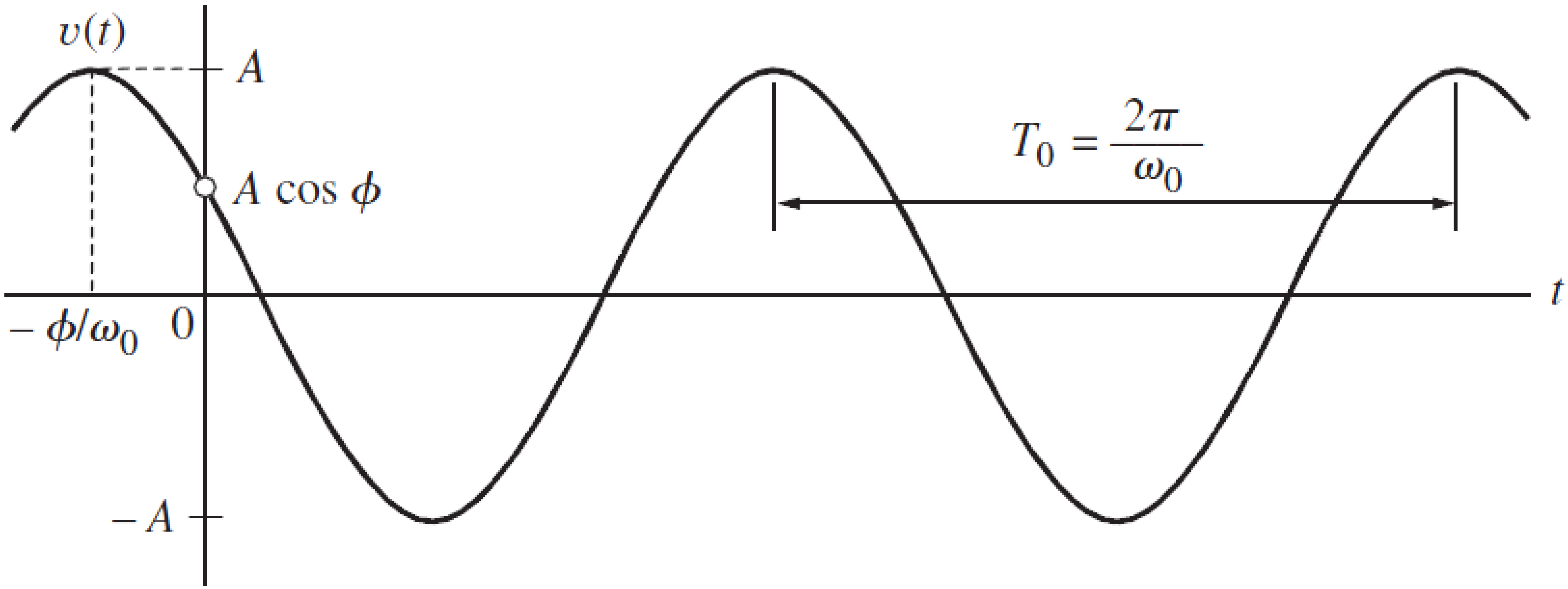
Unidad 2: SEÑALES ELÉCTRICAS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

Series de Fourier. Trigonométrica y exponencial

Transformada de Fourier. Teorema de Parseval. Espectros de densidad de potencia/energía. Teoremas relacionados con la Transformada de Fourier. Delta de Dirac, propiedades, aplicaciones. Espectro de señales periódicas. La transformada discreta de Fourier. Señales aleatorias en dominio de frecuencia. Espectro de densidad de potencia. Función de autocorrelación. Señales de banda angosta, características y modelado.

* Cap. 2 Carlson-Crilly

Señal senoidal/cosenoidal: se considera como una de las más útiles para representar fenómenos periódicos.



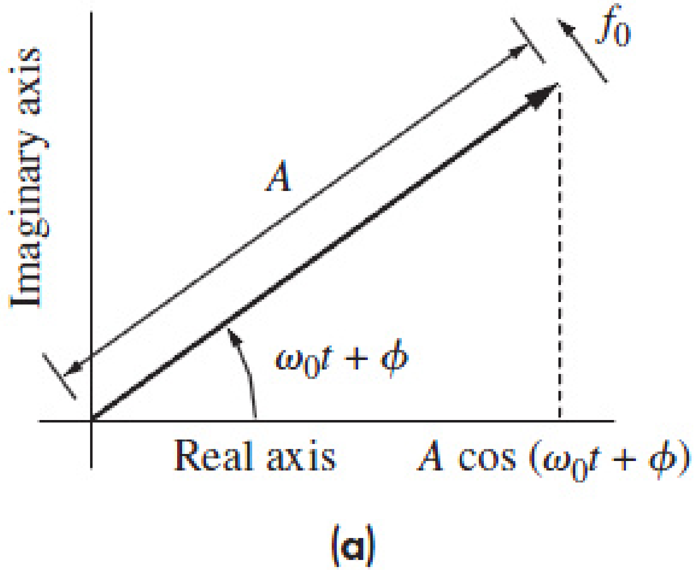
A sinusoidal waveform $v(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$.

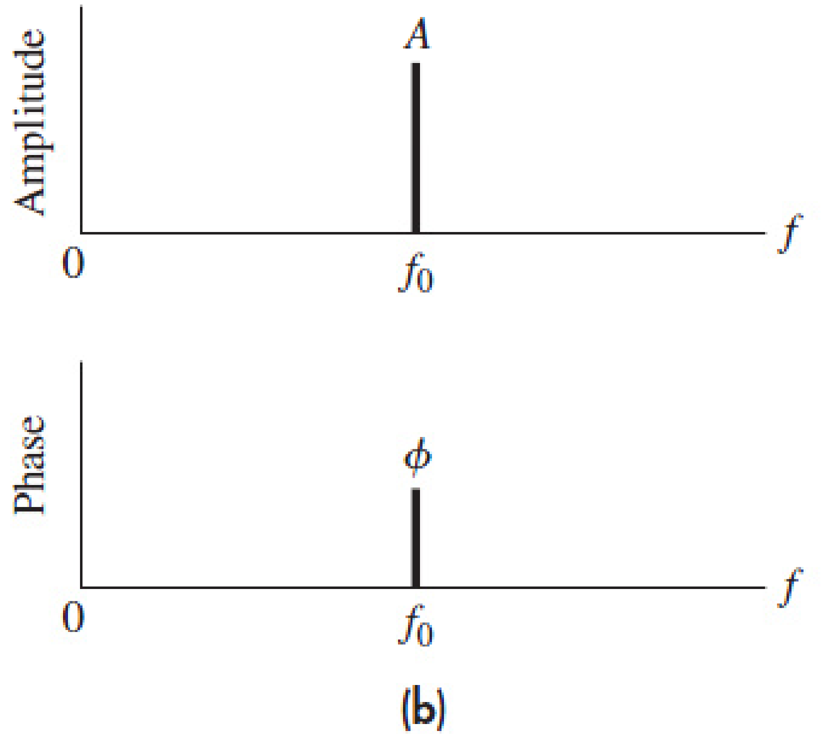
Se puede tomar de base para definir un "espectro de frecuencias" contenidos en una señal.

Hay más de una manera de expresar la señal base, y a partir de eso surgen distintas representaciones espectrales.

Considerando a la cosenoidal como la proyección de una exponencial compleja, surgen la representación fasorial y el ESPECTRO (de lineas) UNILATERAL

$$
\begin{aligned}
A\cos(\omega_0 t + \phi) &= A\,\mathrm{Re}\left[e^{j(\omega_0 t+\phi)}\right] \\
&= \mathrm{Re}\left[A e^{j\phi} e^{j\omega_0 t}\right]
\end{aligned}
$$

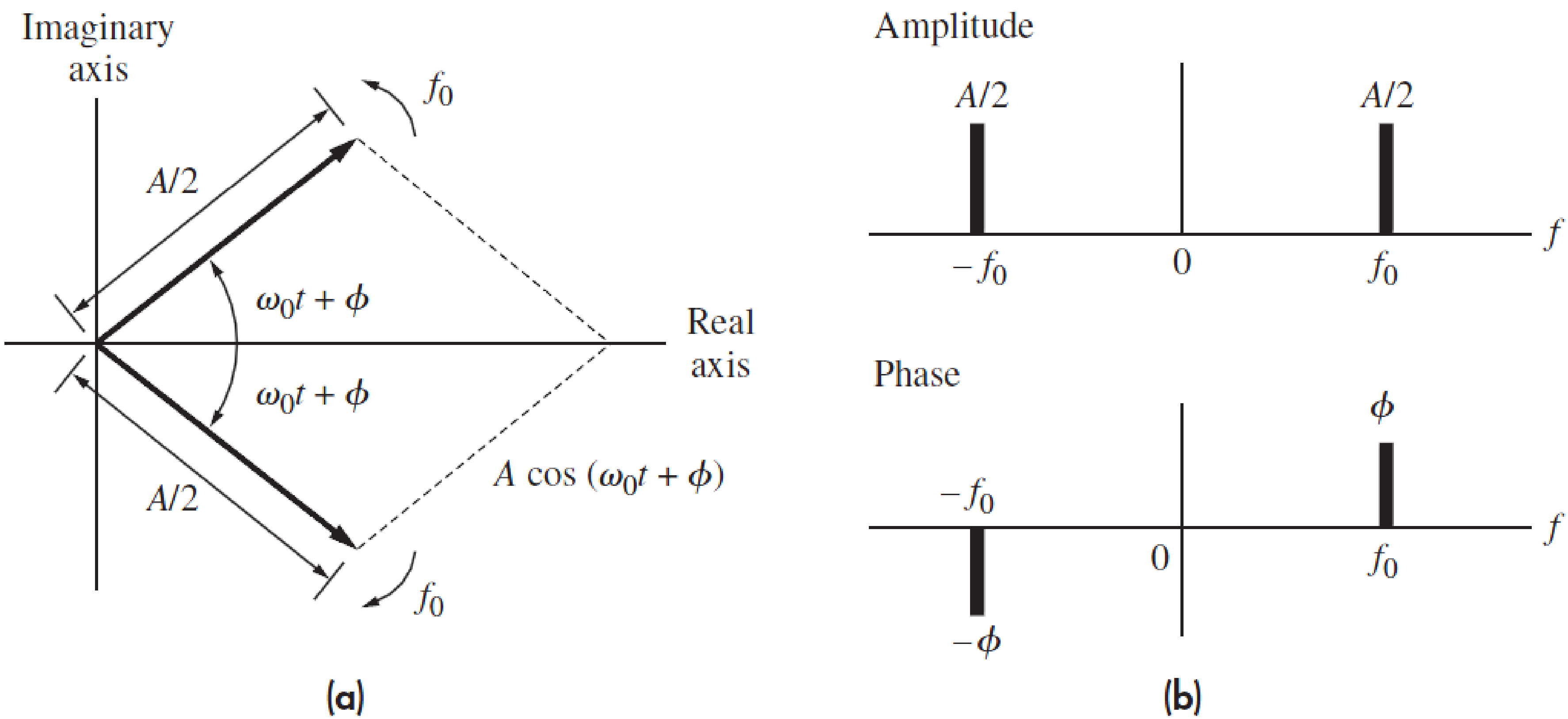




Representations of $A\cos(\omega_0 t + \phi)$: (*a*) phasor diagram; (*b*) line spectrum.

Si la señal cosenoidal se considera como la suma de 2 exponenciales complejas con frecuencias y fases apropiadas, se llega a una representación en forma de ESPECTRO BILATERAL

$$A\cos(\omega_0 t + \phi) = \frac{A}{2}e^{j\phi}e^{j\omega_0 t} + \frac{A}{2}e^{-j\phi}e^{-j\omega_0 t}$$



(*a*) Conjugate phasors; (*b*) two-sided spectrum.

Serie de Fourier Exponencial

Se toma como base para componer
las señales un conjunto infinito
de exponenciales complejas

$$B_n = e^{j.2.\pi.n.f_0.t}$$

Los elementos de la base son
ortogonales entre sí

$$< B_n . \overline{B_m} >= 0$$

$$\boxed{\begin{gathered} v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{\,j2\pi n f_0 t} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \\ c_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt \end{gathered}}$$

Los coeficientes C_n se calculan
de manera de reducir los
errores en la aproximación.

$$C_n = \frac{< v_{(t)} . \overline{B_n} . >}{\|B_n\|^2}$$

Serie de Fourier Exponencial

Se toma como base para componer las señales un conjunto infinito de exponenciales complejas

$$B_n = e^{j.2.\pi.n.f_0.t}$$

Los elementos de la base son ortogonales entre sí

$$< B_n . \overline{B_m} >= 0$$

$$\boxed{\begin{aligned} v(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{\,j2\pi n f_0 t} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \\ c_n &= \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt \end{aligned}}$$

Para señales V(t) **reales**, los coeficientes C_n resultan en pares complejos conjugados

$$C_{-n} = C_n^{*}$$

Serie de Fourier, Trigonométrica

$$\boxed{\begin{gathered} v(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} |2c_n| \cos(2\pi n f_0 t + \arg c_n) \\[2em] v(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos 2\pi n f_0 t + b_n \sin 2\pi f_0 t] \end{gathered}}$$

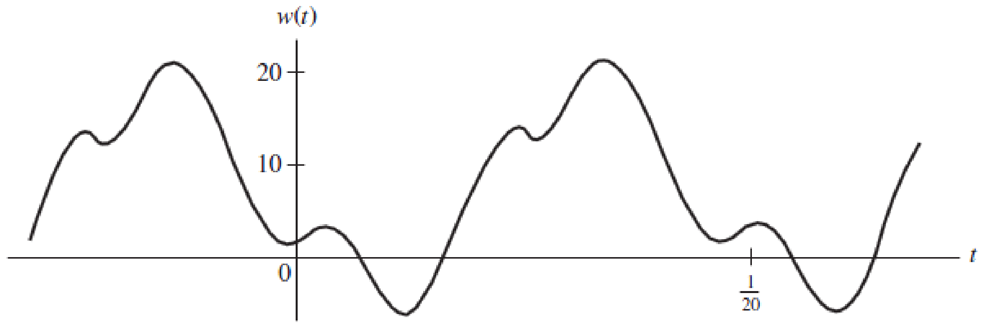
$$C_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t).dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T v(t).\cos(f_0.n.t).dt$$

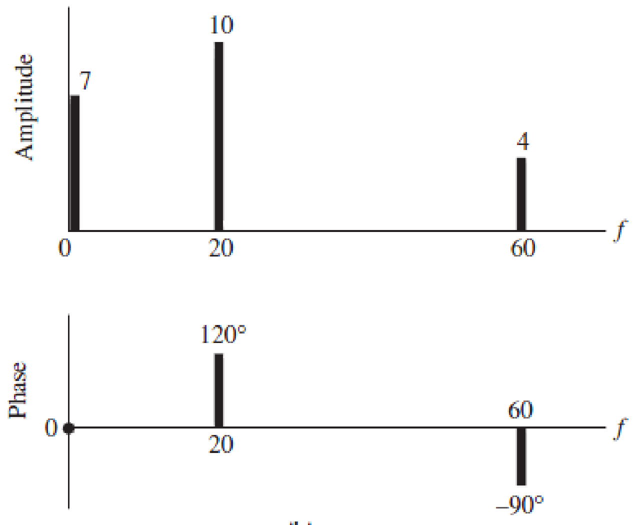
$$b_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T v(t).sen(f_0.n.t).dt$$

Series de Fourier

$$w(t) = 7 - 10\cos(40\pi t - 60^\circ) + 4\sin 120\pi t$$

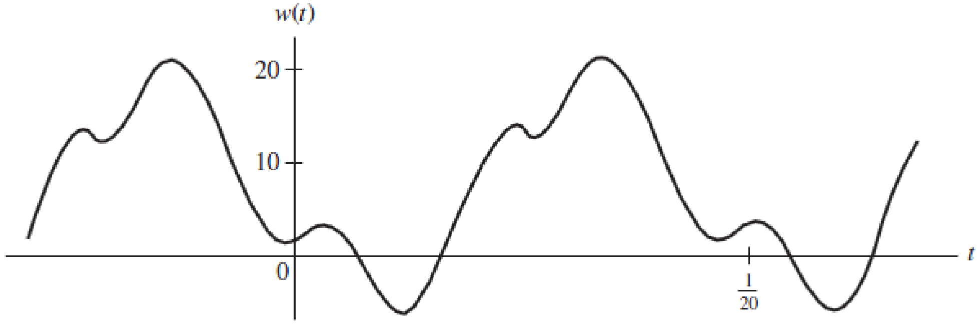


(a)

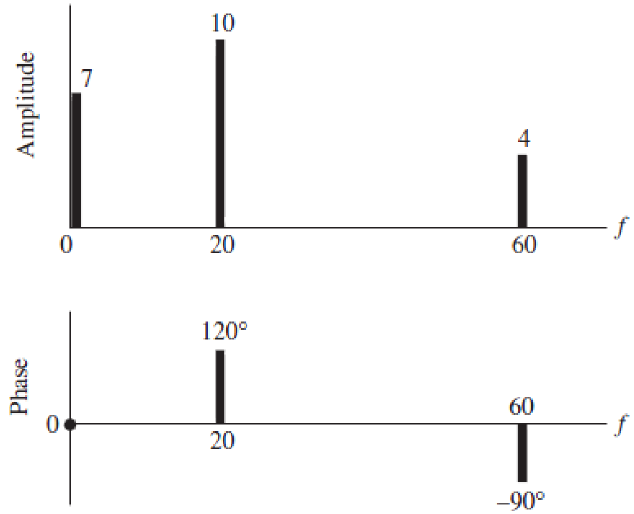


(b)

Series de Fourier



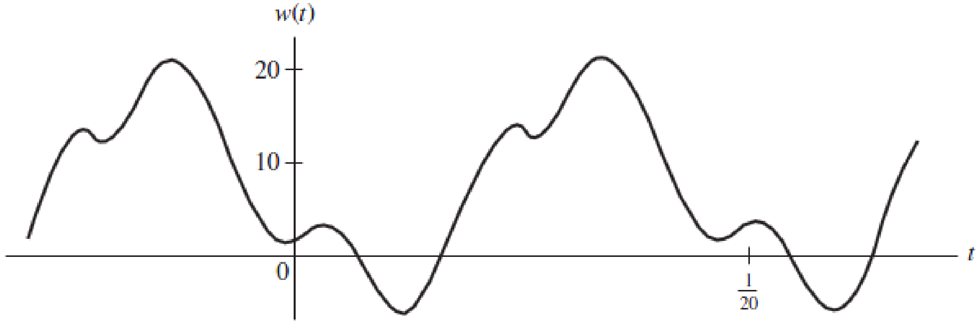
(a)



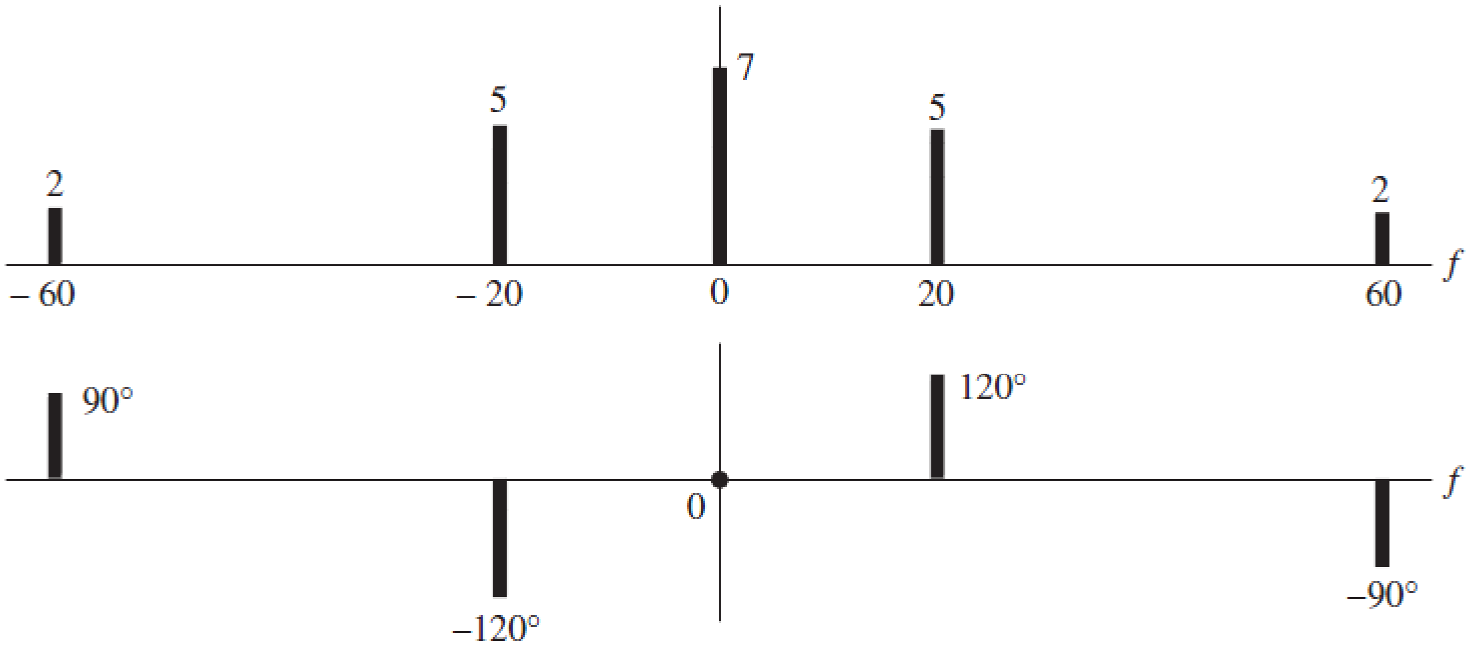
(b)

$$c(0) = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t)\, dt = \langle v(t) \rangle$$

Series de Fourier



(a)



Ítems importantes

1. El espectro de frecuencias es una representación alternativa de la señal temporal, que identifica a esta de manera unívoca.

2. El módulo de una señal temporal entre (t=0 y T) es equivalente al valor eficaz.

3. Para señales reales los espectros unilaterales tienen la misma información que los bilaterales. ¿Qué ocurre si la señal analizada es compleja?

4. Cuando se hace el producto interno de dos señales temporales siempre se hace en un intervalo de tiempo bien determinado. Puede ocurrir que 2 señales sean ortogonales en un segmento de tiempo, y no lo sean en otro segmento de tiempo distinto.

5. Además de la comodidad en la operatoria matemática, el uso de funciones periódicas para formar una base resulta ventajoso por el hecho que muchos fenómenos naturales muestran comportamientos periódicos u oscilatorios. Entonces los espectros de frecuencia muestran relativa simpleza.