

SEÑALES ELÉCTRICAS

Unidad 1: Señales eléctricas en dominio de tiempo

Clasificación de señales eléctricas en dominio de tiempo. Transitorias, Permanentes, Determinísticas, Aleatorias. Valor instantáneo, y promedios temporales: valor eficaz, potencia, energía. Señales aleatorias, promedios estadísticos. Funciones probabilidad acumulativa y Funciones de densidad de probabilidad.

Señales consideradas como vectores ¹

(Unidad 2: SEÑALES ELÉCTRICAS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA:
Transformada de Fourier. Teorema de Parseval ...)

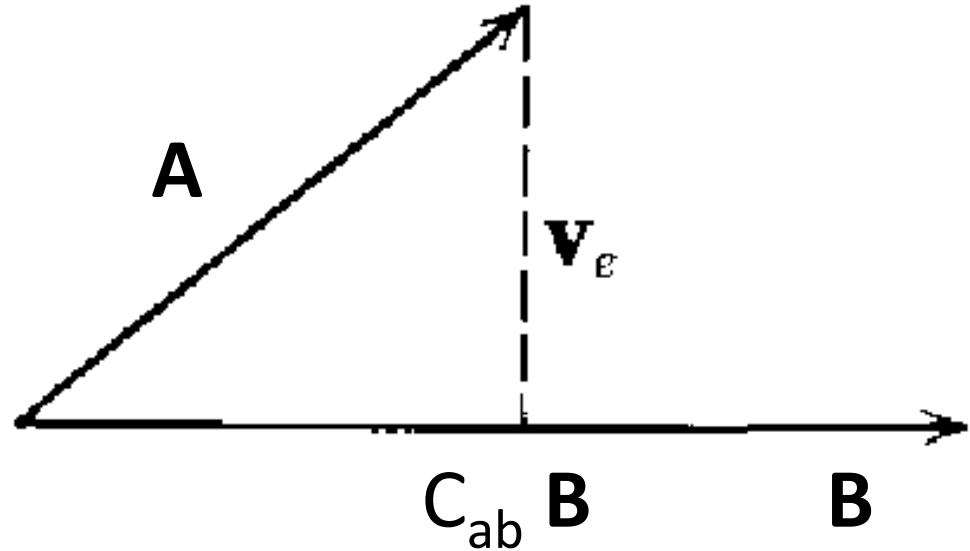
[1] Cap. 2.4 "Modern digital and analog communication systems", Lathi -Ding.

Señales consideradas como vectores

Componente de un vector en la dirección de otro

Módulo de la componente de A
en la dirección B:

$$A_b = A \cdot \cos(\theta) = C_{ab} \cdot B$$

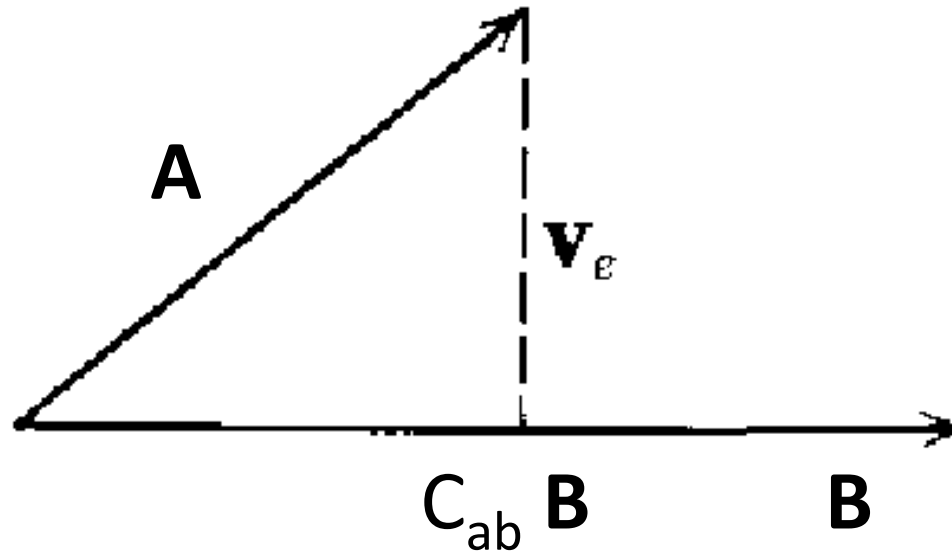


El Producto escalar, estaba definido por : $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$

$$A_b = A \cdot \cos(\theta) = \frac{A \cdot B}{B}$$

Señales consideradas como vectores

Componente de un vector en la dirección de otro



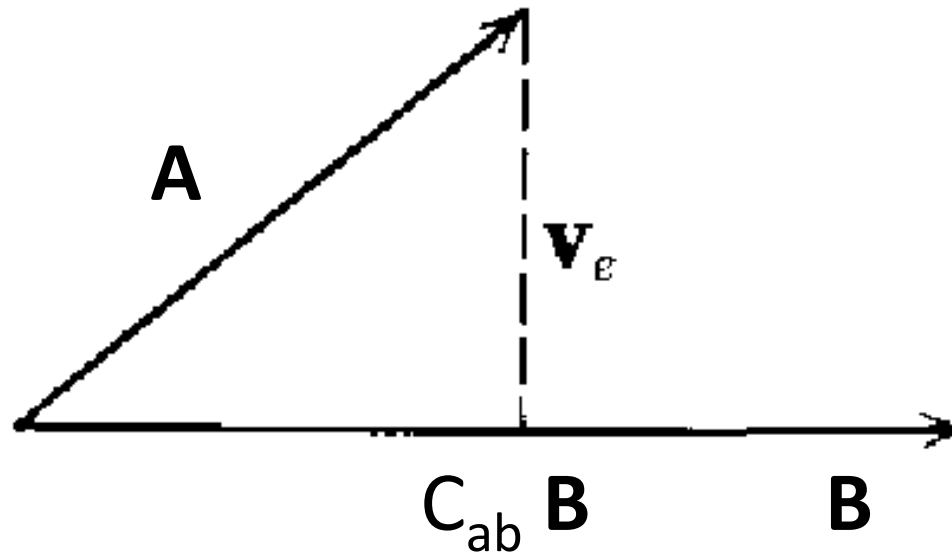
$$A_b = A \cdot \cos(\theta) = C_{ab} \cdot B$$

$$A_b = A \cdot \cos(\theta) = \frac{A \cdot B}{B}$$

$$A_b = A \cdot \cos(\theta) = C_{ab} \cdot B = \frac{A \cdot B}{B} \longrightarrow C_{ab} = \frac{A \cdot B}{B^2}$$

Señales consideradas como vectores

Componente de un vector en la dirección de otro

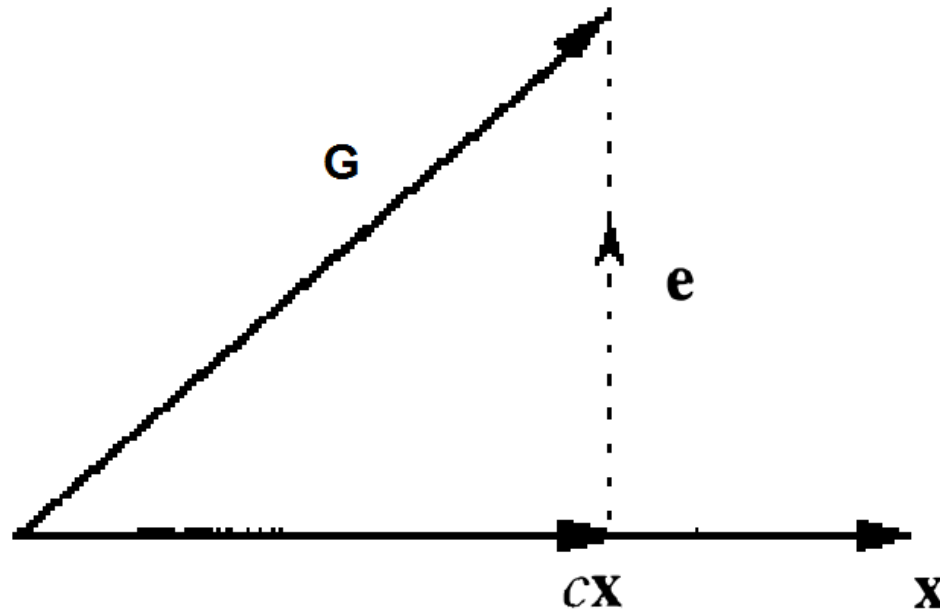


$$C_{ab} = \frac{A \cdot B}{B^2}$$

Es decir que el tamaño de la componente del vector A en la dirección de B se calcula como el producto escalar de A y B dividido en el módulo cuadrado del vector de referencia (B).

Señales consideradas como vectores

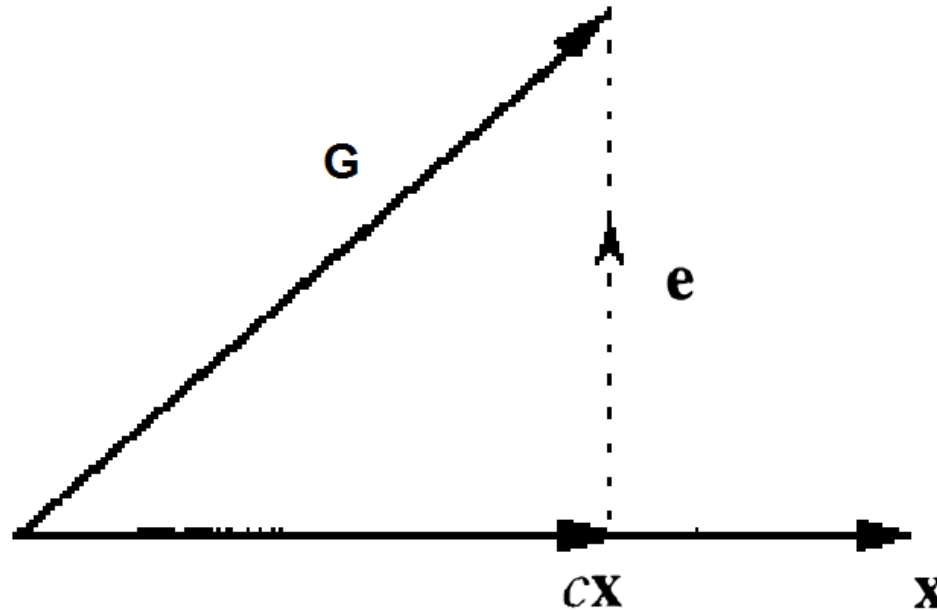
Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional



Si estamos tratando con señales en muestreadas el tiempo $x(t)$ y $g(t)$, por ejemplo habiendo tomado N valores instantáneos, podemos imaginarnos construyendo los vectores G y X en un espacio N -dimensional. Estaremos representando a las señales $X(t)$ y $G(t)$ como vectores, cumpliendo los valores instantáneos muestreados las veces de componentes de los vectores.

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional



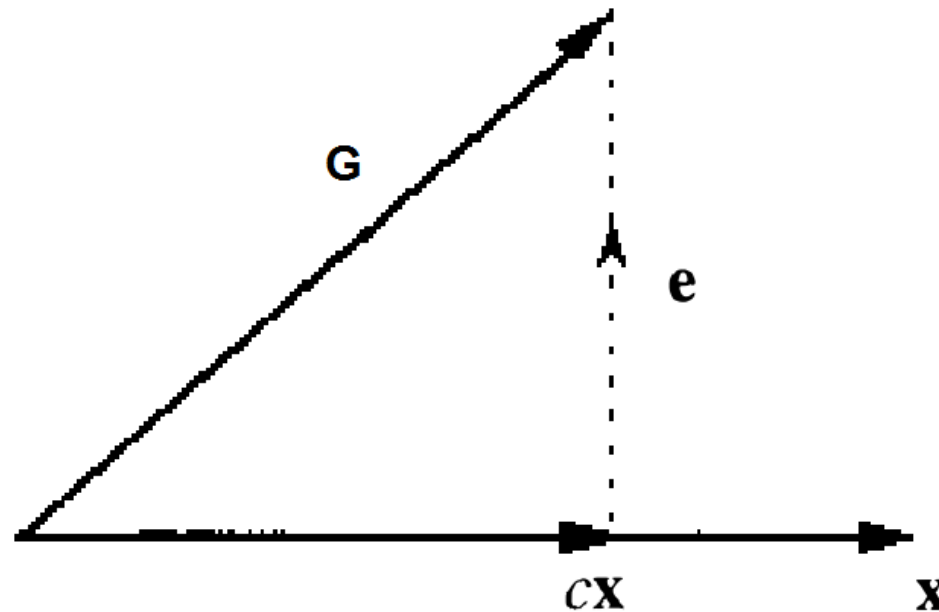
El vector G puede considerarse como constituido por 2 componentes:
una componente paralela al vector X... más un vector E, de "error"

$$\mathbf{G} = c \cdot \mathbf{X} + \mathbf{E}$$

Podríamos proponer desde un primer momento que el coeficiente "C" se calcule directamente como en el caso de los vectores pero, razonando de otra manera y desde otro punto de vista, podemos llegar a la misma conclusión...

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional



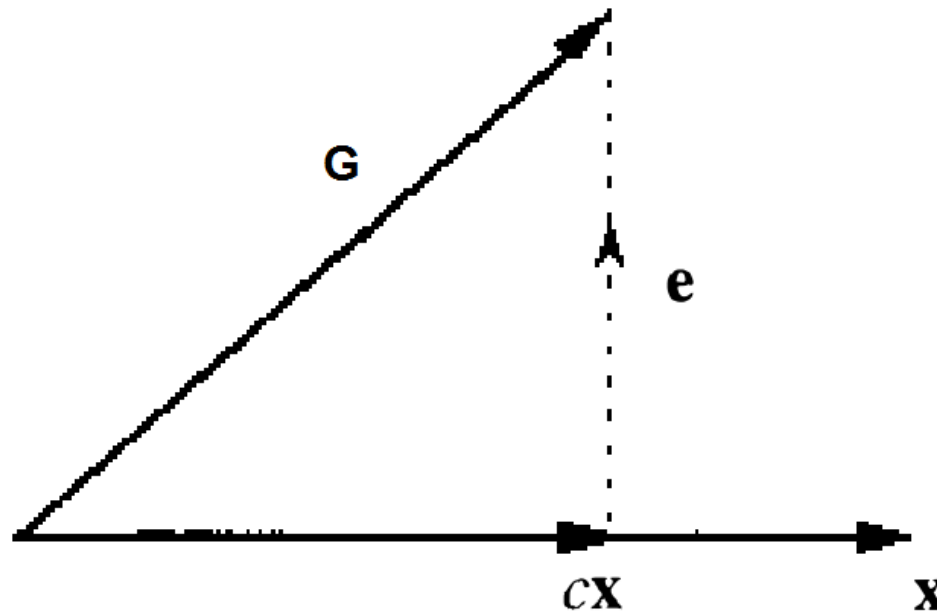
Podemos preguntarnos, Cuál es la mejor elección de C de manera que el vector de error resulte del menor tamaño posible. Entonces...

$$\mathbf{G} = c \cdot \mathbf{X} + \mathbf{E} \longrightarrow \mathbf{E} = \mathbf{G} - c \cdot \mathbf{X}$$

... Se quiere minimizar el módulo del error: $|\mathbf{E}| = |\mathbf{G} - c \cdot \mathbf{X}|$

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional



$$|E| = |G - c.X| \longrightarrow |E|^2 = |G - c.X|^2$$

Como el error resulta ser una función continua de C ...

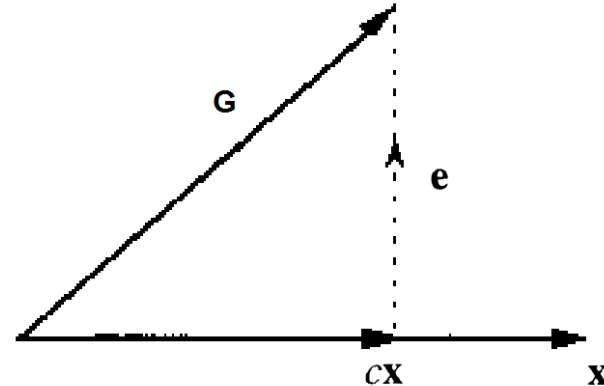
$$\min (|E|^2) \longrightarrow \frac{d}{dc} |E|^2 = 0$$

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional

Como...

$$|E|^2 = \sum_{i=1}^N |E_i - c \cdot X_i|^2$$



$$\frac{d}{dc} |E|^2 = \frac{d}{dc} \left(\sum_{i=1}^N |E_i - c \cdot X_i|^2 \right)$$

$$\frac{d}{dc} |E|^2 = \frac{d}{dc} \sum_{i=1}^N E_i^2 - 2c \cdot E_i \cdot X_i - c^2 \cdot X_i^2$$

Señales consideradas como vectores

Considerando una señal como si fuese un vector N dimensional

$$\frac{d}{dc} |E|^2 = \frac{d}{dc} \sum_{i=1}^N E_i^2 - 2c \cdot E_i \cdot X_i - c^2 \cdot X_i^2$$

$$\frac{d}{dc} \sum_{i=1}^N E_i^2 - 2c \cdot E_i \cdot X_i - c^2 \cdot X_i^2 = \sum_{i=1}^N -2 \cdot E_i \cdot X_i - 2 \cdot c \cdot X_i^2$$

$$\frac{d}{dc} |E|^2 = 0 \longrightarrow \sum_{i=1}^N -2 \cdot E_i \cdot X_i - 2 \cdot c \cdot X_i^2 = 0$$

$$\longrightarrow c \cdot \sum_{i=1}^N X_i^2 = \sum_{i=1}^N E_i \cdot X_i \longrightarrow c = \frac{\sum_{i=1}^N E_i \cdot X_i}{\sum_{i=1}^N X_i^2}$$

Producto escalar
<E.X>

Módulo cuadrado
de X