

SEÑALES ELÉCTRICAS

Unidad 1: Señales eléctricas en dominio de tiempo

Clasificación de señales eléctricas en dominio de tiempo. Transitorias, Permanentes, Determinísticas, Aleatorias. Valor instantáneo, y promedios temporales: valor eficaz, potencia, energía. Señales aleatorias, promedios estadísticos. Funciones probabilidad acumulativa y Funciones de densidad de probabilidad.

Señales consideradas como vectores¹

(**Unidad 2: SEÑALES ELÉCTRICAS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA:**
Transformada de Fourier. Teorema de Parseval ...)

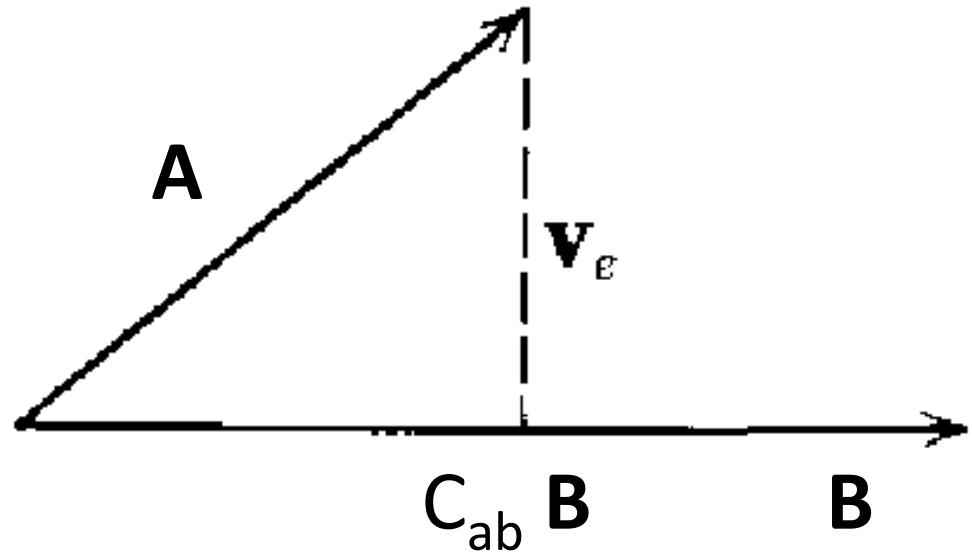
[1] Cap. 2.4 "Modern digital and analog communication systems", Lathi -Ding.

Señales consideradas como vectores

Componente de un vector en la dirección de otro

Módulo de la componente de A
en la dirección B:

$$A_b = A \cdot \cos(\theta) = C_{ab} \cdot B$$

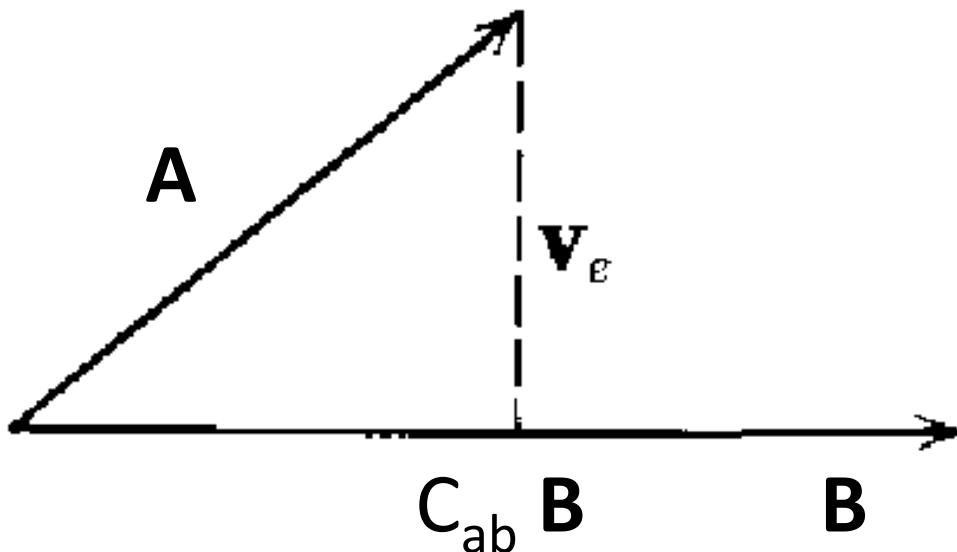


El Producto escalar, estaba definido por : $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$

$$A_b = A \cdot \cos (\theta) = \frac{A \cdot B}{B}$$

Señales consideradas como vectores

Componente de un vector en la dirección de otro



$$A_b = A \cdot \cos(\theta) = C_{ab} \cdot B$$

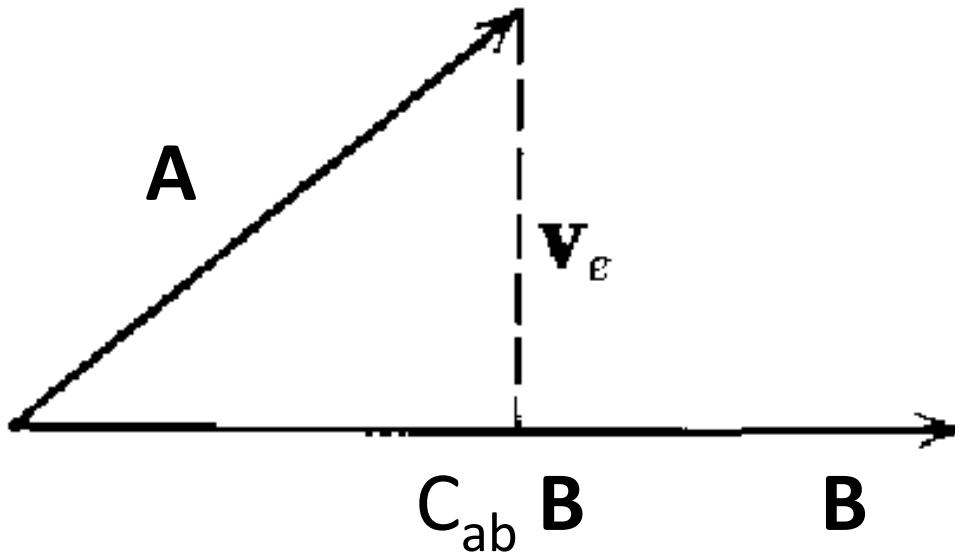
$$A_b = A \cdot \cos(\theta) = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{B}$$

$$A_b = A \cdot \cos(\theta) = C_{ab} \cdot B = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{B}$$

$$C_{ab} = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{B^2}$$

Señales consideradas como vectores

Componente de un vector en la dirección de otro

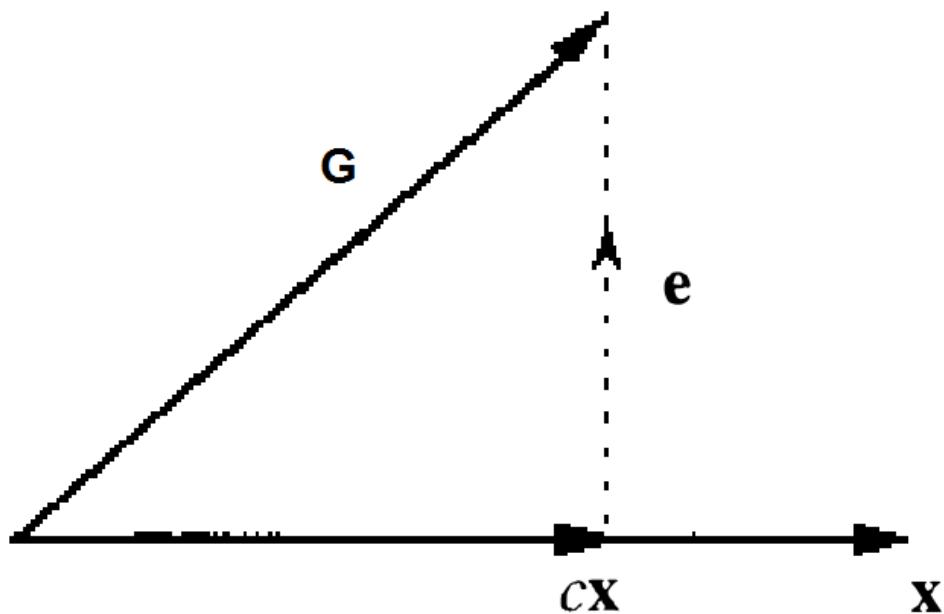


$$C_{ab} = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{B^2}$$

Es decir que el tamaño de la componente del vector **A** en la dirección de **B** se calcula como el producto escalar de **A** y **B** dividido en el módulo cuadrado del vector de referencia (**B**).

Señales consideradas como vectores

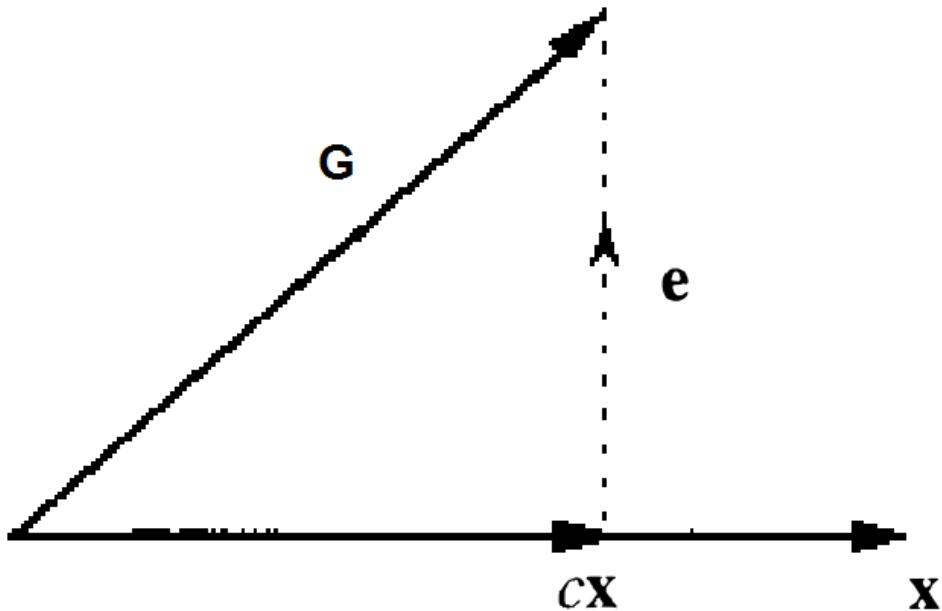
Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional



Si estamos tratando con señales en muestreadas el tiempo $x(t)$ y $g(t)$, por ejemplo habiendo tomado N valores instantáneos, podemos imaginarnos construyendo los vectores G y X en un espacio N-dimensional. Estaremos representando a las señales $X(t)$ y $G(t)$ como vectores, cumpliendo los valores instantáneos muestreados las veces de componentes de los vectores.

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional



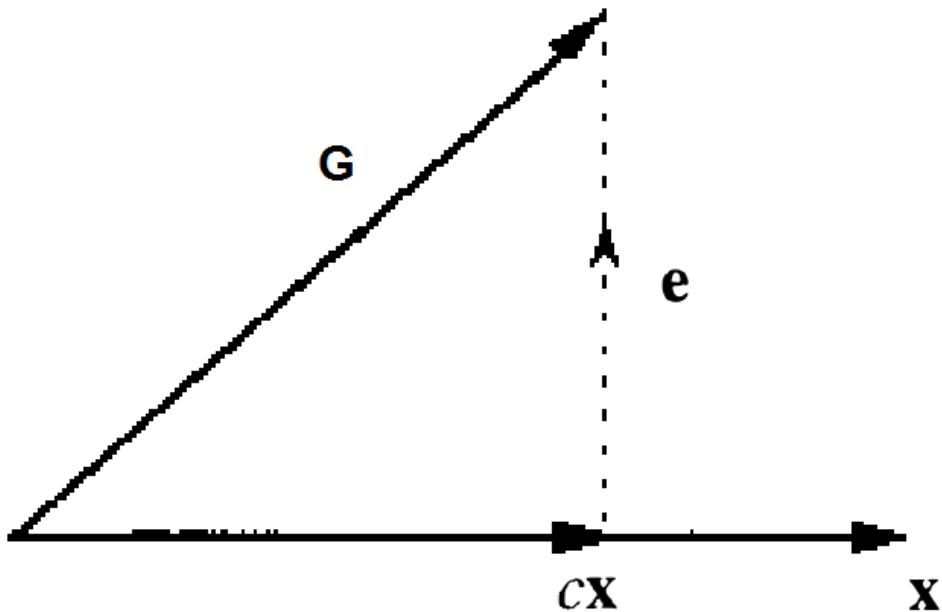
El vector G puede considerarse como constituido por 2 componentes:
una componente paralela al vector X... más un vector E, de "error"

$$\mathbf{G} = c \cdot \mathbf{X} + \mathbf{E}$$

Podríamos proponer desde un primer momento que el coeficiente "C" se calcule directamente como en el caso de los vectores pero, razonando de otra manera y desde otro punto de vista, podemos llegar a la misma conclusión...

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional



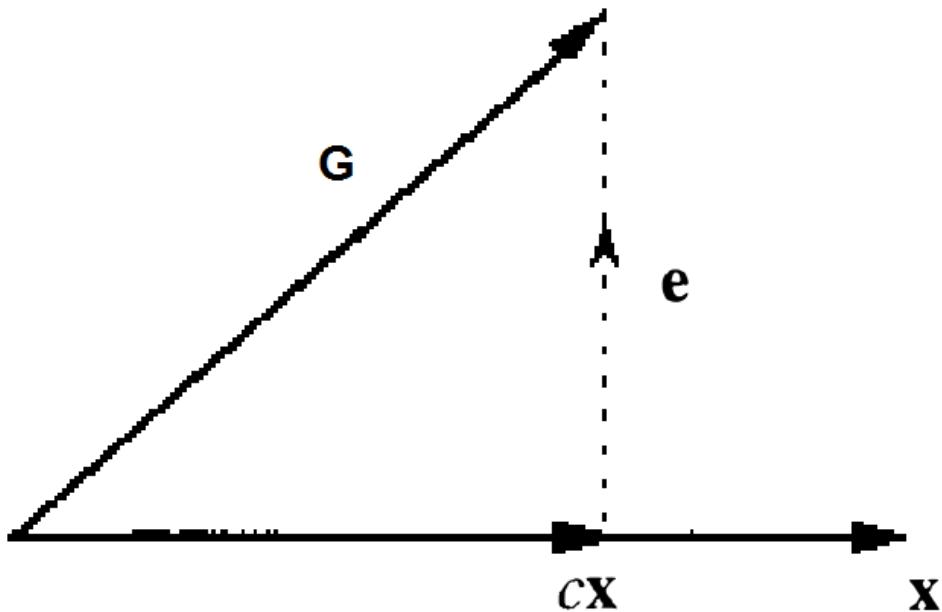
Podemos preguntarnos, Cuál es la mejor elección de C de manera que el vector de error resulte del menor tamaño posible. Entonces...

$$\mathbf{G} = c \cdot \mathbf{X} + \mathbf{E} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{E} = \mathbf{G} - c \cdot \mathbf{X}$$

... Se quiere minimizar el módulo del error: $|\mathbf{E}| = |\mathbf{G} - c \cdot \mathbf{X}|$

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional



$$|E| = |\mathbf{G} - c \cdot \mathbf{x}| \longrightarrow |E|^2 = |\mathbf{G} - c \cdot \mathbf{x}|^2$$

Como el error resulta ser una función continua de C...

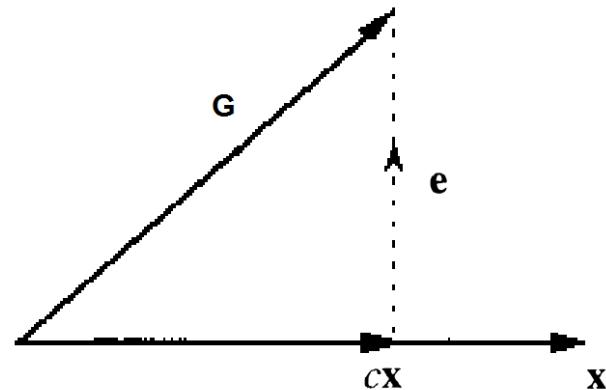
$$\min (|E|^2) \longrightarrow \frac{d}{dc} |E|^2 = 0$$

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional

Como...

$$|E|^2 = \sum_{i=1}^N |E_i - c \cdot X_i|^2$$



$$\frac{d}{dc} |E|^2 = \frac{d}{dc} \left(\sum_{i=1}^N |E_i - c \cdot X_i|^2 \right)$$

$$\frac{d}{dc} |E|^2 = \frac{d}{dc} \sum_{i=1}^N E_i^2 - 2c \cdot E_i \cdot X_i - c^2 \cdot X_i^2$$

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional

$$\frac{d}{dc} |E|^2 = \frac{d}{dc} \sum_{i=1}^N E_i^2 - 2c \cdot E_i \cdot X_i - c^2 \cdot X_i^2$$

$$\frac{d}{dc} \sum_{i=1}^N E_i^2 - 2c \cdot E_i \cdot X_i - c^2 \cdot X_i^2 = \sum_{i=1}^N -2 \cdot E_i \cdot X_i - 2 \cdot c \cdot X_i^2$$

$$\frac{d}{dc} |E|^2 = \mathbf{0} \longrightarrow \sum_{i=1}^N -2 \cdot E_i \cdot X_i - 2 \cdot c \cdot X_i^2 = \mathbf{0}$$

Producto escalar
<E.X>

$$\longrightarrow c \cdot \sum_{i=1}^N X_i^2 = \sum_{i=1}^N E_i \cdot X_i \longrightarrow c = \frac{\sum_{i=1}^N E_i \cdot X_i}{\sum_{i=1}^N X_i^2}$$

Módulo cuadrado
de X