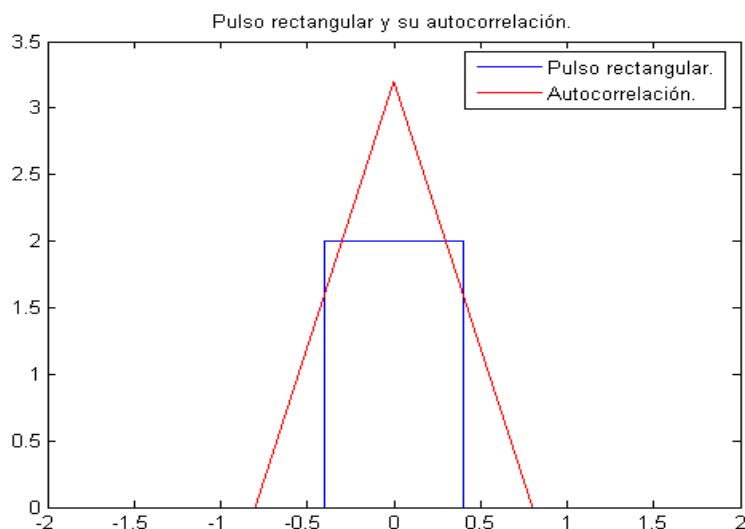
- e. ¿Cómo cambian los espectros si se tienen 6 ciclos senoidales en lugar de los cosenoidales?

Respuesta:

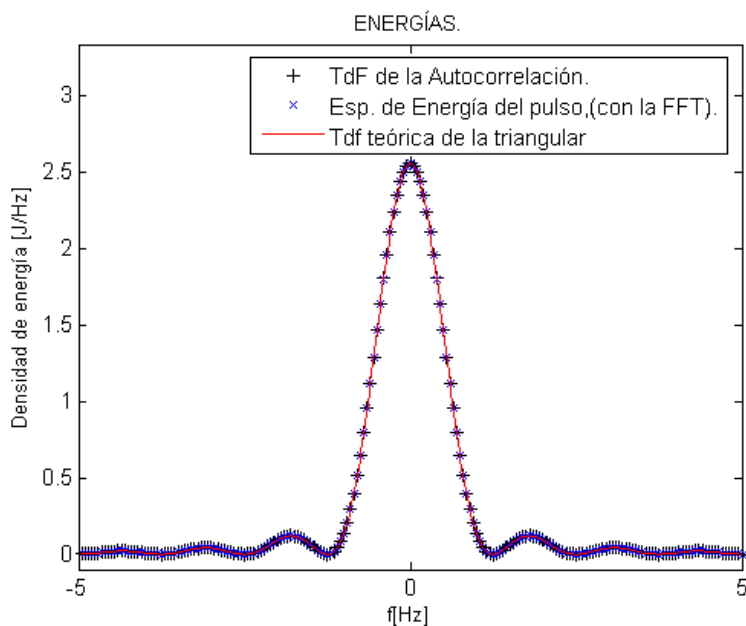


8. Ejercicio 2.....

Para un pulso rectangular aislado (es decir, de energía) se quiere comprobar que el espectro de energía puede calcularse mediante la aplicación de la TdF a la función de autocorrelación. Para ello, desarrolle las consignas "a" y "b" dadas a continuación.



- a. Utilizando la FFT, encuentre una aproximación numérica para el espectro de energía del pulso rectangular y para la TdF de la autocorrelación del pulso. Compare con la TdF teórica de un pulso triangular de amplitud y duración apropiado.



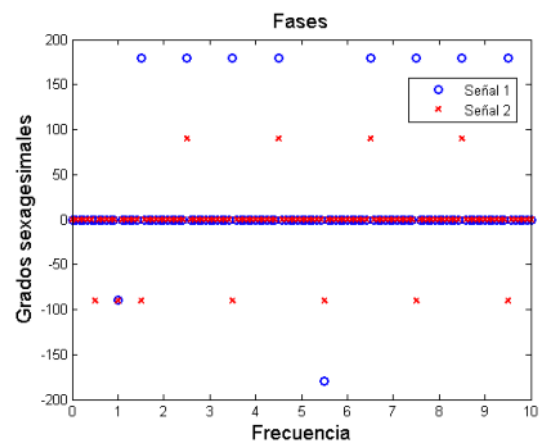
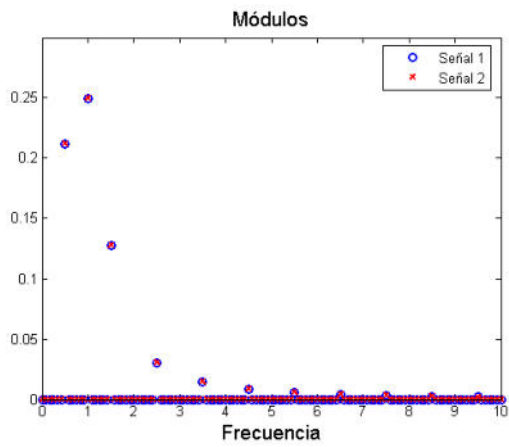
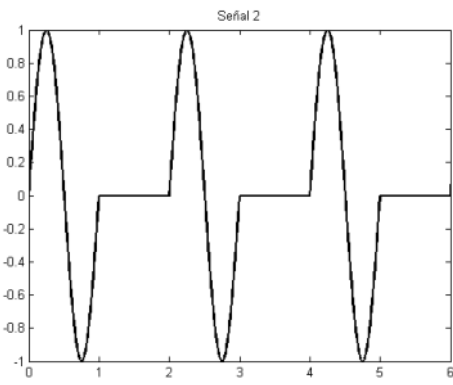
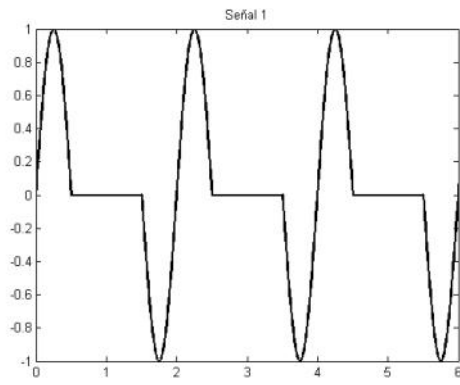
Respuesta: A realizar por el alumno.

- b. Encuentre teóricamente la energía del pulso y compare con el cálculo numérico hecho a partir del espectro de energía aproximado y con la DFT de la autocorrelación.

Respuesta: A realizar por el alumno.

8. Ejercicio 3

Suponiendo las señales periódicas de las figuras siguientes, encuentre y dibuje las correspondientes DFT; luego, verifique que los módulos de los dos espectros coinciden pero, no así las fases. Comente, explicando el origen de la discrepancia.



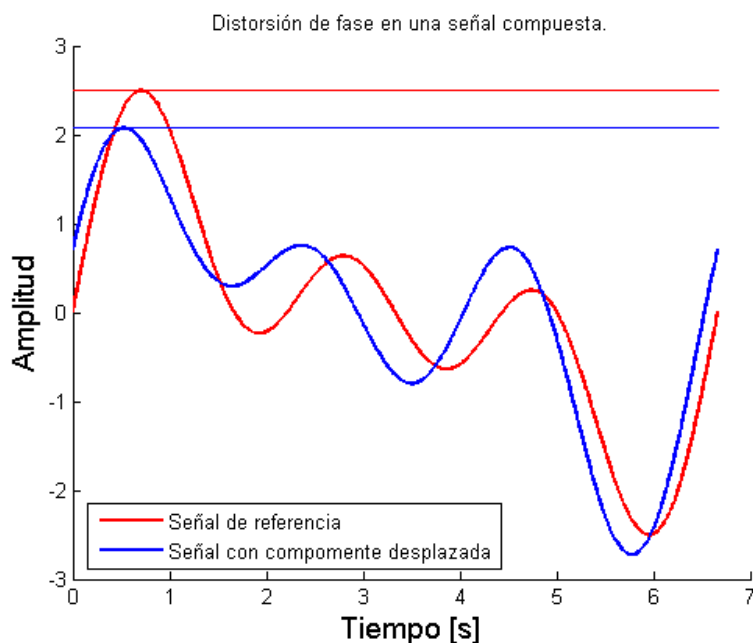
Tema 9

OBJETIVOS:

Experimentar con el concepto de fase lineal. Comparar un par de filtros llamados "de fase lineal". Practicar con la síntesis de señal mediante convolución y la FFT inversa.

9. Ejercicio 1.....

Simule el efecto de una distorsión de fase. Para esto puede sumar tres senoidales unitarias de 0.15, 0.30 y 0.45Hz, cambiando la fase de la tercera de cero a 45°. Observe como cambia en consecuencia la forma de onda y el valor de pico de la señal compuesta.

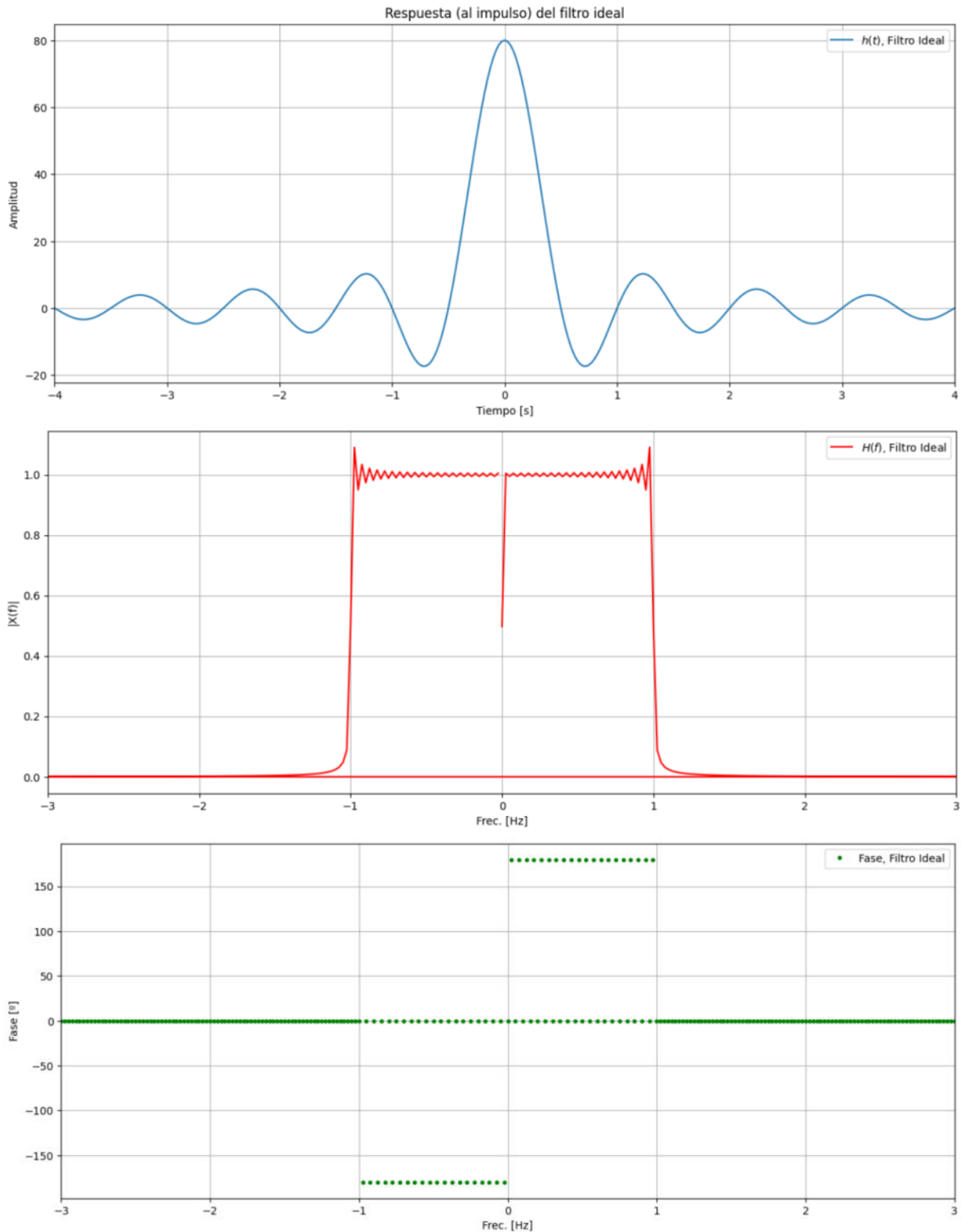


9. Ejercicio 2.....

Se sabe que un filtro pasa bajos **ideal** no es realizable ya que su respuesta al impulso resulta NO causal. Una manera de lograr un filtro aproximado al ideal es tomar una respuesta impulsiva recortada con respecto a la original y "retrasarla" para respetar la condición de causalidad.

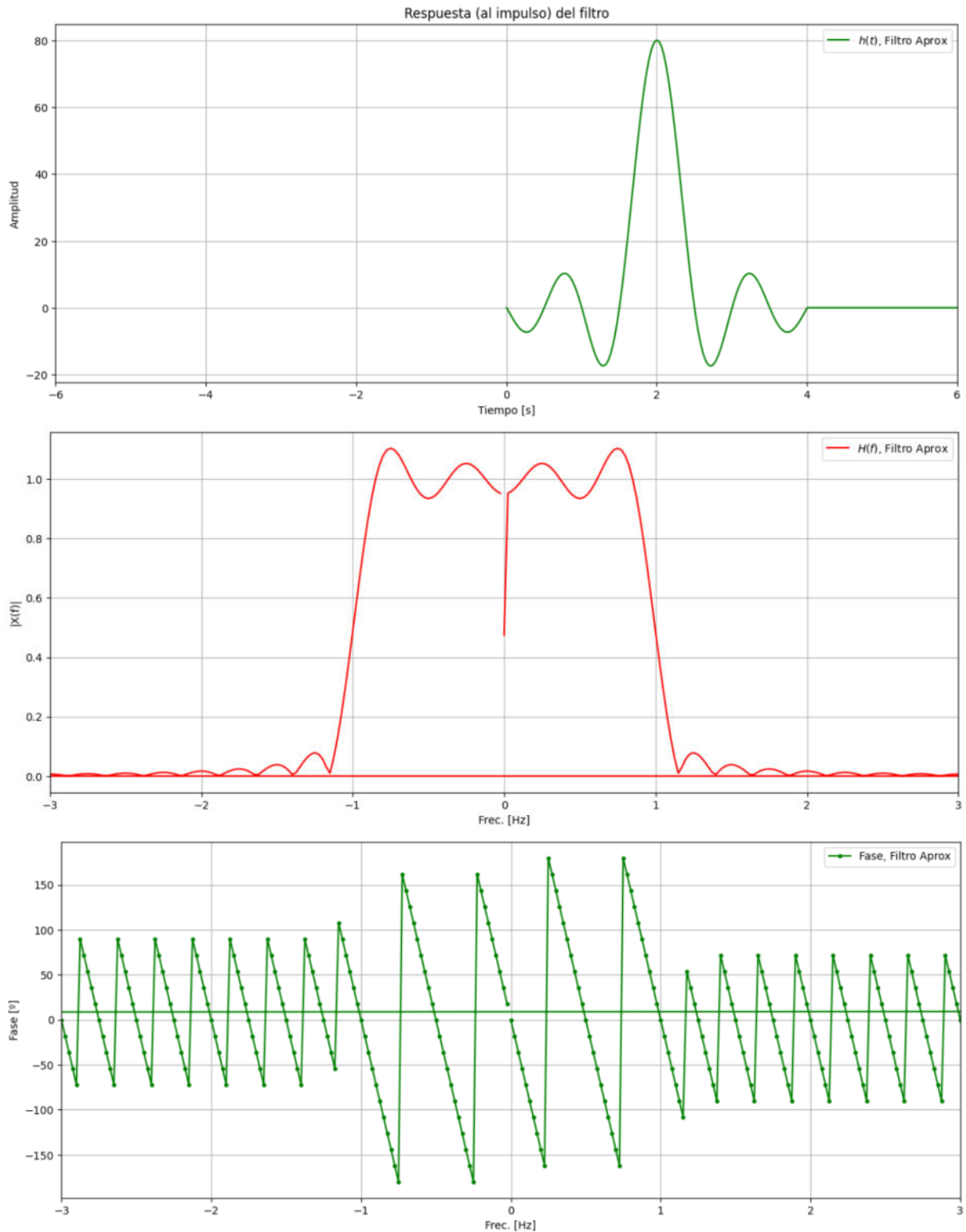
Realizar:

a) Encontrar la respuesta al impulso y también los espectros de módulo y fase de un filtro ideal con $AB = 1\text{Hz}$ y amplitud unitaria.



b) Encontrar la respuesta al impulso y también los espectros de módulo y fase de un filtro aproximado con $AB = 1\text{Hz}$ y amplitud unitaria.

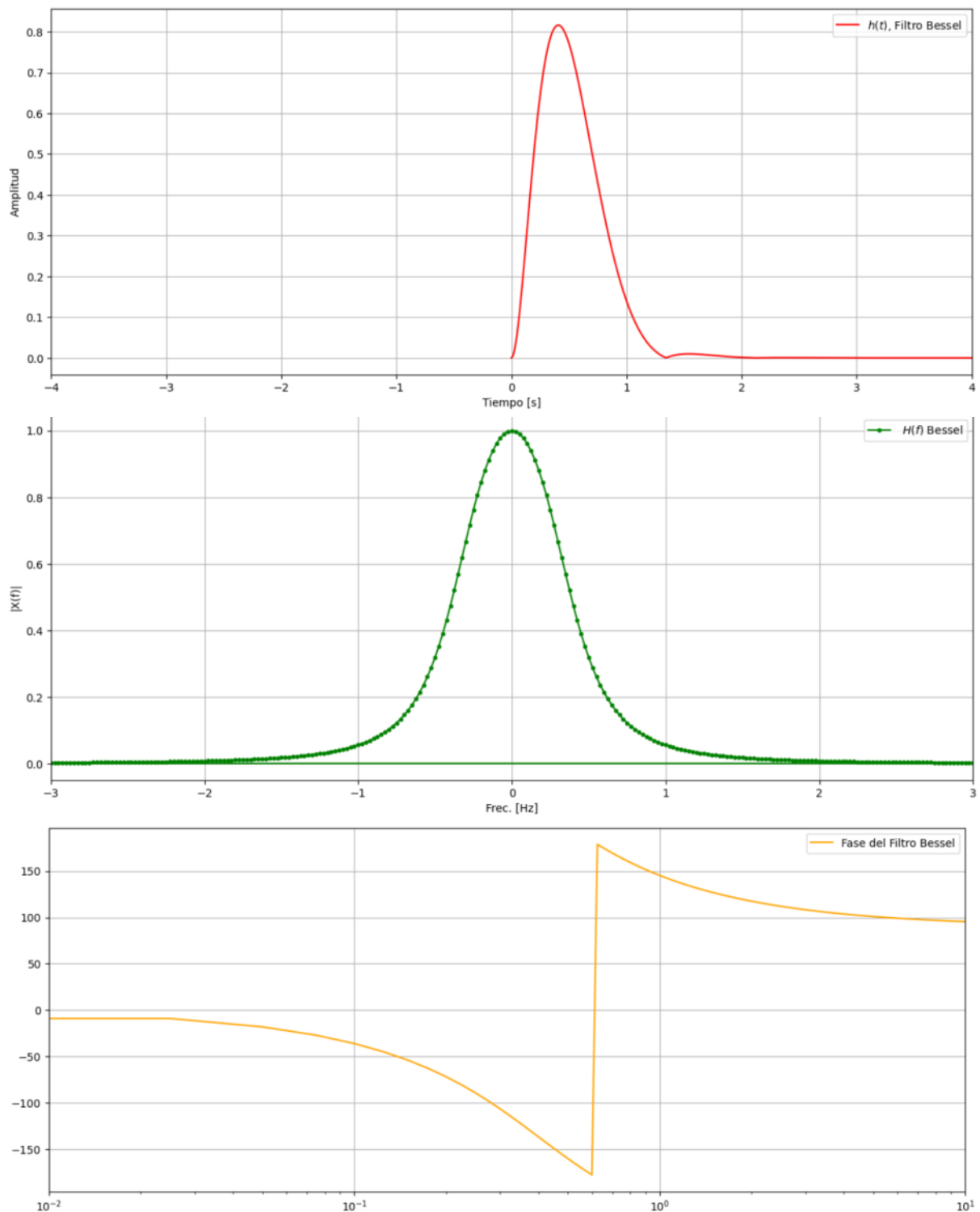
Considerar que se desea conservar el lóbulo principal y los primeros lóbulos laterales de la respuesta al impulso del filtro ideal, con lo que se conserva el 95% de la energía de la respuesta impulsiva. ¿Cuánto será el retardo de tiempo introducido por el filtro aproximado?



c) Encontrar la respuesta al impulso y la respuesta en frecuencia (Módulo y Fase) del filtro de Bessel, llamado de "fase lineal", de tercer orden y el mismo retardo de tiempo.

Filtro de Bessel normalizado, con retardo de 1 segundo:

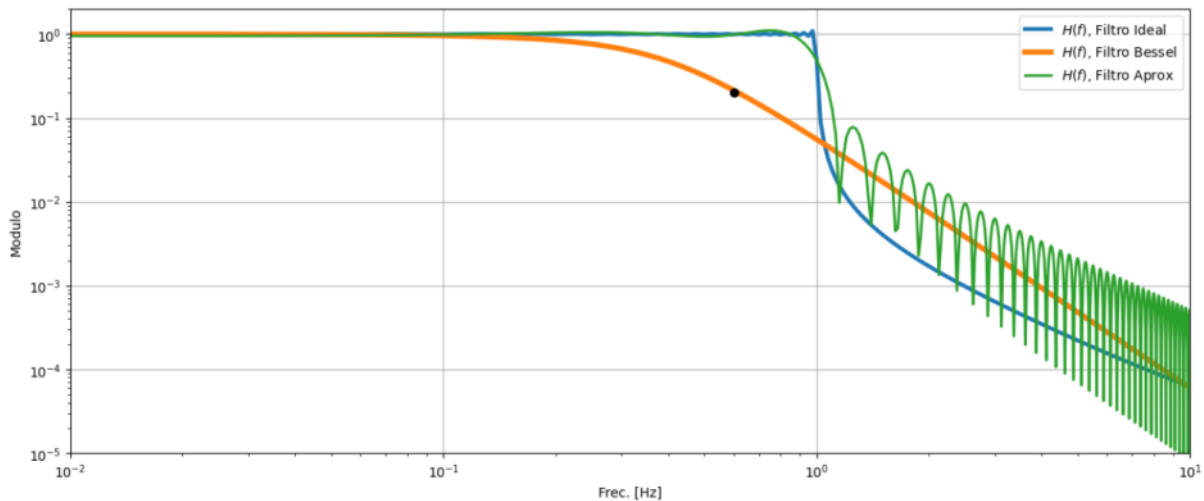
$$H(s) = \frac{15}{s^3 + 6s^2 + 15s + 15}$$



d) Represente en un mismo gráfico las respuestas al impulso de los tres filtros anteriores. También realizar los mismo con los espectros.

Responder:

- ¿Qué tan lineal resulta la respuesta de fase del filtro aproximado? ¿Es más lineal que la respuesta en fase del filtro de Bessel?
- ¿Cuál de las respuestas al impulso le parece a Ud. que representa mejor un elemento con transmisión sin distorsión?
- En qué situaciones hipotéticas podría convenir el uso de uno u otro filtro?



Respuesta: A realizar por el alumno.

9. Ejercicio 3

Use una señal compuesta como la del ejercicio 1 para excitar los filtros calculados en el ejercicio 2:

- Calcule las señales de salida mediante el producto en la frecuencia y la FFT inversa.
Respuesta: A realizar por el alumno.

- Observe cómo se manifiestan en las formas de onda de salida los retardos de tiempo esperados para cada uno de los filtros. Observe las diferencias de los valores de pico entre una y otras señales.

(Para comparar, conviene colocar en un mismo gráfico la onda de entrada junto con las 2 de salida).

Respuesta: A realizar por el alumno.

- Repita usando una frecuencia fundamental igual a 0.05Hz. Compare nuevamente cómo se manifiestan los retardos, y los máximos de las señales de salida.
Respuesta: A realizar por el alumno.

- Note que las señales en el tiempo aquí calculadas no tienen transitorio. ¿Por qué?
Respuesta: A realizar por el alumno.

9. Ejercicio 4

Los dos filtros tratados comparten la idea de diseño de producir un filtrado con baja distorsión. Luego de haber realizado las simulaciones... ¿Puede mencionar similitudes y diferencias de comportamiento entre ellos? (Considere como parámetros de comparación: Retardos, y SNR a la salida del filtro)

Respuesta: A realizar por el alumno.

Tema 10

OBJETIVO:

Practicar con los conceptos de ancho de banda equivalente y productos de intermodulación. Ganar destreza en el uso de potencias expresadas en escalas logarítmicas.

10. Ejercicio 1

Encuentre el ancho de banda de ruido equivalente para un filtro pasabajos de primer orden y para uno de segundo orden (por ejemplo, pueden ser de tipo Butterworth), tomando como unidad de referencia la frecuencia de corte de 3dB.

$$AB_{eq} = \frac{1}{|H_{(f)max}|^2} \int_0^{\infty} |H_{(f)}|^2 \cdot df$$

Función de FPB de 1° orden: $1/(S+1)$, corte en $\omega=1$.

Función de FPB de 2° orden: $1/(S^2+1.41S+1)$, corte en $\omega=1$.

Respuesta:

- Para el Filtro de 1er Orden es: 1.571 [rad/s].
- Para el Filtro de 2er Orden es: 1.117 [rad/s].

10. Ejercicio 2

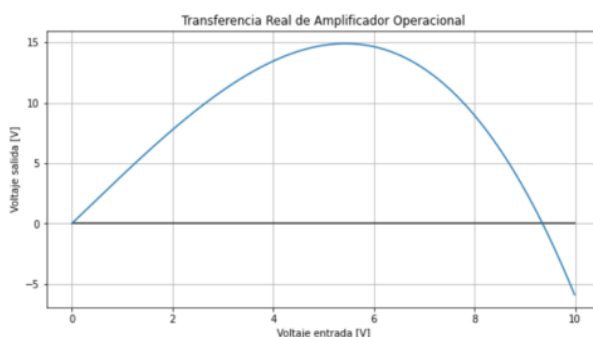
Distorsión no lineal.

Suponga que se tiene un amplificador definido por la siguiente expresión de transferencia:

$$y(t) = 4x(t) + 0.04x^2(t) - 0.05x^3(t)$$

- a. Dibuje la curva de transferencia estática, comparándola con la recta ideal.

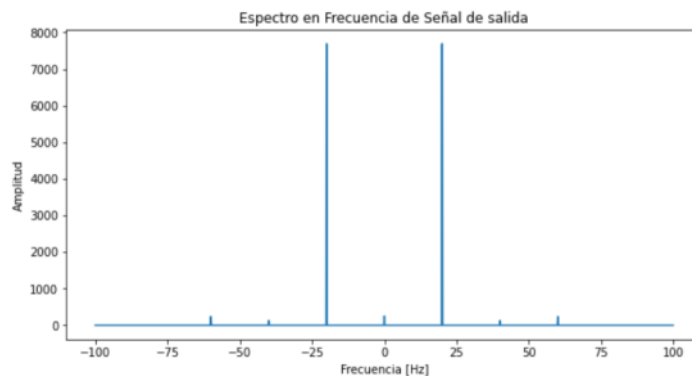
Respuesta:



- b. Use la FFT para encontrar el espectro de salida si la señal de entrada es:

$$x(t) = 3 \cdot \cos(2\pi 20t)$$

Respuesta:



- c. Para la misma señal, use la convolución en la frecuencia para encontrar el espectro de salida del amplificador. Muestre primero por separado las componentes debidas al término lineal, cuadrático y cúbico de la curva de transferencia del amplificador. Luego encuentre la suma total de todas las componentes, y verifique que se llega al mismo resultado en el ítem "b" de este ejercicio.

Respuesta: A realizar por el alumno.

Bibliografía adicional: TUTORIAL 5429, MAXIM: "The IP3 Specification - Demystified"

Nota: Este ejercicio es mayoritariamente teórico, buscando llegar a un mejor entendimiento de cómo aparecen los espurios debido a no linealidades. En la práctica profesional resultan importantes los espectros pudiendo hacerse mediciones de los mismos mientras que, por otro lado, no es una preocupación el conocimiento concreto de los coeficientes no lineales del amplificador o dispositivo de interés ($b=0.04$, $c=-0.05$ en este caso).

10. Ejercicio 3

Productos de intermodulación.

Teniendo el mismo amplificador con distorsión que en el ejercicio n°2, suponga ahora que la señal de entrada está formada por 2 tonos cercanos:

$$x(t) = \cos(2\pi 20t) + \cos(2\pi 21t)$$

- a. Muestre por separado las componentes espectrales debidas a los términos lineal, cuadrático y cúbico de la función de transferencia del amplificador. Tome unos minutos para identificar cada una de las frecuencias que aparecen (por ejemplo, f_1+f_2 ; $2f_1-f_2$, etc., según cada caso).

Respuesta: A realizar por el alumno.

- b. ¿Cómo haría para encontrar el punto de compresión de 1dB para el amplificador propuesto?

Respuesta: A realizar por el alumno.

Nota: Este ejercicio, al igual que el 12.2 es eminentemente teórico, buscando llegar a un mejor entendimiento de cómo aparecen los productos de intermodulación debido a no linealidades. De nuevo, en la práctica profesional resultan importantes los espectros, pero no los coeficientes no lineales del amplificador o dispositivo de interés.

Tema 11

TEMA: Distorsión no lineal y Ruido.

OBJETIVOS:

Familiarizarse con los parámetros y formas de calcular la calidad y el comportamiento (en lo referente a la linealidad y al ruido) de los componentes para procesamiento de señales analógicas. Adquirir destreza en el uso de cantidades expresadas en dB.

11.Ejercicio 1

Se tiene un amplificador de RF con entrada y salida adaptada. Calcular el nivel de potencia necesario de la señal de entrada, para tener en la salida una relación señal-ruido de 20 dB. Suponer un sistema lineal. $G = 90\text{dB}$, $B = 36\text{MHz}$, $T_e = 100\text{ K}$; $T_i = 200\text{ K}$, $\text{SNR}_o = 20\text{dB}$.

Respuesta: -78.27 dBm .

11.Ejercicio 2

Calcular las temperaturas efectivas y las figuras de ruido para el bloque frontal de un receptor formado por: una antena de 75Ω de resistencia de radiación, y temperatura efectiva de 80°K ; un amplificador de radiofrecuencia con $G_a = 12\text{dB}$ y $NF = 4\text{dB}$; un mezclador con $G_m = 9\text{dB}$ y $NF = 7\text{dB}$.

Respuesta: $T_{eq} = 511^\circ\text{K}$ | $NF = 4.42\text{ dB}$

11.Ejercicio 3

Se quiere construir un amplificador con una potencia de salida de 6dBm , para trabajar con señales entre 70 y 100 MHz, que logre la mejor relación señal-ruido posible. La señal de entrada es de aproximadamente -35dBm .

Se dispone de 2 dispositivos con las siguientes características:

Dispositivo 1: IP_2 en 50dBm , IP_3 en 35dBm ; $T_e = 100^\circ\text{C}$.

Dispositivo 2: IP_2 en 60dBm , IP_3 en 40dBm ; $T_e = 50^\circ\text{C}$.

- a. ¿Cuál de los dos dispositivos usaría? (Justifique su respuesta)

Respuesta: Se elige el Dispositivo 2

- b. Si se incluye en la lista de posibles dispositivos a utilizar el amplificador MAX2062... ¿Cuál de los 3 amplificadores elegiría? (Sugerencia: observar la gráfica de figura de ruido vs. frecuencia en la hoja de datos del MAX2062)

Respuesta: A completar por el alumno

11.Ejercicio 4

Dado el sistema:

Línea de transmisión: 50 metros de cable RG58-50JF, ancho de banda "B" entre 149 y 150 MHz; amplificador $G = 30\text{ dB}$, $B = 1\text{ MHz}$, $F = 3$.

Calcular:

- a. La temperatura equivalente y el número de ruido de la cascada

Respuesta:

- Temperatura equivalente: 2030°K .

- Número de ruido: 9 dB.
- b. Potencia de ruido en la salida y nivel de señal necesario en la entrada para que la relación señal ruido de salida sea 10 dB, si $T_i=100^\circ\text{K}$. (Considerar componentes lineales y adaptación en todas las uniones).

Respuesta:

- Potencia de ruido en la salida: -81.3 dBm.
- Nivel de señal necesario en la entrada: -95.3 dBm.

11. Ejercicio 5

Intercambiar el orden de los elementos del problema 4 y recalcular todo.

- c. La temperatura equivalente y el número de ruido de la cascada.

Respuesta:

- Temperatura equivalente: 290.87 °K.
- Número de ruido: 3 dB.
- d. Potencia de ruido en la salida y nivel de señal necesario en la entrada para que la relación señal ruido de salida sea 10 dB, si $T_i=100^\circ\text{K}$. (Considerar componentes lineales y adaptación en todas las uniones).

Respuesta:

- Potencia de ruido en la salida: -88.68 dBm.
- Nivel de señal necesario en la entrada: -102.68 dBm.

11. Ejercicio 6

Un amplificador de línea para CATV que opera en el rango de frecuencias de 50 a 500 MHz tiene un filtro pasa-banda a la entrada y otro a la salida. Los datos de las componentes son:

- Filtros: Ancho de banda equivalente 450 MHz (50/500MHz); Atenuación en banda de paso: 2 dB. (Impedancias de entrada y salida: 75ohm).
- Amplificador (Mini Circuits HELA-10): Ganancia adaptada: 12 dB entre 50 y 1000MHz; Número de ruido: 3.5 dB.
- Punto de compresión de 1 dB: 26 dBm; IP2: 88 dBm; IP3: 47 dBm.

Calcular:

- a. Ganancia, temperatura equivalente de ruido y número de ruido del sistema entrada/salida. Potencia de ruido térmico disponible a la salida, suponiendo que la temperatura de ruido de entrada es 350 °K.

Respuesta:

- Ganancia: 8 dB.
- Temperatura equivalente: 759 °K.
- Número de ruido del sistema: 5.59 dB.
- Potencia de ruido térmico: -73.66 dBm.

- b. Máxima potencia de salida posible utilizando como criterio de que, en esa condición, el ruido de intermodulación sea aproximadamente igual al térmico.

Respuesta: $x_{in} = 3.74 \text{ [mW]} \equiv 5.73 \text{ [dBm]}$.

- c. Relación señal ruido en la carga cuando la tensión eficaz de la señal de salida es de 500mV.

Respuesta: $SNR = 76.46 \text{ dB}$,

11. Ejercicio 7

Se considera que para discernir claramente una conversación la SNR debe ser de al menos 25dB. Entonces, si la distorsión no lineal es la principal causa de deterioro de un mensaje hablado, se considera tolerable una THD de -35dB.

Otra manera de especificar la THD es como porcentaje de **valor eficaz** de la fundamental. Entonces... ¿Qué porcentaje de THD es considerado aceptable para un mensaje hablado?

Respuesta: THD=1.78%

11. Ejercicio 8

Un amplificador de audio presenta distorsión no lineal, siendo su transferencia estática

$$Y=X+0,15.X^3$$

Calcular la THD para una tensión de pico $V_{max}=1V$, y... para $V_{max}=0.1V$.

(Frecuencia= 997Hz)

¿Cumple con lo considerado necesario?

Respuesta: No para $V_{max}=1V$ (THD=33dB); Sí para $V_{max}=0,1V$ (THD=43dB)

11. Ejercicio 9.....

a. ¿Qué es la THD+N (Distorsión armónica total + ruido)?

b. Grabe una señal de audio de unos pocos segundos. Escuche la señal original y la obtenida al pasar por el amplificador con distorsión $Y=X+0,15.X^3$

Discuta cómo se podría calcular la THD, considerando que la señal de entrada no contiene sólo una, sino una multitud de componentes.

c. Considerando las diferencias de potencias en las componentes de las señales de entrada y de salida... Cómo calcularía la distorsión introducida por el amplificador?

Respuesta: A realizar por el alumno.

Bibliografía:

AES17 "Standard method for digital audio engineering-Measurement of digital audio equipment" Sección 8.5, pg.19.

Tema 12

TEMA: Modelos de Ruido, Muestreo.

OBJETIVOS:

Poder calcular cantidades mínimas de ruido presentes en un circuito, empleando los distintos modelos empleados para caracterizar los componentes.

Afianzar la comprensión de los modelos y fenómenos asociados al muestreo y cuantización de señales.

12.Ejercicio 1

En el esquema siguiente se representa una fuente de señal (teniendo una temperatura equivalente de ruido de 500°K , conectada a una carga (R_L) a través de un atenuador resistivo.

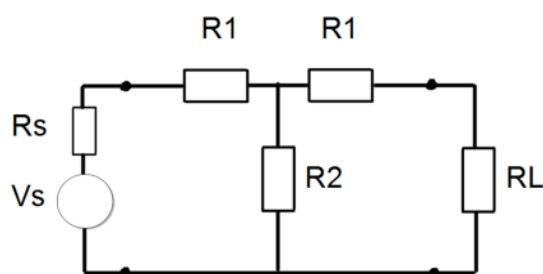
a. ¿Cuánto es la atenuación (en dB) del atenuador? Indique la figura de ruido nominal del atenuador. **Respuesta:** $A_{\text{tdB}}=6 \text{ dB}$, $F=6\text{dB}$,

b. Indique la figura de ruido efectiva y la densidad de potencia de ruido sobre la carga (en W/Hz) suponiendo que el atenuador está refrigerado a una temperatura cercana a 0°K .
Respuesta: $NF = 0 \text{ dB}$

c. Indique la figura de ruido efectiva y la densidad de potencia de ruido sobre la carga (en W/Hz) suponiendo que el atenuador se encuentra a una temperatura de 290°K .
Respuesta: $NF=4,4\text{dB}$

d. ¿Cómo calcularía F si el atenuador estuviese a otra temperatura?

Respuesta: Para completar por el alumno.



$$R_s = R_L = 75\Omega$$

$$R_1 = 25\Omega,$$

$$R_2 = 100\Omega$$

Notar que las impedancias de entrada y salida están correctamente adaptadas.

12.Ejercicio 2

Considere un amplificador no inversor construido con un OPA TL082, una $R_1=1\text{k}\Omega$ y $R_2=15\text{k}\Omega$. (Ganancia aprox.= 16.). La $Z_{\text{in}} = 1\text{k}$ y la $Z_{\text{carga}}=100.$ ohmios. La señal es de 0.3V_{pp} con un $\text{SNR}=40\text{dB}$, con un ancho de banda entre 100Hz y 10kHz .

a. ¿Cuál es el nivel eficaz de la señal propiamente dicha y del ruido presente que se quiere amplificar? (Note que tales valores no guardan una relación unívoca con los

valores de pico a pico de una señal; entonces es necesario realizar alguna suposición sobre la distribución estadística de la señal o sobre la forma de onda).

Respuesta: A realizar por el alumno.

- b. ¿Cuál sería la temperatura equivalente de ruido contenida en la señal de entrada, y la temperatura de ruido equivalente de amplificador?

Respuesta: A realizar por el alumno.

- c. ¿Qué cantidad de ruido será agregado por el amplificador sobre la señal de salida?

Respuesta: A realizar por el alumno.

- d. Si tratase de calcular la ganancia de potencia en dB... notará que no resulta igual a $20 \cdot \log(16)$. ¿Por qué?

Respuesta: A realizar por el alumno.

- e. ¿Cuál será la figura de ruido obtenida?

Respuesta: A realizar por el alumno.

- f. ¿Si la señal de entrada se redujese a la mitad... cambiará la NF? ¿Y si se reduce el ruido de la señal de entrada? ¿Y si se achican ambos?

Respuesta: A realizar por el alumno.

12. Ejercicio 3

Si bien la cantidad de ruido introducida por un dispositivo depende de la banda de frecuencias de trabajo, los parámetros puntuales (V_n , I_n , NF) que suelen mostrarse en las hojas de datos de los dispositivos activos sirven como guía para la clasificación de éstos últimos.

Considerando los siguientes OPA: TL082, NE5532, OPA2134, LM358 y OPA177. Conjeturar cuál será el ordenamiento de los mismos desde el menos ruidoso al más ruidoso. ¿Qué piensa de las especificaciones de ruido del LM358?

Respuesta: A realizar por el alumno.

1° opa2134: $8\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$; $3\text{fA}/\sqrt{\text{Hz}}$

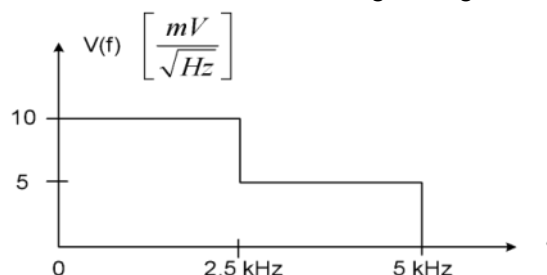
2° NE5532: $8\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$; $0.7\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$

3° TL082: $16\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$; $0.01\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$

4° OP177: $150\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$; $3\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$

12. Ejercicio 4

Suponga que la hoja de datos de un dispositivo activo tiene un espectro de densidad de tensión eficaz en su salida como el mostrado en la figura siguiente:



¿Cuál será la tensión eficaz que medirá un voltímetro de valor eficaz verdadero conectado a la salida en los siguientes casos?:

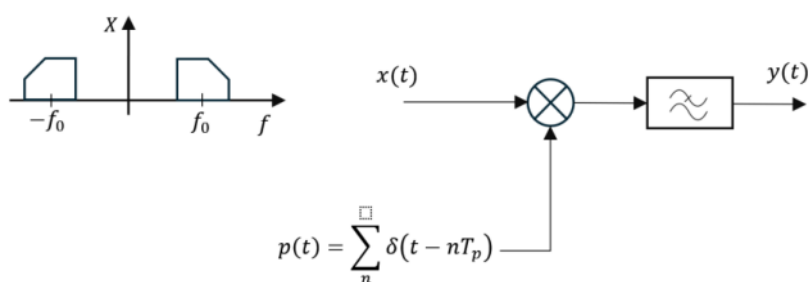
- El ancho de banda del voltímetro es de 2.5 kHz.
- El ancho de banda del voltímetro es de 10 kHz.

Respuesta:

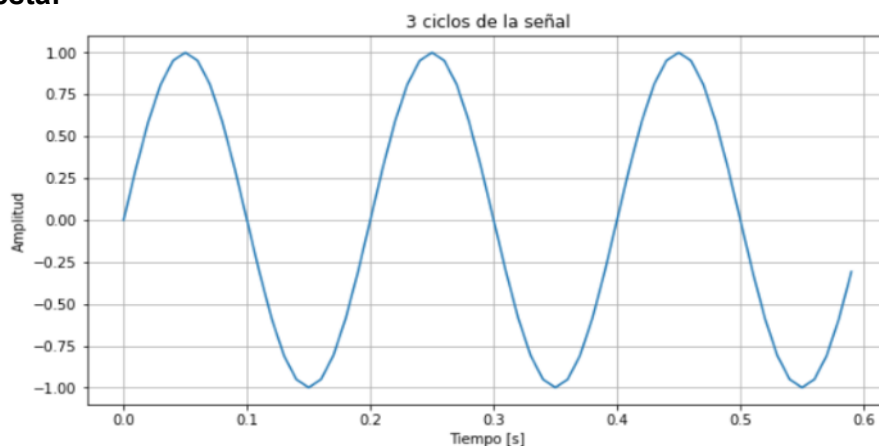
- a. 500 mV.
- b. 559 mV.

12. Ejercicio 5

Determinar el espectro de la señal $y(t)$, siendo la señal $x(t)$ es una señal de banda estrecha ($AB \ll f_0$). Suponer dos casos: $f_p > f_0$ y $f_p < f_0$

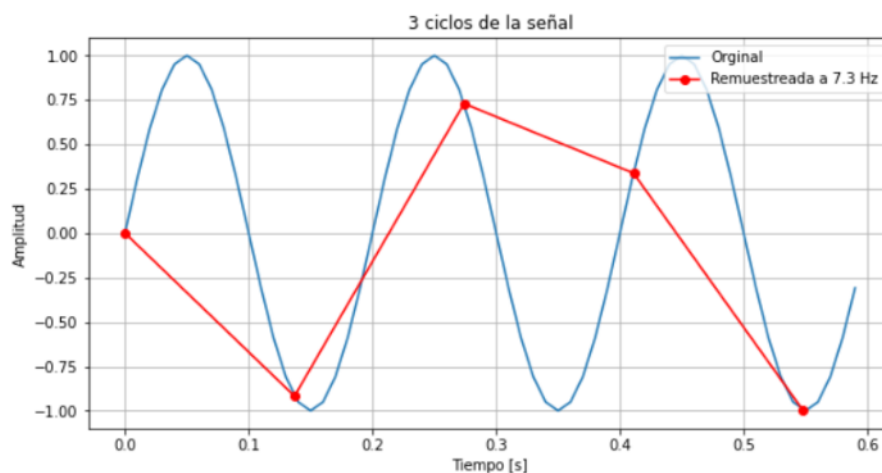
**12. Ejercicio 6****ALIASING.**

- a. Suponga que se tiene una señal senoidal de 5Hz, alrededor de 200 ciclos; dibuje 3 ciclos en su computadora.

Respuesta:

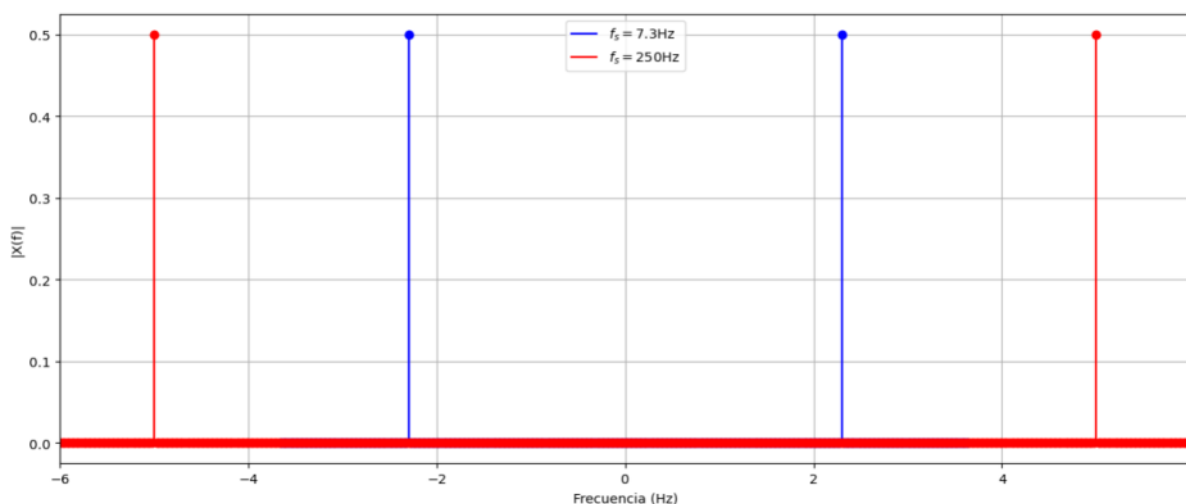
- b. Suponga que esa señal se muestrea a una frecuencia de 7,3Hz. Dibuje los puntos muestreados superpuestos al gráfico de la señal original.

Respuesta:



- c. Usando la DFT dibuje los espectros de la señal original y de la señal sub-muestreada, empleando los puntos de muestra que se poseen. Notando el efecto de aliasing. ¿Cuál es la frecuencia de la señal "alias"?

Respuesta:



La frecuencia de la señal de alias es de aproximadamente 2.3 Hz.

- d. Use el Python para graficar sobre la señal original la señal de "alias".

Respuesta: A realizar por el alumno.

12. Ejercicio 7

Un sistema mixto digital-analógico toma muestras de una variable analógica cada 0,5mseg. Si la señal de entrada es senoidal, con una frecuencia de 3kHz, determine:

- a. ¿Considerando el espectro de la señal muestreada, en qué ubicaciones dentro del intervalo (0 ; 2,1kHz] esperarías encontrar componentes? Confirme aplicando la convolución de los espectros.

Respuesta: A realizar por el alumno.

Piense por ejemplo en las siguientes opciones:

- i. 0kHz y 1kHz ii. 1kHz iii. Todas componentes nulas
iii. 2 kHz iv. 0kHz, 1 kHz y 2kHz

- b. Si luego de digitalizados los datos se envían a un conversor digital-analógico... ¿Cuál será la frecuencia fundamental de la señal a la salida del conversor?

Respuesta: A realizar por el alumno.

- c. Luego, se pretende recuperar la señal a partir de las muestras tomadas a pesar de que la señal está submuestreada. ¿Cómo sería posible?

Respuesta: A realizar por el alumno.

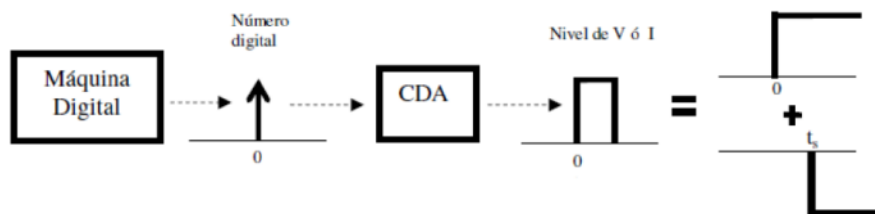
- d. Repita para una señal cosenoidal.

Nota: Ver el ejercicio 13.2, "Observar similitudes: En lo referido a la frec. fundamental de salida"

12. Ejercicio 8

Un conversor digital-analógico (del tipo más empleado: retención de orden cero) toma como entrada un número digital y lo convierte en un pulso rectangular de tensión (o corriente), que es mantenido durante un período de muestreo.

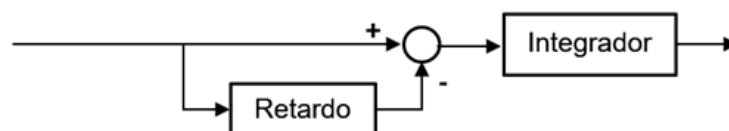
El número digital de entrada al conversor puede modelarse como un impulso de Dirac; la señal de salida puede considerarse como un escalón (de amplitud dada por el número digital), sumado a un escalón negativo retardado, según se esquematiza en la figura siguiente:



- Realice un diagrama de bloques de la operación del CDA que tenga en cuenta la sumatoria y el retardo indicado en la figura.
- ¿Cuál es la función de transferencia correspondiente para tal CDA?
- ¿Cuál es la respuesta en frecuencia del CDA? (Módulo y ángulo).
- ¿Cuáles son el ancho de banda de 3dB y el ancho de banda equivalente de ruido?

Respuesta:

- a.



- $H(f) = e^{-j\pi f T_b} \cdot T_b \cdot \text{sinc}(\pi f T_b)$
- $|H(f)| = T_b \cdot |\text{sinc}(\pi f T_b)|$, $\arg \arg(H(f)) = -\pi f T_b$
- $AB_{3db} = 0,443.1/T_b$; $AB_{equiv} = 0,5.1/T_b$

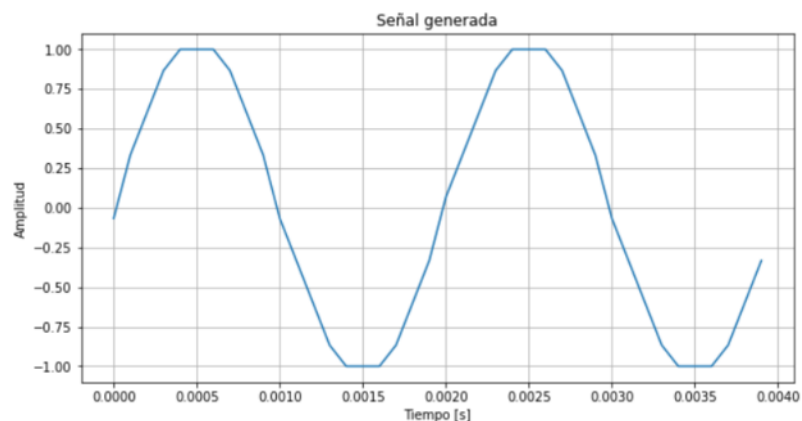
12. Ejercicio 9

Programando en Python, simule una señal analógica con toda la resolución entregada por el software de su computadora. (Puede ser, por ej., una señal senoidal).

- A partir de la señal ideal, encuentre la correspondiente señal muestreada con una resolución finita; por ejemplo 5 ó 6 bits. (Use una frecuencia de muestreo lo suficientemente elevada, para evitar aliasing).

Respuesta:

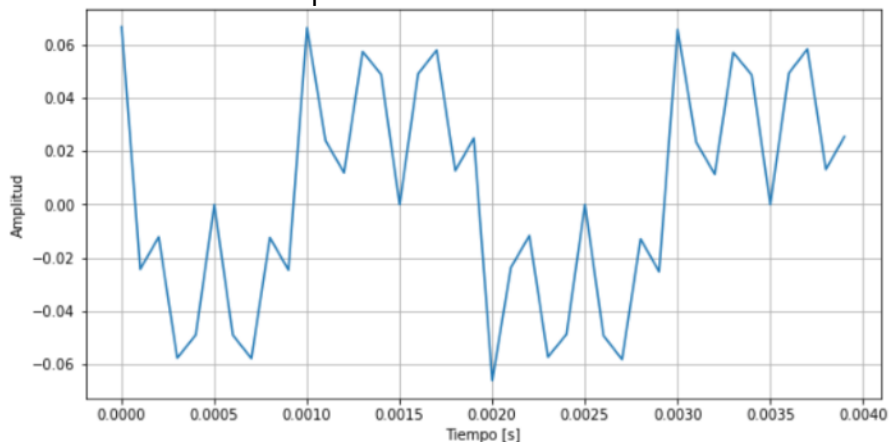
Ejemplo señal cuantizada con 4 bits.



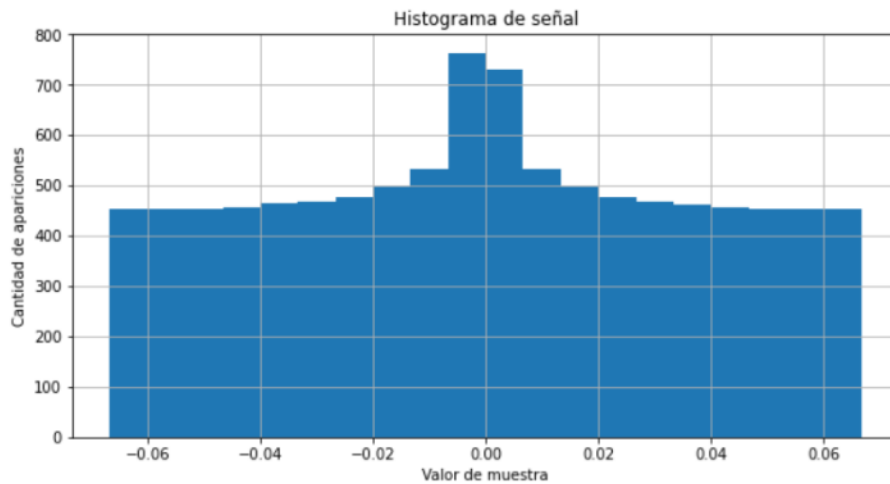
- Grafique los errores de cuantización correspondientes, y muestre una aproximación de la distribución estadística de los mismos (histograma).

Respuesta:

Ejemplo de error de cuantización para 4 bits.



Ejemplo de histograma para error de cuantización para 4 bits.



- c. Calcule numéricamente el valor eficaz del ruido para cada resolución usada y compárelo con el valor teórico esperado de $\Delta V / \sqrt{12}$.

Respuesta:

- El valor eficaz del ruido estadístico para una cuantización de 4 bits es de 0.03679 V.
- El valor eficaz del ruido teórico para una cuantización de 4 bits es de 0.03848 V.

12. Ejercicio 10

Se tiene una señal analógica $x(t)$ con valores comprendidos dentro del rango $\pm 3V$, y con una relación señal ruido de 40dB. Si la señal es digitalizada con un CAD de 8 bits, se envía la señal PCM por un canal con muy poco ruido y de ancho de banda suficiente, hasta un receptor alejado.

- a. ¿Cuál será la relación señal ruido de la señal recuperada en el receptor?

Respuesta: 50 dB

- b. Para mejorar la SNR de la señal en el receptor, se podría incrementar el número de bits empleado para cada muestra. ¿Cuántos bits usaría?

Respuesta: Para completar por el alumno

12. Ejercicio 11

Averigüe cómo son las codificaciones de línea usadas para los estándares Usb, Hdmi, Ethernet, y Rs232. Clasifíquelas como unipolar, polar o bipolar; y RZ o NRZ, según la definición dada en el libro de Carlson y Crilly. [3].

Respuesta: A realizar por el alumno.

Tema 13

TEMA: Muestreo, Modulación.

OBJETIVOS: Afianzar la comprensión de los modelos y fenómenos asociados al muestreo y cuantización de señales. Estudiar las características de los distintos métodos de modulación.

13. Ejercicio 1

Distorsión introducida por un ADC.

Los conversores AD pueden introducir distorsión en la señal discretizada debido a no linealidades, ruido e inestabilidad.

- a. Para una señal senoidal de amplitud cercana a la $V_{\text{máx}}$ de un CAD de n bits, verifique la cantidad efectiva de bits, mediante el cálculo de las potencias a partir del espectro conseguido por la FFT de las muestras cuantizadas.

$$n = \frac{SNR[dB] - 1.76}{6.02}$$

(Sugerencia: para evitar el fenómeno de leaking en el espectro, use por ejemplo: frecuencia de la senoidal=19Hz; fsamp=500, tomando como muestra 22 ciclos de la señal senoidal). Nota: Se espera un error dentro del 2%.

- b. Simule una situación con distorsión agregando ruido y distorsión de 2° y 3° orden; por ejemplo $V_{n_{\text{ef}}} = 0.04V_{\text{máx}}$, y la transferencia estática ideal del conversor:

$$Y = X + 0.05X^2 - 0.1X^3$$

(Esto es totalmente artificial, sólo a los fines del análisis cualitativo del problema).

Respuesta: A realizar por el alumno.

- c. Use la FFT y los lineamientos dados en la referencia [1] para hacer una estimación de la distorsión armónica total (THD), a partir de las amplitudes de las armónicas.

Respuesta: La distorsión armónica total es igual 0,045.

- d. Encuentre el nivel de ruido más distorsión armónica (SINAD) a partir de la diferencia entre la potencia total y la potencia de la fundamental. Calcule el número efectivo de bits (ENOB) del conversor. (El nivel de CD entra al cálculo como ruido).

$$ENOB = \frac{SINAD[dB] - 1.76}{6.02}$$

Respuesta: El ENOB es igual a 3.411.

Bibliografía: Tutorial MT-003. "Understand SINAD, ENOB, SNR, THD, THD + N, and SFDR..." Analog Devices, W. Kester.

13. Ejercicio 2

Distorsión introducida por un DAC

Se ha digitalizado una señal senoidal de 19Hz con una velocidad de muestreo de 500Hz y 7 bits.

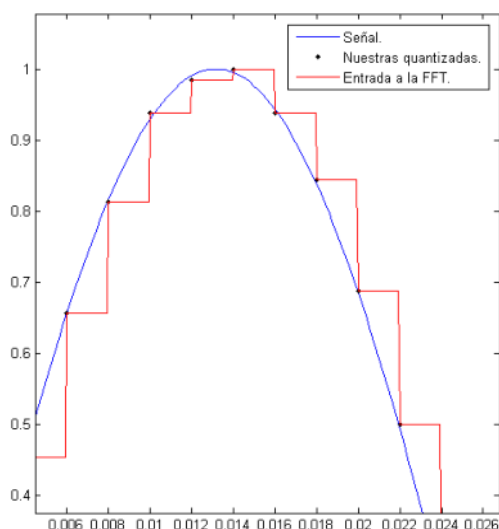
- a. Bosqueje el espectro teórico de la señal muestreada sin considerar la resolución finita mencionada. ¿Cómo cambiaría la gráfica si tomase en consideración la resolución finita del conversor?

Respuesta:

En el espectro de frecuencias deberían aparecer componentes discretas en $\pm 19\text{Hz}$, repetidas cada 500Hz, ya que el espectro de una señal muestreada es infinito y periódico.

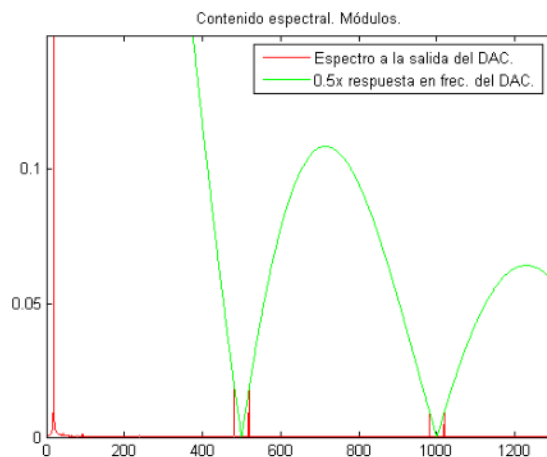
Al considerar la resolución finita del conversor, aparecerá, distribuido en todo el espectro, un nivel de ruido de amplitud homogénea, debido al ruido de cuantización.

- b. Se procede a convertir en analógica la señal discretizada, empleando un DAC. Dibuje (con soft) la señal original y la convierte en analógica.

Respuesta:

- c. Usando una frecuencia de muestreo de 15 kHz sobre la señal analógica a la salida del DAC, emplee la FFT para aproximar su espectro de frecuencias. (Considere alrededor de 20 ciclos de la señal de salida).

Respuesta:



- d. ¿Cuál es la frecuencia fundamental de la señal de salida?

Respuesta: Se tiene una componente en 19Hz, en 481 en 519.

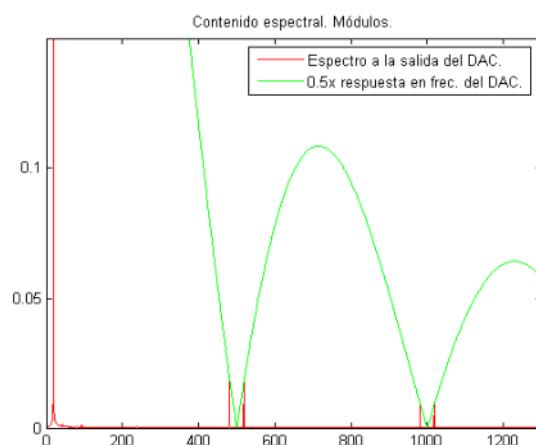
La señal de salida ha perdido su periodicidad. En el mejor de los casos estarían repitiendo las muestras con una cadencia de 1Hz, que es el divisor común mayor entre las componentes observadas.

- e. Observe las componentes del espectro de salida que aparecen cerca de los múltiplos de la frecuencia de 500Hz. ¿A qué se deben esas componentes?

Respuesta: Las componentes espectrales cercanas a los múltiplos de 500 Hz provienen de las copias periódicas generadas en el proceso de muestreo. Al pasar por el DAC, resultan afectadas por el efecto de filtrado del convertor.

- f. Superponga en el espectro de salida la respuesta en frecuencia (de amplitud) del DAC. De ser necesario, corrija la explicación dada a la pregunta anterior. (Nota: la respuesta en frecuencia del DAC, debe escalarse por 0,5).

Respuesta:



(Nota: Ver el ejercicio 12.6, “Observar similitudes”)

13. Ejercicio 3

Tasa de errores de bit

Cuando una señal discreta es modificada por ruido, ocurren en el extremo receptor fallas en la identificación de los bits. En este ejercicio se trata de comprobar la relación entre la tasa de errores de bit y el ruido superpuesto con la señal digital. Para esto, siga los siguientes pasos:

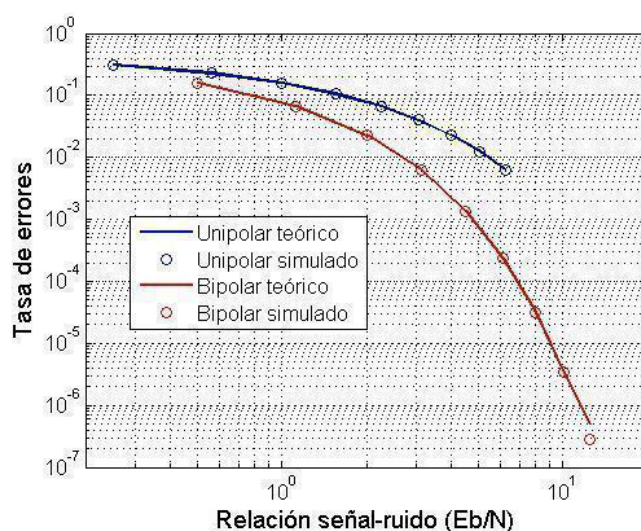
- Generar una secuencia aleatoria de (entre dos y tres millones de) bits, simulando representar un mensaje. Use una codificación de línea unipolar y adicione ruido gaussiano de amplitud conocida.
- De la señal obtenida, recupere los bits de la manera en que lo haría un receptor al que llegase la señal.
- Calcule la tasa de errores de bits (Bit Error Rate: BER) realizando el cociente entre la cantidad de bits que el receptor interpreta invertidos y la cantidad total de bits del mensaje.

Respuesta:

- Si se considera una señal unipolar, obtenemos una BER de 0.5
- Si se considera una señal bipolar, obtenemos una BER de 0.329

Nota: Estos valores podrán variar de acuerdo al ruido utilizado.

- Repita el proceso para distintos valores de ruido a fin de comparar con la curva de tasas de errores teóricas. (Es decir: BER vs. E_b/N_0).

Respuesta:

- Repetir el experimento para codificación de línea polar.

Respuesta: A realizar por el alumno.

13. Ejercicio 4 (De Parcial)

Observe los videos [1-3]. Comente las similitudes y diferencias entre los fenómenos de aliasing y rolling shutter.

[1] "Muestreo y Aliasing", pdsunal:

<https://www.youtube.com/watch?v=Sv5TyYzuLHc>

[2] "Why Do Cameras Do This? | Rolling Shutter Explained", Smarter Every Day:

<https://www.youtube.com/watch?v=dNVtMmLInoE>

(activar subtítulos)

[3] "Aliasing effect due to undersampling", F. Guerrero:

<https://www.youtube.com/watch?v=ByTslSFXUoY>

Respuesta: A realizar por el alumno

13. Ejercicio 5

Representar el diagrama de bloques para modular el mensaje 10101010 en BPSK. Los bits tienen una amplitud A con un $t_b = 1,0 \text{ ms}$, el mensaje debe estar montado sobre una portadora de 10 MHz.

También realizar el demodulador.

Graficar la señal en distintos puntos de interés del diagrama de bloques (en el tiempo y frecuencia)

13. Ejercicio 6

Una señal aleatoria con función de densidad de probabilidad constante entre +10 y -10 volt y limitada en ancho de banda a 12kHz debe codificarse para ser transmitida por un sistema PCM (supóngase de cuantificación uniforme). Determinar:

a. La mínima frecuencia de muestreo.

Respuesta: $f_{smin} = \text{aprox. } 30 \text{ KHz}$

b. El número de bits necesarios para codificar en forma binaria cada muestra, si se busca que la relación entre la potencia media de señal y la potencia media de ruido de cuantificación sea mejor que 30 dB y....

Respuesta: $n \simeq 5 \text{ bits}$

c. La mínima velocidad de transmisión en bauds.

Respuesta:

sta: $R_{bmin} \simeq 12 \text{ kBaudps}$

13. Ejercicio 7

¿Cuál sería el ancho de banda mínimo teórico para transmitir, sin pérdida de información, una señal digital de R_b (bps) utilizando...

a. un sistema 2PSK y

b. un sistema 32QAM?

Respuesta:

- a. $2 R_b$.
- b. $\frac{2}{5} R_b$.

13. Ejercicio 8

Los datos de una señal digital binaria en banda base, salen de una terminal digital a una velocidad de 6Mbps y son la entrada a un sistema modulador 16PSK.

¿Qué ancho de banda recomendaría como necesario para transmitir la señal modulada?

Respuesta: El ancho de banda necesario es de 3 MHz.

13. Ejercicio 9

Una fuente de información produce un mensaje digital binario de 700 kbps. Como para la transmisión del mismo se dispone de un canal de de 150kHz de ancho de banda, se decide transformarlo en una señal digital de múltiples niveles. Determine el número de niveles necesario y la cantidad de bits que deberán agruparse en cada símbolo de la señal a transmitir. ¿Cuál sería el sistema de modulación más ventajoso para la transmisión? Justifique su elección.

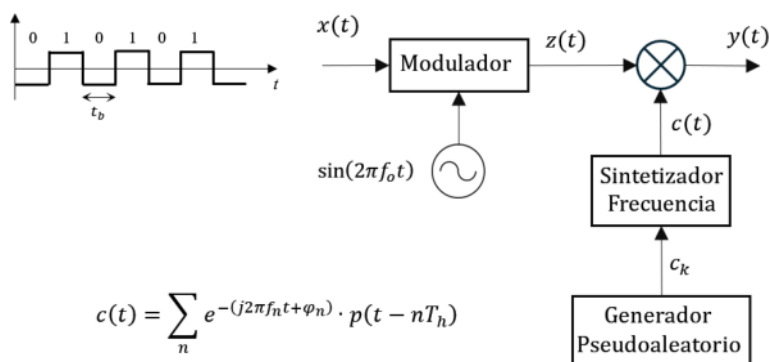
Respuesta:

El AB de 150 kHz permite una tasa de baudios de 150 kBauds.

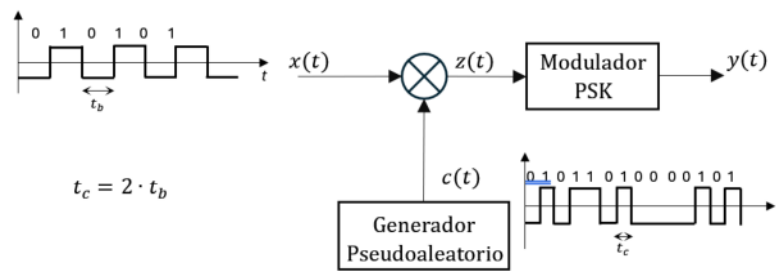
Entonces, se puede pensar en un sistema que separe los bits originales de la fuente en paquetes de 5, y emplear una modulación 32QAM. De esta manera el ancho de banda mínimo necesario sería de 140 KHz, con lo que los 150kHz del canal disponible estaría bien aprovechado.

13. Ejercicio 10 Espectro Expandido Salto en Frecuencia.

Representar los espectros de las señales: $z(t)$ y $y(t)$. Representar en el tiempo las señales: $z(t)$, $c(t)$ y $y(t)$. Realizar las consideraciones necesarias para facilitar la representación de las señales.

**13. Ejercicio 11** Espectro Expandido por Secuencia Directa.

Representar los espectros de las señales: $x(t)$, $c(t)$, $z(t)$ y $y(t)$. Representar en el tiempo las señales: $c(t)$ y $z(t)$. Realizar las consideraciones necesarias para facilitar la representación de las señales.



Tema 14

TEMA: Muestreo, Modulación (Continuación).

14. Ejercicio 1

Ruido, componentes en cuadratura.

Cualquier señal real, puede separarse en sus componentes senoidales y en las cosenoidales. Esto es aplicable aún para señales de ruido estocástico. Para mostrar esto, siga los siguientes pasos.

- Genere una señal con distribución gaussiana de valor eficaz igual a 1. (P.ej. 10000 muestras).

Respuesta: A realizar por el alumno.

- Usando la DFT separe las partes real e imaginaria del espectro.

Respuesta: A realizar por el alumno.

- Mediante la DFT inversa aplicada a la parte real e imaginaria del espectro recupere las partes cosenoidal y la senoidal de la señal temporal.

Respuesta: A realizar por el alumno.

- Grafique las señales en el tiempo. Confirme que la señal de ruido original es igual a la suma de las otras dos.

Respuesta: A realizar por el alumno.

- Grafique parte senoidal vs parte cosenoidal.

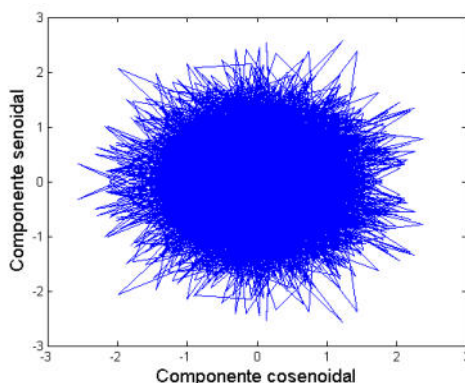
Respuesta: A realizar por el alumno.

- Calcule el valor eficaz de cada parte, y su relación con el valor eficaz de la señal compuesta. ¿Cuál sería la relación teórica que esperaba obtener?

Respuesta: A realizar por el alumno.

- Confirme numéricamente la ortogonalidad de las 2 partes.

Respuesta: A realizar por el alumno.



14. Ejercicio 2

- Averigüe qué bandas de frecuencia y tipo de modulación se usan en televisión digital en nuestro país [4,5].
- Compare con la TV analógica. (ABs y bandas espectrales)

Respuesta: A realizar por el alumno.

[4] Televisión digital terrestre en Argentina:

https://es.wikipedia.org/wiki/Televisi%C3%B3n_digital_terrestre_en_Argentina#Especificaciones_t%C3%A9cnicas

[5] SBTVD:

https://es.wikipedia.org/wiki/SBTVD#Caracter%C3%A1sticas_T%C3%A9cnicas