Unidad 2: SEÑALES ELÉCTRICAS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

Series de Fourier. Trigonométrica y exponencial Teorema de Parseval. Transformada de Fourier. Espectros de densidad energía/potencia. Teoremas relacionados con la Transformada de Fourier. Delta de Dirac, propiedades, aplicaciones. Espectros de señales periódicas. La transformada discreta de Fourier. Señales aleatorias en dominio de frecuencia. Espectro de densidad de potencia. Función de autocorrelación. Señales de banda angosta, características y modelado.

* Cap. 2 Carlson-Crilly

Serie de Fourier Exponencial

Se toma como base para componer las señales un conjunto infinito de exponenciales complejas

$$B_n = e^{j.2.\pi.n.f_0.t}$$

Los elementos de la base son ortogonales entre sí

$$< B_n . \overline{B_m} >= 0$$

$$\boxed{\begin{aligned} v(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{\,j2\pi n f_0 t} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \\ c_n &= \frac{1}{T_0}\int_{T_0} v(t) e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt \end{aligned}}$$

Los coeficientes C_n se calculan de manera de reducir los errores en la aproximación.

$$C_n = \frac{< v_{(t)} . \overline{B_n} . >}{\|B_n\|^2}$$

Serie de Fourier, Trigonométrica

$$v(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} |2c_n| \cos(2\pi n f_0 t + \arg c_n)$$

$$v(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos 2\pi n f_0 t + b_n \sin 2\pi f_0 t]$$

$$C_0 = \frac{1}{T} . \int_0^T v(t) . dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} . \int_0^T v(t) . cos(f_0 . n . t) . dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} . \int_0^T v(t) . sen(f_0 . n . t) . dt$$

Series de Fourier

Exponencial

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi n f_0 t} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt$$

Trigonométrica

$$v(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos 2\pi n f_0 t + b_n \sin 2\pi f_0 t]$$

$$\boldsymbol{C_0 = \frac{1}{T} . \int_0^T v(t). dt}$$

$$\boldsymbol{a_n = \frac{2}{T} . \int_0^T v(t). cos(f_0. n. t). dt} \qquad \boldsymbol{b_n = \frac{2}{T} . \int_0^T v(t). sen(f_0. n. t). dt}$$

Series de Fourier

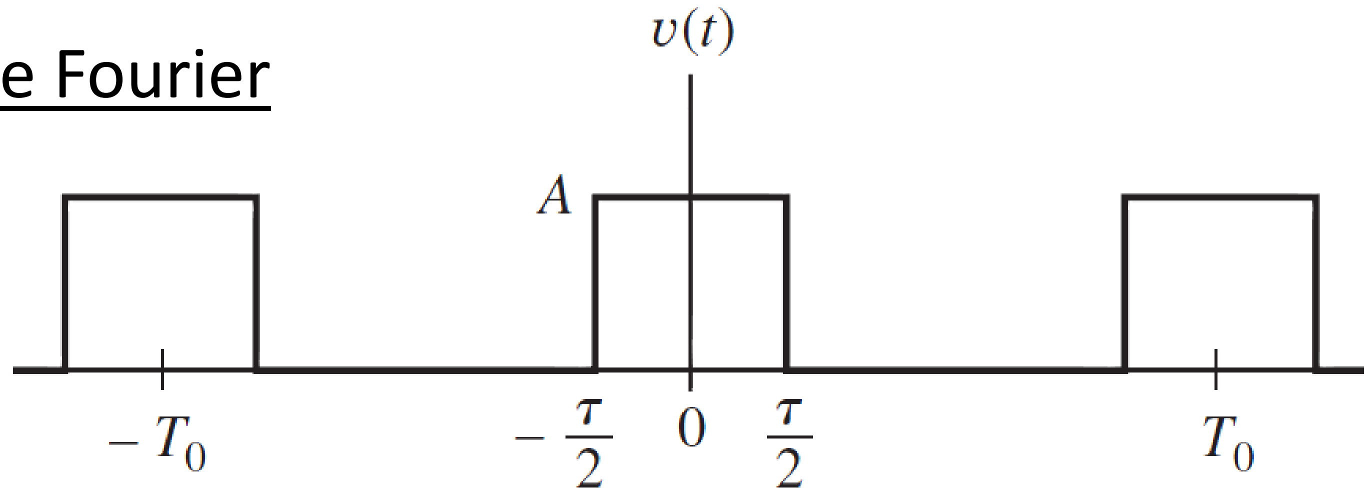
$$¿\, a_0 \quad vs \quad C_0 ?$$

$$¿\, a_n \quad vs \quad C_n ?$$

$$¿\, b_n \quad vs \quad C_n ?$$

Series de Fourier

Ejemplo



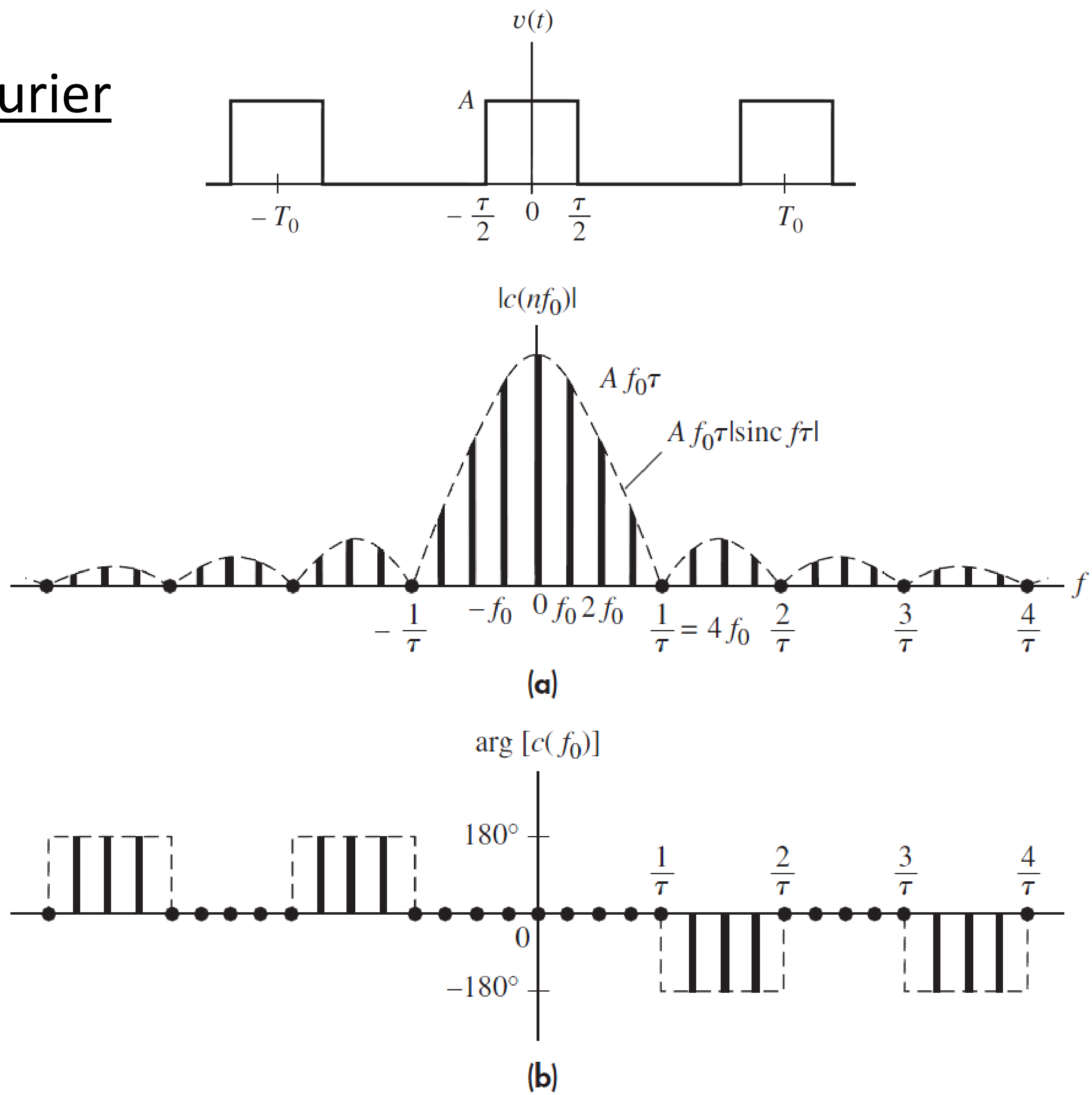
$$c_n = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)e^{-j2\pi n f_0 t}\,dt = \frac{1}{T_0}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} Ae^{-j2\pi n f_0 t}\,dt$$

$$= \frac{A}{-j2\pi n f_0 T_0}\left(e^{-j\pi n f_0 \tau} - e^{+j\pi n f_0 \tau}\right)$$

$$= \frac{A}{T_0}\frac{\sin \pi n f_0 \tau}{\pi n f_0}$$

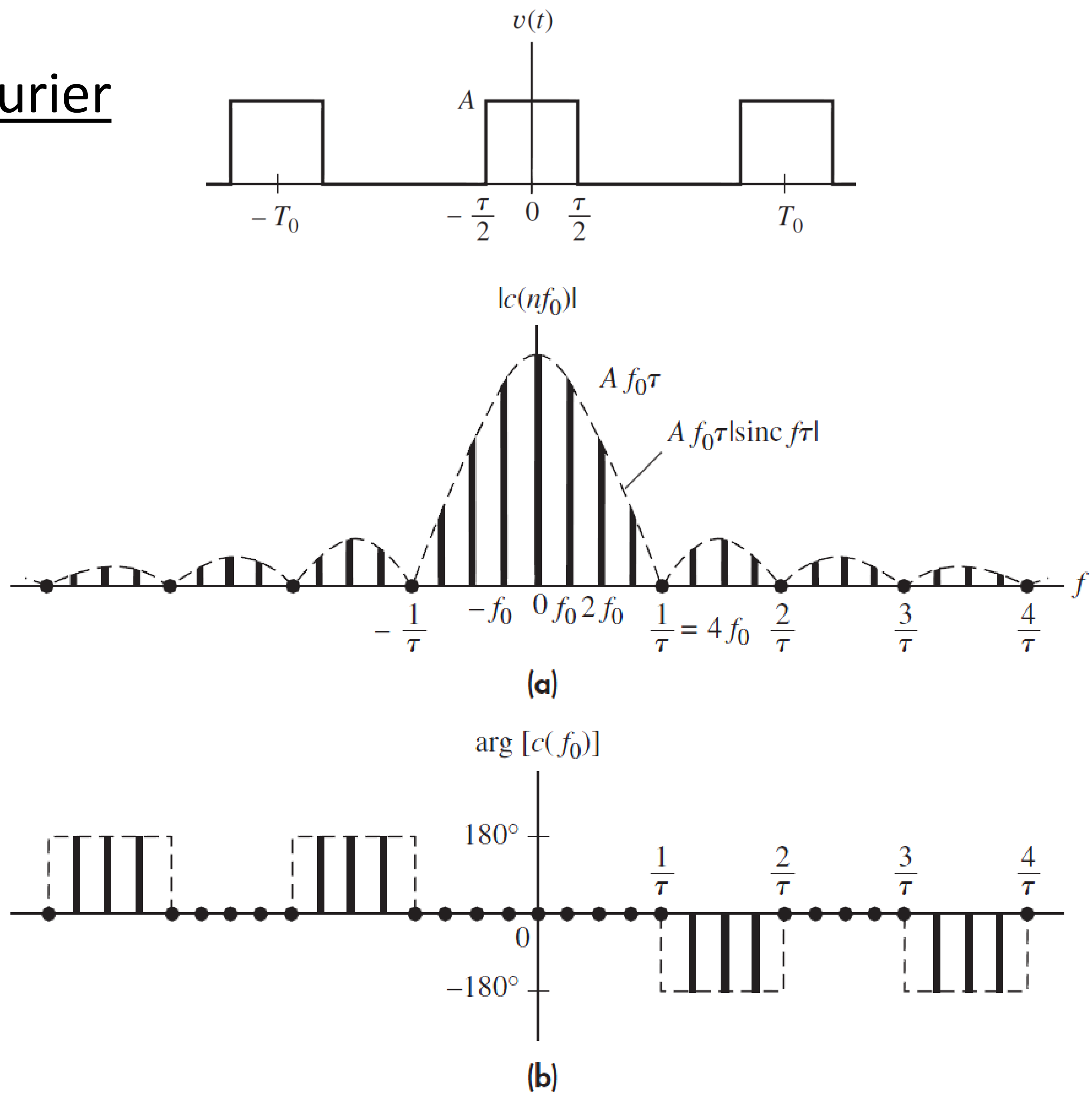
$$c_n = \frac{A\tau}{T_0}\operatorname{sinc} n f_0 \tau \pi$$

Series de Fourier



Spectrum of rectangular pulse train with $f_c\tau = 1/4$. (*a*) Amplitude; (*b*) phase.

Series de Fourier



Spectrum of rectangular pulse train with $f_c\tau = 1/4$. (*a*) Amplitude; (*b*) phase.

Teorema de Parseval

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} |v(t)|^2 \, dt = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) v^*(t) \, dt$$

$$v^*(t) = \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \, e^{\, j2\pi n f_0 t} \right]^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n^* \, e^{-j2\pi n f_0 t}$$

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n^* \, e^{-j2\pi n f_0 t} \right] dt$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) e^{-j2\pi n f_0 t} \, dt \right] c_n^*$$

$$\boxed{P = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n c_n^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2}$$