



Universidad Nacional de Tucumán



2024: 30° ANIVERSARIO DEL RECONOCIMIENTO
CONSTITUCIONAL DEL PRINCIPIO DE AUTONOMÍA UNIVERSITARIA

Unidad 4: Mensajes y Señales Digitales

Señales Eléctricas (EAL) - 2024



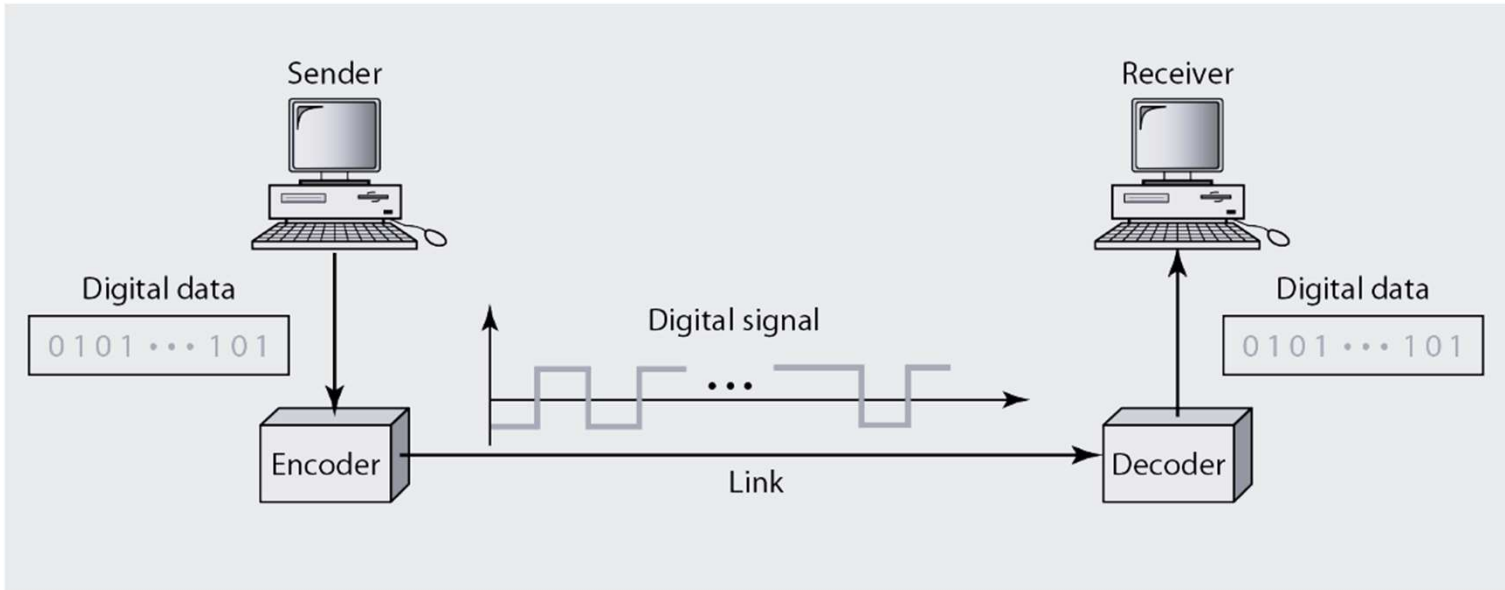
Temas que vamos a abordar:

- **Formatos de Transmisión**
- **Recuperación del Mensaje**
- **Codificación de Niveles Múltiples**
- **Distorsión Intersimbólica**
- **Ancho de Banda ocupado por la Señal Digital**
- **Señales Digitales y Ruido – Probabilidad de Error**
- **Transmisión de Señales Analógicas en forma Digital**
- **Muestreo**
- **Sistemas PCM**
- **Error de Cuantificación**



Formatos de Transmisión

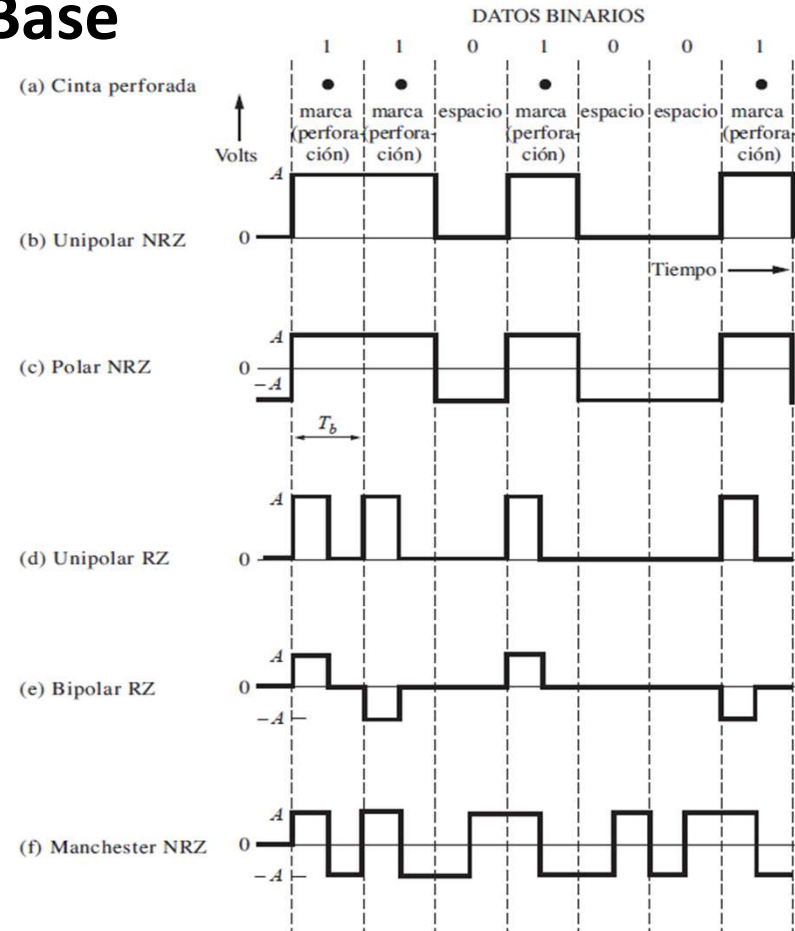
- **Señales Digitales en Banda Base**
- **Señalización**
- **Códigos de Línea**



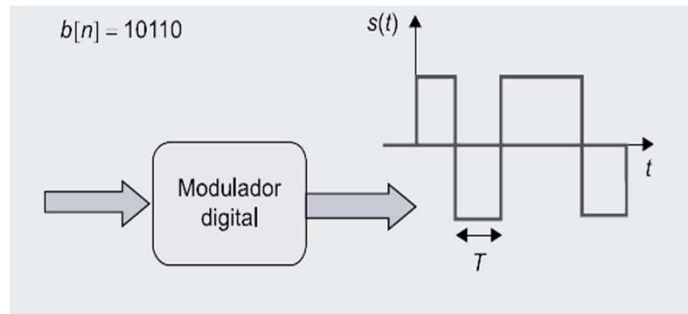


Modulación Digital en Banda Base

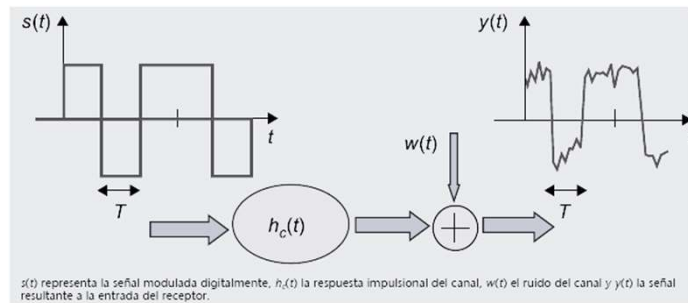
- Aspectos Esenciales
- Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base



Modulación Digital en Banda Base



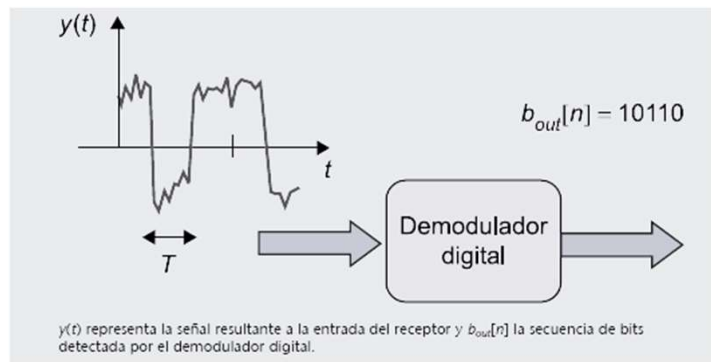
- Modulador digital se identifica como un bloque que realiza una transformación de señales.
- La señal de entrada es discreta, de valores binarios, podemos denominarle $b[n]$.
- Su velocidad se mide mediante la velocidad de bit, que viene dada en bit por segundos.
- La señal de salida $s(t)$ es una forma de onda continua en el tiempo y transporta de algún modo la información binaria de la secuencia de bits.



La señal de entrada en el receptor estará dada por

$$y(t) = h_c(t) * s(t) + w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)h(t - \tau)d\tau + w(t)$$

Modulación Digital en Banda Base



- Demodulador digital, sumado al modulador y al canal de transmisión, es el tercer elemento clave en la cadena de un sistema de transmisión.
- Hace las operaciones inversas al modulador digital, detectando los bits recibidos con un mínimo de errores respecto a los bits transmitidos.

Los sistemas de banda base solo pueden usarse para distancias cortas en las que existe poca degeneración de la señal de banda base



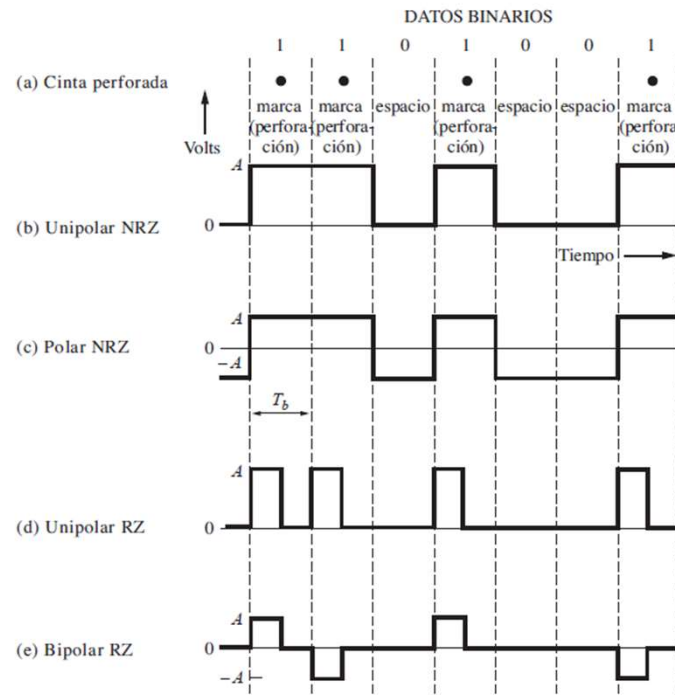
Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base

- Los sistemas de comunicaciones en los que se transmiten directamente modulaciones digitales en banda base suelen denominarse *codificadores de línea*.
- Los codificadores de línea transmiten la señal modulada digitalmente a baja frecuencia, sin realizar un traslado en frecuencia a una banda específica del espectro.
- La sincronización entre el transmisor y el receptor es fundamental para determinar el inicio y el final de cada bit así como la duración de estos. Si la señal que se recibe es constante, el receptor no dispone de suficiente información para recuperar con precisión la cadencia de transmisión de la información en el extremo receptor.



Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base

Modulación NRZ (Non-Return Zero) y Modulación RZ (Return Zero)

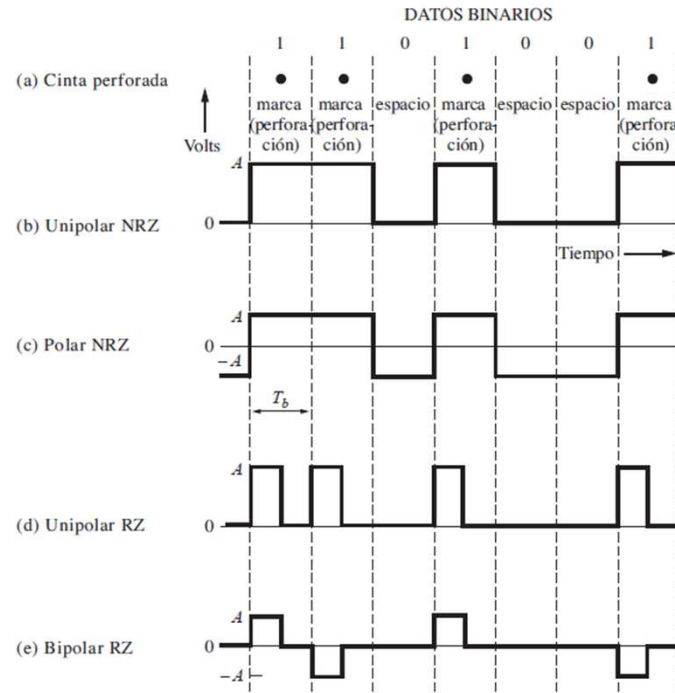


- La modulación NRZ consiste simplemente en asignar un nivel de tensión positivo cuando el bit que desea transmitirse es un 1 y un nivel de tensión negativo cuando deseamos transmitir un 0. La señal permanece estable durante todo el tiempo de transmisión del bit.
- La modulación RZ consiste también en utilizar una tensión positiva para indicar la presencia de un 1 y una tensión negativa para la presencia de un cero. Sin embargo, una vez se ha transmitido la información la señal retorna al valor de tensión cero antes de que se produzca el siguiente bit.



Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base

Modulación NRZ (Non-Return Zero) y Modulación RZ (Return Zero)

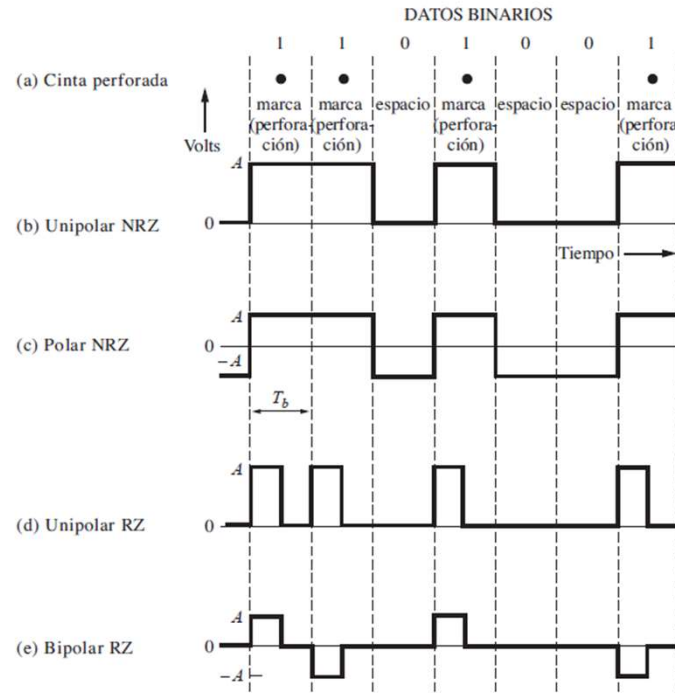


- La modulación NRZ puede tener una componente de continua significativa, principalmente cuando tenemos presencia de unos o ceros de forma consecutiva en la secuencia binaria.
- La modulación RZ nos proporciona una garantía de que la señal siempre tiene cambios constantes, independientemente de los valores de los bits de la secuencia binaria. *Esto constituye una ventaja para garantizar una correcta detección de los sincronismos.*
- *El ancho de banda de RZ es más grande que el de NRZ, tal como lo indica la mayor actividad en los cambios de tensión.*



Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base

Modulación NRZ (Non-Return Zero) y Modulación RZ (Return Zero)

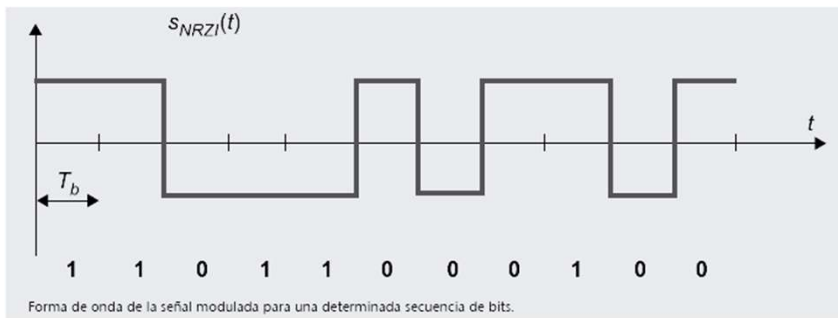


- El formato de la señal NRZ se utiliza en el estándar RS-232, que es un protocolo que determina como intercambiar datos binarios en serie entre diferentes dispositivos.
- Los NRZ y RZ, también existen en su formato unipolar, cuando se transmite el bit 1, se presenta una polaridad positiva y, cuando se transmite el bit 0, se presenta polaridad nula y la señal tiene 0 [V].



Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base

Modulación NRZI (Non-Return Zero Inversion)

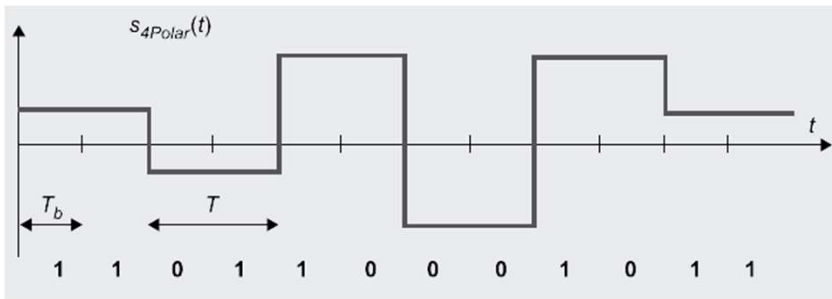


- Para el formato NRZI, la amplitud del pulso dedicado a la transmisión de cada bit coincide con la amplitud del pulso que se ha transmitido anteriormente si el bit actual es 1, y cambia de polaridad respecto del pulso anterior cuando el bit actual es un cero.
 - Este tipo de modulación es el utilizado en los puertos con estándar USB.
 - En este tipo de señalización, a partir de las transiciones provocadas por los 0, se facilita la obtención del sincronismo de la señal.
 - Cual problema creen podría presentarse?
 - Bit Stuffing, añadir un 0 tras una ráfaga continua de seis 1 consecutivos.
- Las especificaciones USB más rápidas son para el USB 3.0, que es compatible con versiones anteriores y alcanza velocidades de 1.5 Mbps, 12 Mbps, 480 Mbps (USB 2.0) y hasta 5 Gbps (USB 3.0).



Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base

Codificación de Niveles Múltiples



- Este tipo de modulación, M-polar, es la que presenta M niveles o amplitudes diferentes para una misma señal.
- Para el caso de la modulación polar de 4 niveles, se tiene que para cada dos bits de la secuencia binaria se asigna una amplitud diferente a los pulsos, y por lo tanto cada pulso dura dos bits.
- El tiempo de símbolo T es el doble del tiempo de bit T_b .

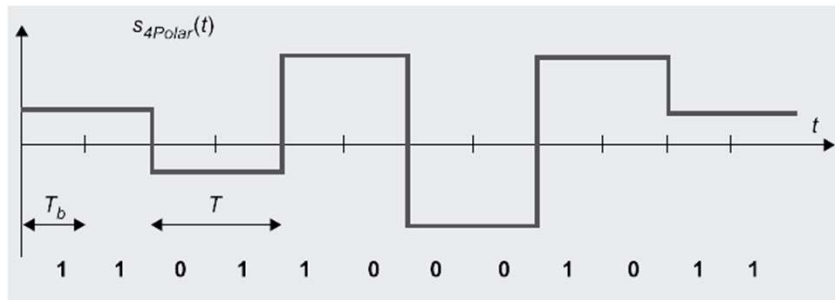
Transmisión n-aria

- Bit a bit: $n = 1$, transmisión binaria (dos amplitudes a_k , $k = 1,2$)
- De a dos bits: $n = 2$, transmisión cuaternaria (cuatro amplitudes a_k , $k = 1,2,3,4$)



Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base

Codificación de Niveles Múltiples



Codificación Polar de 4 niveles

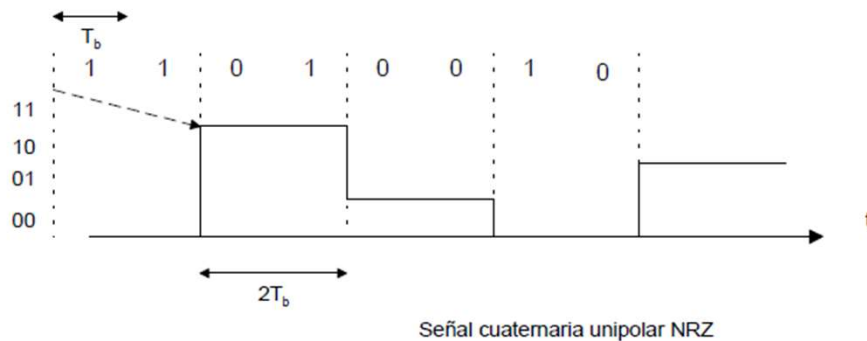
Bits	Amplitud (volts)
10	$+3A/2$
11	$+A/2$
01	$-A/2$
00	$-3A/2$

- En el caso de la modulación polar de 4 niveles, se toman las cuatro amplitudes equiespaciadas entre cada dos niveles consecutivos.
- Entre cualesquiera 2 códigos consecutivos las diferencias de tensiones son de una amplitud A .
- Entre dos códigos consecutivos solo se produce el cambio de un bit. Esta propiedad es muy importante ya que la mayor parte de sistemas prácticos están contruidos de acuerdo con esta regla: “Dos niveles de tensión adyacentes sólo difieren en un bit.” Los códigos que cumplen esta propiedad se denominan códigos de Gray.



Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base

Velocidad de Señalización y Transmisión



Velocidad de Transmisión: $R_b = \frac{1}{T_b}$ [bps]

Velocidad de Señalización: $R_{bt} = \frac{1}{nT_b}$ [bauds]

En general, si se codifican n elementos del mensaje digital, harán falta 2^n niveles de la señal digital. Cada uno de estos niveles puede durar hasta nT_b segundos sin que se produzca distorsión Intersimbólica.

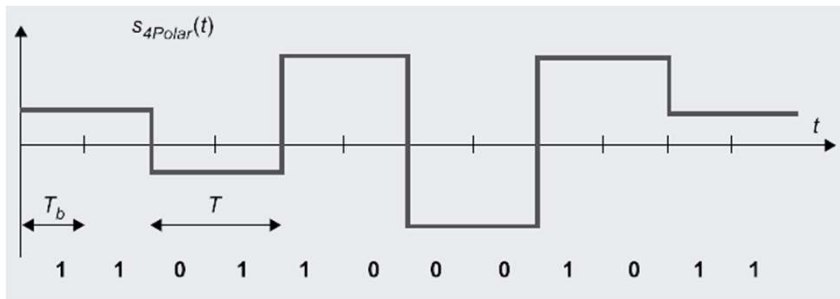
Ventaja: transmisión en menor ancho de banda

Desventaja: a mayor n aumenta la dificultad de detección.



Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base

Modulaciones de Pulsos de Amplitud (PAM)



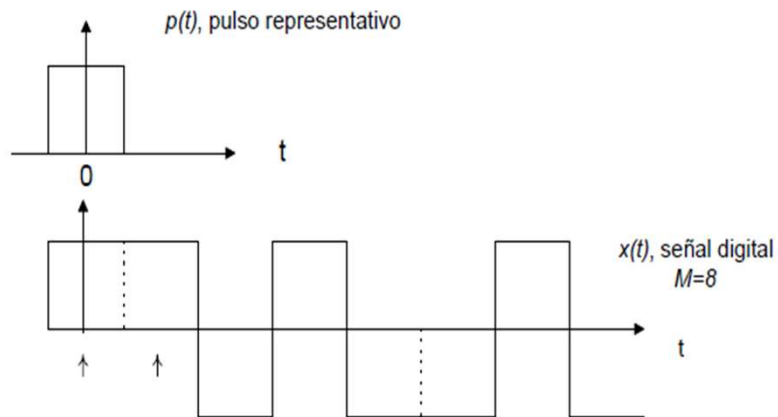
- En una modulación PAM, se transmite una secuencia de pulsos cuya amplitud se determina a partir de la secuencia de bits.
- Para formar una señal modulada se realizan dos operaciones de forma secuencial a partir de cada grupo de n bits:
 - Obtención de la amplitud que se asigna al grupo de bits.
 - Transmisión de un pulso con la amplitud obtenida.
- Si los bits se agrupan de n en n , el número de niveles necesarios para dar cabida a todas las posibles combinaciones de amplitud es de:

$$M = 2^n \text{ niveles}$$

- Al nivel m -ésimo le corresponde la amplitud: a_m con $m = 1, \dots, M$. A partir de las secuencias de bit de entrada $b[n]$ se forma una nueva secuencia de amplitudes o símbolos $a[k]$.

Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base

Modulaciones de Pulsos de Amplitud (PAM)



- Volviendo al modulador digital a partir de la secuencia de amplitudes $a[k]$, se forma la señal modulada $x(t)$. Cada símbolo multiplicado por el correspondiente pulso da lugar a la señal modulada.
- Adoptando entonces para la señal digital, un pulso $p(t)$ para representar cada elemento del mensaje digital, una señal de M bits de duración puede ponerse como:

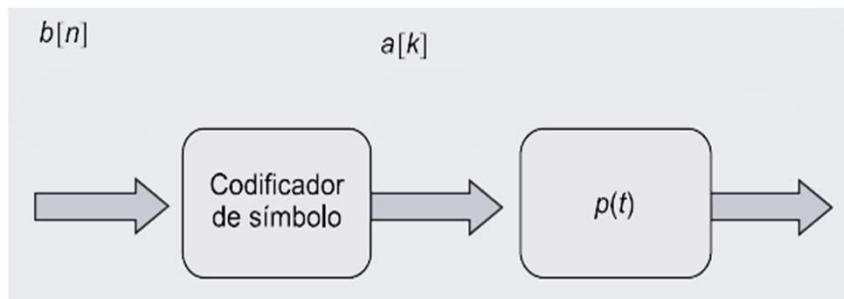
$$x(t) = \sum_k a_k \cdot p(t - k \cdot T_b)$$

Donde k varía de 1 a M y cada valor a_k puede tomar únicamente el valor $+1$ o -1 (se supone transmisión bipolar, si fuera unipolar, sería 1 o 0).



Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base

Modulaciones de Pulsos de Amplitud (PAM)



- Entonces al modulador digital, nos queda desglosado en dos partes.
 - Una primera parte en donde tenemos la secuencia de bits $b[n]$ y se codifica para dar lugar a la secuencia de símbolos $a[k]$.
 - Una segunda parte o bloque, donde se genera un pulso $p(t)$ cada T segundos de amplitud igual al correspondiente símbolo $a[k]$.
- En resumen, una modulación PAM queda determinada mediante dos factores: el tipo de codificación utilizado para la asignación de amplitudes o símbolos (polar, unipolar, binario, multinivel, etc.) y el pulso elegido para su conformación (NRZ, RZ, etc.). El modulador digital para APM se desglosa por tanto en dos partes: el codificador de símbolo y el conformador de pulso.

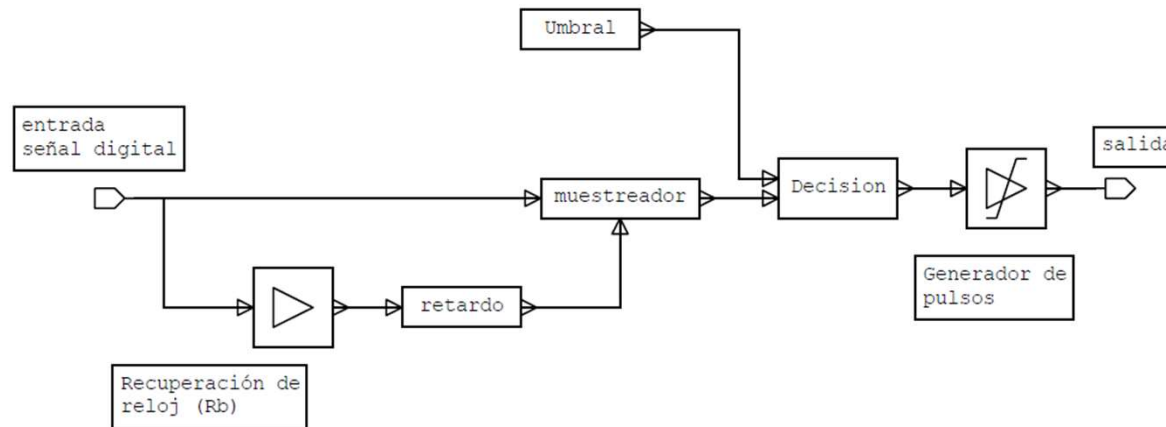


Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base

Detección o Recuperación de la Señal Digital

Para la recuperación de la señal digital, se debe definir un método de detección de la información transmitida mediante la señal digital. Un esquema usual es el de muestreo y decisión que en su versión mas simple consiste en:

- Tomar una muestra de la señal digital en un instante apropiado (p.ej. el centro de cada elemento).
- Comparar su valor con algún umbral conveniente

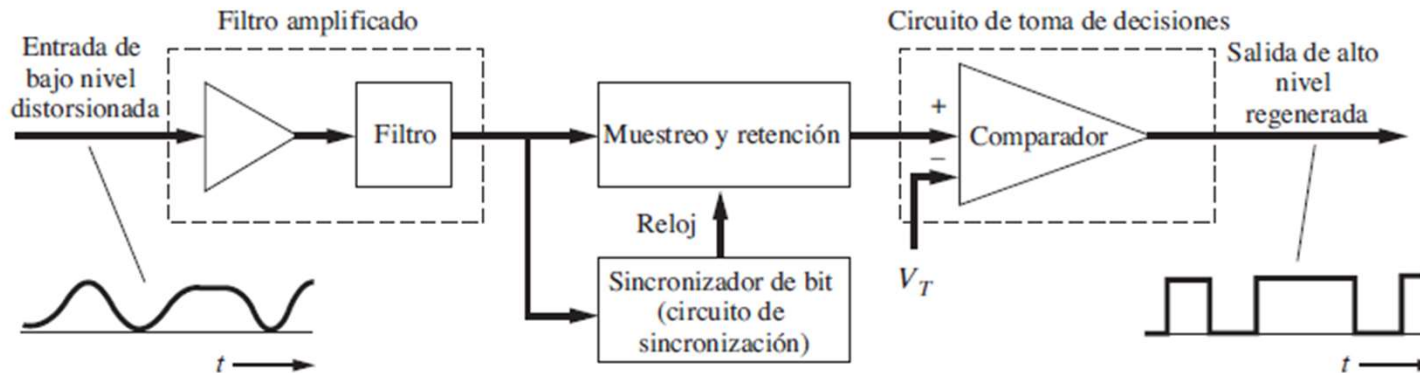


Aplicaciones de Modulaciones Digitales en Banda Base

Detección o Recuperación de la Señal Digital

Notar lo siguiente:

- En el extremo receptor, hace falta conocer el tiempo de duración de cada bit (T_b) y la velocidad de señalización ($R_b = 1/T_b$).
- Se debe ubicar el centro o la posición mas adecuada para leer la muestra
- En la señal recibida, el valor de interés de amplitud es únicamente el correspondiente al instante de la muestra.



Repetidor Regenerativo para Señalización Unipolar NRZ



Distorsión Intersimbólica (ISI, Inter-symbol Interference)

Causas de la Distorsión Intersimbólica

1. Dispersión de la Señal (Dispersion):

1. **Dispersión temporal (Temporal Dispersion):** Ocurre cuando diferentes componentes de la señal viajan a diferentes velocidades a través del medio de transmisión, causando que partes de la señal lleguen en diferentes momentos.
2. **Dispersión modal (Modal Dispersion):** Común en fibras ópticas multimodo, donde diferentes modos de luz viajan a diferentes velocidades y llegan en distintos momentos.
3. **Dispersión cromática (Chromatic Dispersion):** En fibras ópticas, diferentes longitudes de onda de la luz viajan a diferentes velocidades, causando ensanchamiento del pulso.

2. Respuesta no ideal del canal:

1. **Filtro de canal:** Los canales de comunicación tienen una respuesta finita y no ideal que puede distorsionar la forma de la señal transmitida.
2. **Multipath Fading:** En canales inalámbricos, la señal puede llegar al receptor a través de múltiples caminos debido a la reflexión, refracción y difracción, causando interferencia constructiva y destructiva.



Distorsión Intersimbólica (ISI, Inter-symbol Interference)

Causas de la Distorsión Intersimbólica

1. Ancho de banda limitado:

1. **Filtrado:** El ancho de banda finito del canal actúa como un filtro que puede distorsionar los pulsos de la señal, alargando su duración temporal y causando que los pulsos de símbolos consecutivos se solapen.

2. Efectos de las características del medio de transmisión:

1. **Capacitancia e inductancia:** En cables, la capacitancia y la inductancia pueden causar distorsión en la señal transmitida.
2. **Atenuación y distorsión:** Los medios de transmisión pueden tener una respuesta no lineal a diferentes frecuencias, causando atenuación y distorsión de la señal.

3. Fenómenos de canal:

1. **Interferencia electromagnética (EMI):** Interferencias de fuentes externas pueden causar distorsión en la señal.
2. **Ruido térmico y otros tipos de ruido:** El ruido inherentemente presente en todos los medios de comunicación puede alterar la forma de la señal.

4. Diseño del sistema:

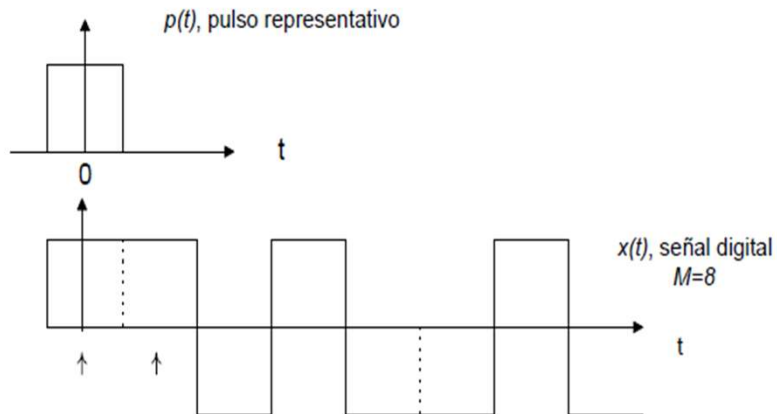
1. **Errores en la sincronización:** Una sincronización incorrecta entre el transmisor y el receptor puede llevar a una mala interpretación de los símbolos.
2. **Codificación y modulación:** Esquemas de modulación y codificación ineficientes pueden incrementar la susceptibilidad a la ISI.



Temas que vamos a abordar:

- Formatos de Transmisión
- Recuperación del Mensaje
- Codificación de Niveles Múltiples
- **Distorsión Intersimbólica**
- **Ancho de Banda ocupado por la Señal Digital**
- **Señales Digitales y Ruido – Probabilidad de Error**
- Transmisión de Señales Analógicas en forma Digital
- Muestreo
- Sistemas PCM
- Error de Cuantificación

Distorsión Intersimbólica (ISI, Inter-symbol Interference)



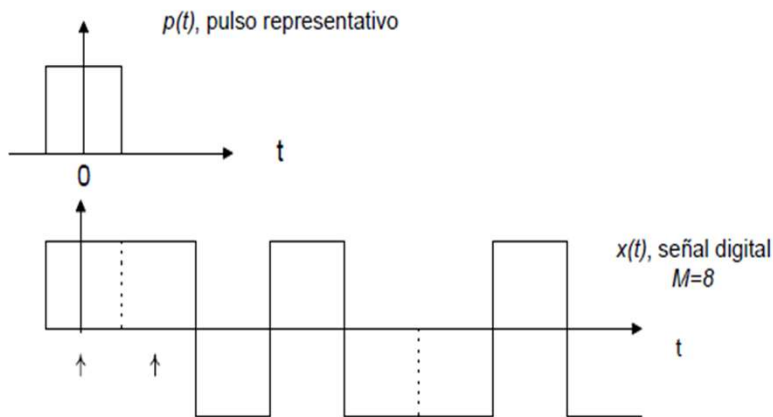
Existe Distorsión Intersimbólica cuando parte de la señal correspondiente a un determinado bit se difunde a bits adyacentes, eventualmente capaz de generar errores.

Si se adopta, para la señal digital, un pulso $p(t)$ para representar cada elemento del mensaje digital, una señal de M bits de duración puede ponerse como:

$$x(t) = \sum_k a_k \cdot p(t - k \cdot T_b) = p(t) * \sum_k a_k \cdot \delta(t - k \cdot T_b)$$

Donde k varía de 1 a M y cada valor a_k puede tomar únicamente el valor $+1$ o -1 (se supone transmisión bipolar, si fuera unipolar, sería 1 o 0).

Distorsión Intersimbólica (ISI, Inter-symbol Interference)



Si se toman muestras de $x(t)$ en el centro de cada bit, es decir, es decir en $t = 0, T_b, 2T_b, \dots$, se tiene que, en algún instante mT_b , donde m es y $1 \leq m \leq M$ vale:

$$\begin{aligned} x_{(mT_b)} &= \sum_k a_k \cdot p_{(mT_b - k \cdot T_b)} = \sum_k a_k \cdot p_{((m-k) \cdot T_b)} \\ &= a_m \cdot p_{(0)} + \sum_k a_k \cdot p_{((m-k) \cdot T_b)} \\ &\text{para todo } k, \text{ excepto } k=m \end{aligned}$$

$x_{(mT_b)}$: Este es el valor de la señal en el tiempo mT_b , donde m es un índice que representa el instante de tiempo discreto y T_b es el periodo de simbolo o el tiempo entre dos simbolos consecutivos.

a_k : Estos son los coeficientes (o amplitudes) de los simbolos transmitidos. Representan los valores de los bits que estan siendo enviados.

$p_{(t)}$: Esta es la respuesta al impulso del Sistema de transmision o el pulso de forma de onda que se usa para transmitir cada simbolo



Distorsión Intersimbólica (ISI, Inter-symbol Interference)

La expresión general

$$x_{(mT_b)} = \sum_k a_k \cdot p_{(mT_b - k \cdot T_b)}$$

Muestra que la señal en el tiempo mT_b es la suma de todas las contribuciones de los símbolos a_k ponderados por la función de pulso p desplazada en el tiempo. Esta es una forma discreta de la convolución, donde cada símbolo a_k se multiplica por el pulso p desplazado en el tiempo correspondiente.

Ahora bien,

$$x_{(mT_b)} = a_m \cdot p_{(0)} + \sum_k a_k \cdot p_{((m-k)T_b)}$$

Aquí hemos separado el término de $k=m$, es decir el símbolo actual a_m que está siendo transmitido en el instante $m \cdot T_b$. Entonces la primera parte de la expresión es:

$a_m \cdot p_{(0)}$ porque cuando $k=m$, el argumento de p es cero.



Distorsión Intersimbólica (ISI, Inter-symbol Interference)

La Segunda parte de la expresion es:

$$\sum_k a_k \cdot p_{((m-k)T_b)}$$

para todo k , excepto $k=m$

Esto representa las contribuciones de todos los demas simbolos a_k (donde $k \neq m$), que son los términos que causan distorsión intersimbolica. Cada símbolo pasado y futuro a_k afecta la señal actual $x_{(mT_b)}$ debido a la respuesta al impulso p desplazada en el tiempo.

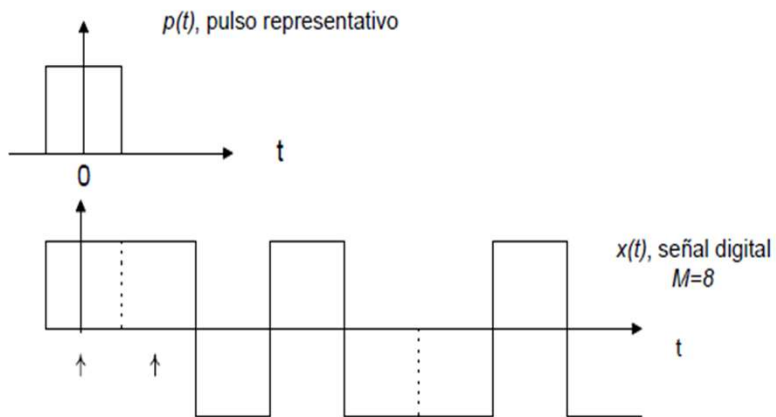
La distorsión intersimbólica (ISI) ocurre cuando los pulsos de los símbolos individuales se superponen en el tiempo, causando interferencia entre ellos. Esto se debe a que el pulso $p(t)$ no es perfectamente limitado en el tiempo y tiene una "cola" que afecta los símbolos adyacentes. El resultado es que los símbolos anteriores y posteriores (los términos en la suma $\sum_k a_k \cdot p_{((m-k)T_b)}$ donde $k \neq m$, contribuyen a la señal en el instante mT_b .

Notar que $(m-k)$ es siempre un número entero, positivo o negativo. Para tener Distorsión Intersimbólica nula, el segundo término tiene que ser igual a 0. Ello se consigue si:

- (a) $p_{(t)}$ es limitado en tiempo a no más de T_b seg. de duración y $p_{(0)}$ tiene valor no nulo (el caso de la figura)
- (b) $p_{(0)}$ es no nulo y $p_{(t)}$ es nulo a múltiplos $+ o -$ de T_b .



Distorsión Intersimbólica (ISI, Inter-symbol Interference)



En el ejemplo de la figura, $M=8$ y el mensaje es 1 1 0 1 0 0 1 0, es decir que $a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = -1, a_4 = 1, a_5 = -1, a_6 = -1, a_7 = 1$ y $a_8 = -1$.

Si $m=5$ y $k=7$, $m-k=-2$. Si $a_7 \cdot p(-2) \neq 0$ hay distorsión por solapamiento del bit 5 con el bit 7 y así sucesivamente.

Conclusión: cada bit transmitido dura T_b segundos, los bit aparecen a la frecuencia $R_b=1/T_b$ baud. Para recuperar el mensaje digital debo tomar muestras a la misma frecuencia con un retardo de $T_b/2$ segundos (en la mitad de cada bit). Por lo tanto debo recuperar las señal de "clock" del mensaje digital.



Ancho de Banda Ocupado por Señal Digital

Si la señal $x(t)$ es transmitida a través de un filtro pasa bajos con función de transferencia $H(f)$. El espectro de la salida (respuesta) será: $R(f)=X(f).H(f)$

$$\text{Si: } x(t) = \sum_k a_k \cdot p_{(t-k.T_b)} = p(t) * \sum_k a_k \cdot \delta_{(t-k.T_b)}$$

Se tiene que: $X(f)=P(f).I(f)$ y $R(f)=P(f).I(f).H(f)$

Donde $P(f)$ y $H(f)$ son funciones conocidas e $I(f)$ dependerá de los coeficientes a_k del mensaje define un filtro pasa bajos ideal cuya característica de transferencia sea:

$$H(f) = \frac{1}{P(f)} \cdot \text{rect}(f, R_b) \quad \text{Filtro con espectro rectangular}$$

Rb expresado en Hz

Es decir, la transmisión limitada en ancho de banda entre $-R_b/2$ y $R_b/2$, el espectro de la respuesta será:

$R(f)=I(f).\text{rect}(f, R_b)$, y en el dominio tiempo, a través de su transformada inversa:

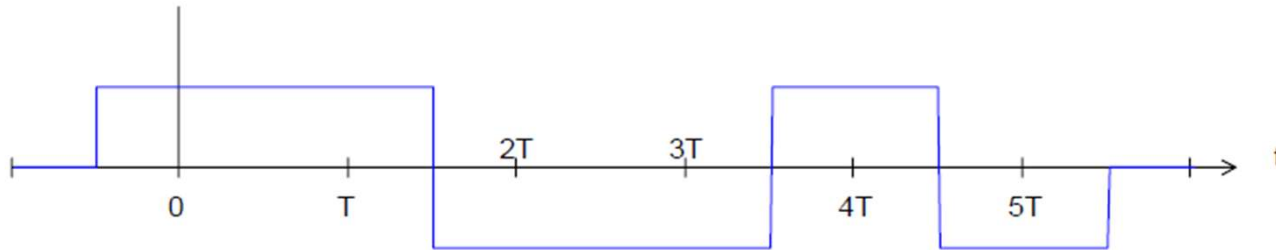
$$r(t) = i(t) * \frac{\text{sen}(\pi.R_b.t)}{\pi.R_b.t} = \sum_k a_k \cdot \delta(t - k.T_b) * \frac{\text{sen}(\pi.R_b.t)}{\pi.R_b.t}$$

Como $R_b=1/T_b$, se ve que $r(t)$ toma en los instantes mT_b el valor correspondiente al término a_m únicamente, siendo la distorsión Intersimbólica nula.

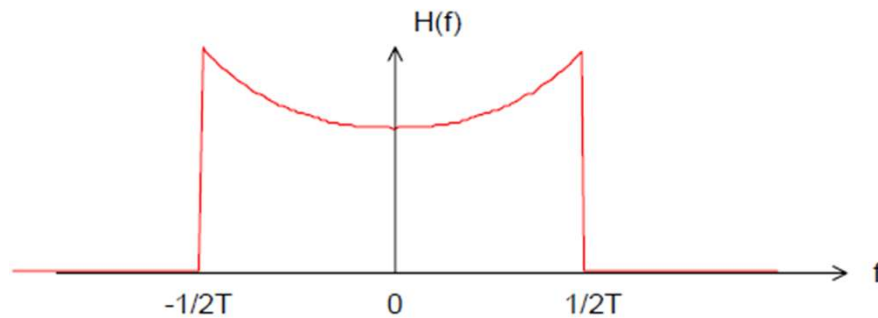


Ancho de Banda Ocupado por Señal Digital

Suponer el mensaje digital 1 1 0 0 1, codificado en forma polar NRZ y $p(t)=rect(t, Tb)$



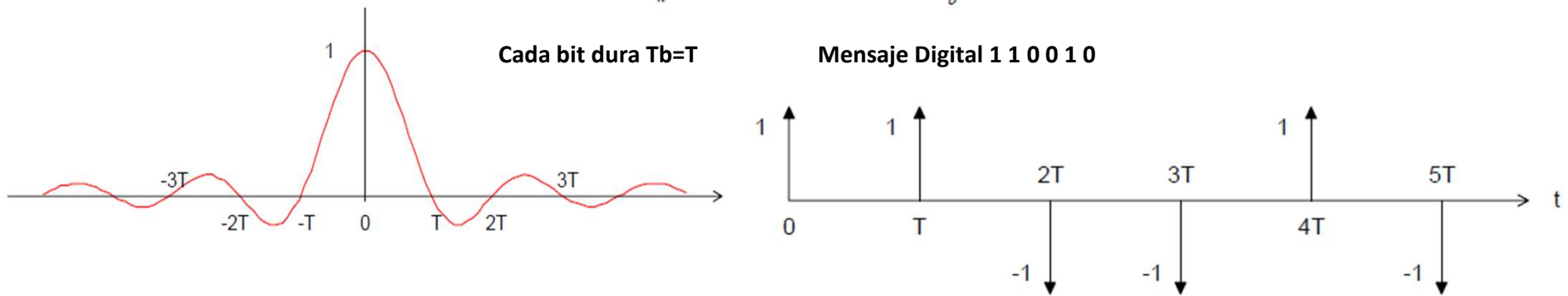
La función de transferencia del filtro será:



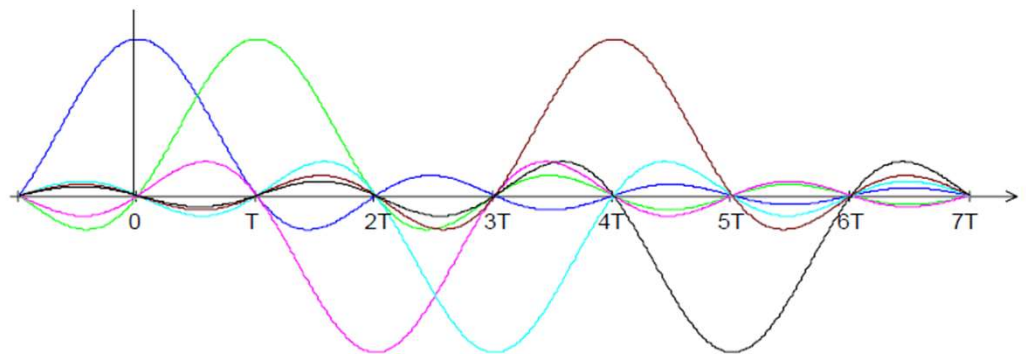


Ancho de Banda Ocupado por Señal Digital

La respuesta, en dominio de tiempo será: $r(t) = \sum_k a_k \cdot \delta(t - k.T_b) * \frac{\text{sen}(\pi.R_b.t)}{\pi.R_b.t}$, que es la convolución



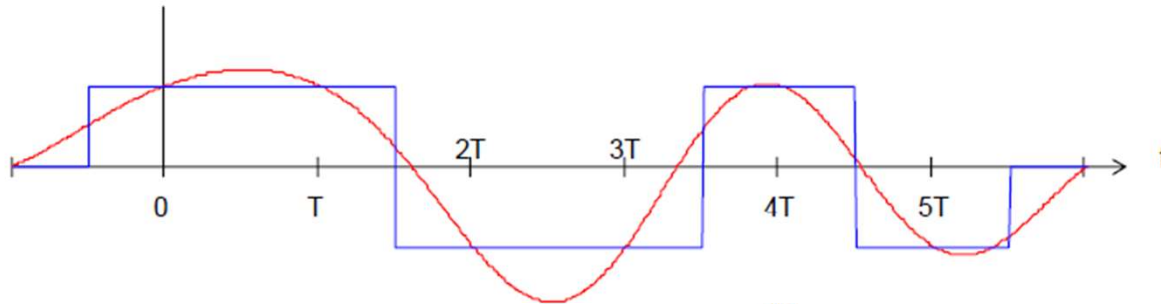
que da como resultado a la forma de onda $\text{sen}(x)/x$ trasladada a las posiciones de los impulsos y multiplicada por el área de cada uno de ellos:



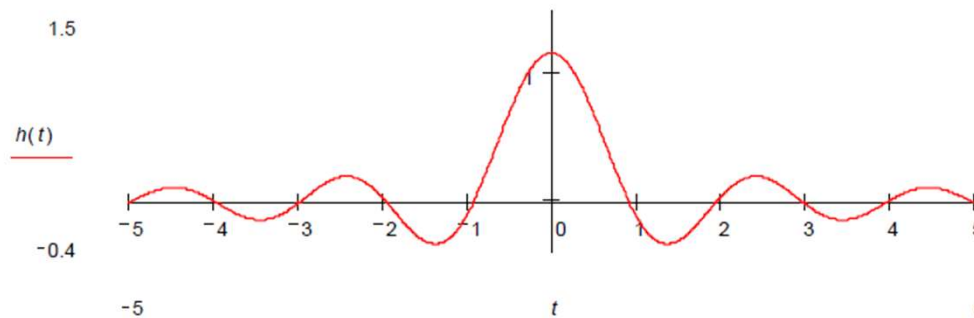


Ancho de Banda Ocupado por Señal Digital

Notar que, en los instantes de muestreo, la única contribución a la señal de salida es la correspondiente al dígito generado en ese instante, las contribuciones de todos los demás es cero. Obviamente la respuesta que es la suma de las señales individuales está distorsionada, pero mantiene los valores originales en los instantes de muestreo.

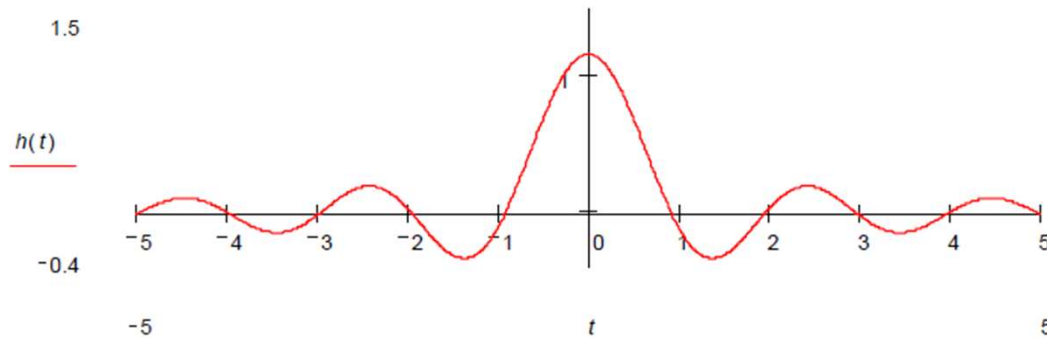


La respuesta al impulso (normalizada para $Tb=1$) del filtro $H(f)$ es:
$$h(t) = \int_{-0.5}^{0.5} \frac{\pi f}{\sin(\pi f)} \cdot e^{j2\pi ft} \cdot df$$





Ancho de Banda Ocupado por Señal Digital

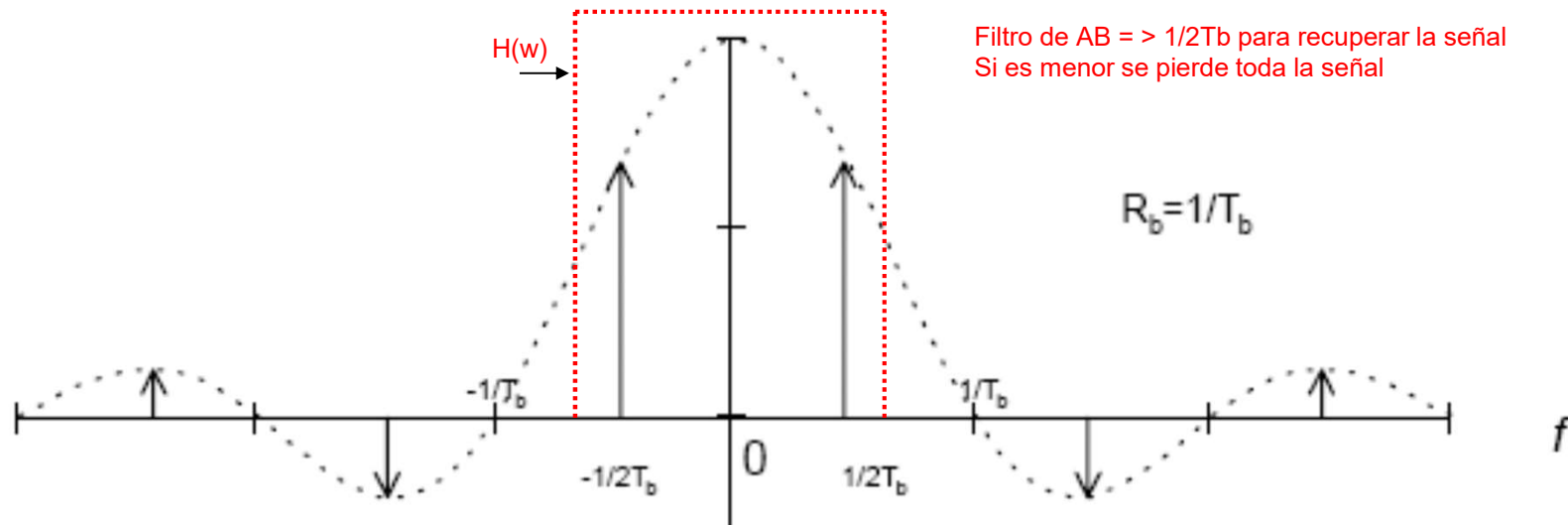


La respuesta al impulso $h(t)$ se anula a múltiplos de Tb . Puede demostrarse que, en general, no existe Distorsión Intersimbólica si una señal digital se transmite a través de filtros que cumplen con esta característica.

Lo anterior indica que una señal digital de Rb *baud* puede ser transmitida, sin perder información, en un ancho de banda de $Rb/2$ Hz⁺ (ancho de banda de Nyquist) utilizando un filtro adecuado. Además, el ancho de banda $Rb/2$ Hz es el valor mínimo (teórico) adecuado para la transmisión sin distorsión. Esto surge de la siguiente consideración:

Suponer una secuencia ... 1 0 1 0 1 0 ... , que puede considerarse, desde el punto de vista de ocupación de ancho de banda, como el caso más desfavorable de un sistema de transmisión digital. Suponiendo, como antes, transmisión bipolar NRZ y $p(t)=rect(t, Tb)$, su espectro será:

Ancho de Banda Ocupado por Señal Digital



Filtro de AB = $> 1/2T_b$ para recuperar la señal
Si es menor se pierde toda la señal

Si se filtra la señal con un filtro rectangular ideal que tenga transmisión constante entre $-\frac{R_b}{2} - \Delta f$ y $\frac{R_b}{2} + \Delta f$ [Hz] con $\Delta f \rightarrow 0$ el resultado será de dos impulsos en $\pm R_b/2$, que en dominio de tiempo que en dominio del tiempo representa una señal armónica de frecuencia $R_b/2$ Hz es decir que mantiene la información digital ... 1 0 1 0 1 0 ... mientras que si se reduce el ancho de banda del filtro a $-\frac{R_b}{2} + \Delta f$ y $\frac{R_b}{2} - \Delta f$ [Hz], no existe salida. Esto sugiere que el ancho de banda $R_b/2$ es el mínimo admisible.



Ancho de Banda Ocupado por Señal Digital

Ejemplo:

Los datos de una señal digital binaria en banda base, salen de un terminal digital a una velocidad de 1.95 Mbps.

1. ¿Qué ancho de banda recomendaría para su transmisión? ¿Cuánto dura cada bit?
2. ¿ Cuánto vale la señal de salida si pasa por un filtro pasa bajos de ancho de banda de 970 KHz?
3. ¿Cuánto vale la señal de salida si pasa por un filtro pasa bajos de ancho de banda de 980 KHz?

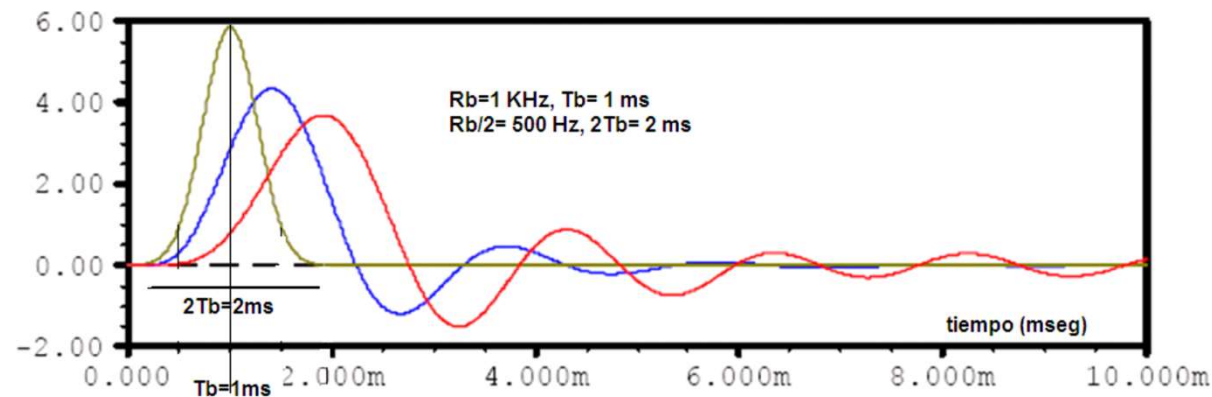
Solución: $R_b/2 = 1.95/2 = 975$ KHz Si el filtro es de 970 no tenemos nada a la salida. Si es de 980 recupero la señal



Ancho de Banda Ocupado por Señal Digital

En la práctica, se toma el ancho de banda necesario para transmitir una señal digital de R_b bps entre $0,5R_b$ y R_b [Hz], usualmente $0,75R_b$.

Respuesta al impulso (aplicado en $t=0$) de algunos filtros reales:



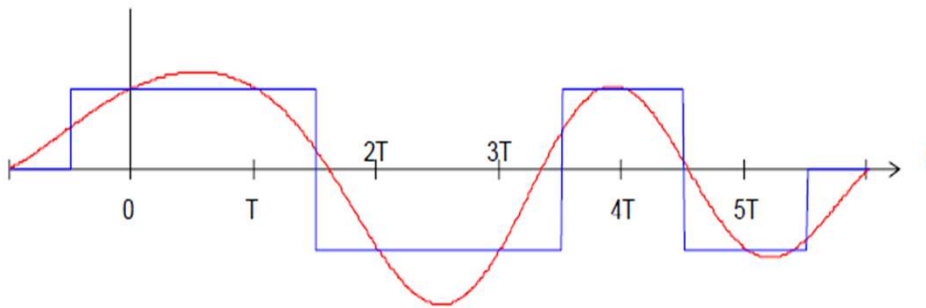
Por orden a partir de $t=0$: Gaussiano, Butterworth(orden 6), Chebychev (Orden 6, ripple 1dB), todos con frecuencia de corte de -3 dB de 500 Hz . Notar que, para una señal de $R_b=1$ [kbaud], salvo el Gaussiano, introducirían distorsión intersimbólica, mayor en el Chebychev que en el Butterworth.

El filtro Butterworth es el recomendado en señales digitales, tienes menos cola que el Chebychev



Resumen

Mensaje Digital 1 1 0 0 1 0



$$\begin{aligned}
 x(mT_b) &= \sum_k a_k \cdot p(mT_b - kT_b) = \sum_k a_k \cdot p((m-k)T_b) \\
 &= a_m \cdot p(0) + \sum_k a_k \cdot p((m-k)T_b) \\
 &\quad \text{para todo } k, \text{ excepto } k=m
 \end{aligned}$$

Distorsión Intersimbólica

Para tener distorsión intersimbólica nula el segundo término debe ser = 0.

Esto se consigue si:

- a) $p(t)$ dura no más de T_b segundos y
- b) $p(0) \neq 0$ y $p(t) = 0$ a múltiplos enteros (+) o (-) de T_b .

Ancho de Banda de la señal digital

Una señal digital de R_b baud puede ser transmitida, sin perder información, en un ancho de banda De $R_b/2$ Hz (ancho de banda de Nyquist) utilizando un filtro adecuado. Además, el ancho de banda $R_b/2$ Hz es el valor mínimo (teórico) adecuado para la transmisión sin distorsión.

Si $R_b=64$ Kbps el ancho de banda mínimo es $R_b/2 = 32$ KHz



Temas que vamos a abordar:

- Formatos de Transmisión
- Recuperación del Mensaje
- Codificación de Niveles Múltiples
- Distorsión Intersimbólica
- Ancho de Banda ocupado por la Señal Digital
- Señales Digitales y Ruido – Probabilidad de Error
- Transmisión de Señales Analógicas en forma Digital
- Muestreo
- Sistemas PCM
- Error de Cuantificación



Justificación para la Distorsión Intersimbólica de Bits Pasados

Persistencia del Canal:

- **Retardo del Canal:** En muchos canales de comunicación, las señales no se propagan instantáneamente. El retardo del canal puede hacer que una parte de un símbolo transmitido anteriormente todavía esté presente cuando se transmite el siguiente símbolo.
- **Respuesta al Impulso:** La respuesta al impulso de un canal no es idealmente un delta de Dirac. En lugar de eso, tiene una cola que se extiende en el tiempo, haciendo que los símbolos anteriores contribuyan a la señal actual.

Filtros de Transmisión:

- **Características del Filtro:** Los filtros utilizados en la transmisión y recepción, como los filtros pasa bajos, pueden tener una respuesta que no decae instantáneamente, haciendo que parte de la energía de los símbolos anteriores todavía esté presente cuando se reciben símbolos posteriores.
- **Dispersión Temporal:** La dispersión temporal en el canal puede hacer que partes de símbolos anteriores se esparzan en el tiempo y se mezclen con símbolos actuales.

Multipath Propagation:

- **Reflexiones y Efectos de Multipath:** En entornos inalámbricos, las señales pueden llegar al receptor por múltiples caminos debido a reflexiones, refracciones y difracción. Los caminos múltiples pueden causar que las partes de los símbolos anteriores lleguen más tarde y se mezclen con los símbolos actuales.



Justificación para la Distorsión Intersimbólica de Bits Futuros

Anticipación del Canal:

- **Pre-echo:** En algunos sistemas, especialmente aquellos con pre-ecualización o predistorsión, los futuros símbolos pueden influir en la forma en que se transmiten los símbolos actuales. Esto puede causar un "pre-echo", donde la energía de los futuros símbolos afecta los símbolos presentes.

Adaptación del Transmisor:

- **Precoding:** En algunos esquemas de modulación avanzada, los transmisores pueden usar técnicas de precoding que consideran la influencia de los futuros bits para optimizar la transmisión. Esto puede introducir componentes de futuros símbolos en la señal actual.

Filtros de Recepción:

- **Respuesta no Ideal:** Los filtros en el receptor también pueden tener una respuesta que extiende en el tiempo hacia los símbolos futuros. Aunque esto es menos común, en sistemas con memoria o adaptativos, la influencia de los futuros símbolos puede ser una consideración.



Ejemplos Prácticos

Sistemas de Comunicación Inalámbrica:

- **Multipath Fading:** En sistemas inalámbricos, las señales reflejadas de obstáculos pueden llegar en diferentes momentos, causando ISI tanto de símbolos pasados como de futuros.

Sistemas de Comunicación Óptica:

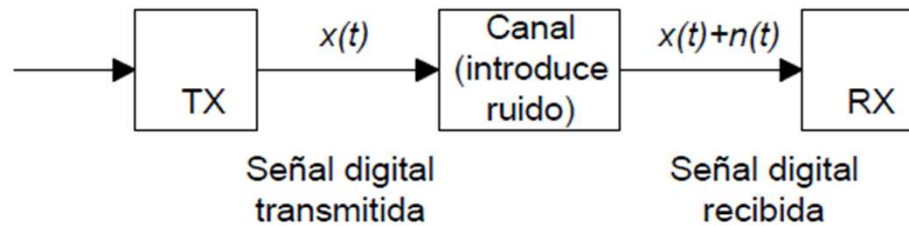
- **Dispersion Cromática:** En fibra óptica, la dispersión cromática puede causar que diferentes componentes espectrales de un pulso viajen a diferentes velocidades, resultando en ISI de símbolos pasados y, en ciertos casos, anticipación de futuros.

Sistemas de Transmisión Digital (ADSL, VDSL):

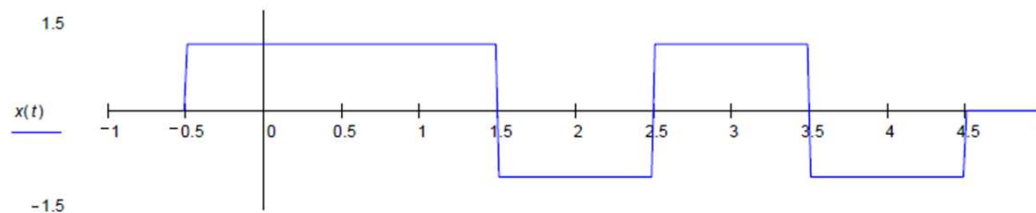
- **Dispersión del Canal:** En líneas de suscriptor digital, la dispersión del canal puede extender los símbolos en el tiempo, causando ISI.



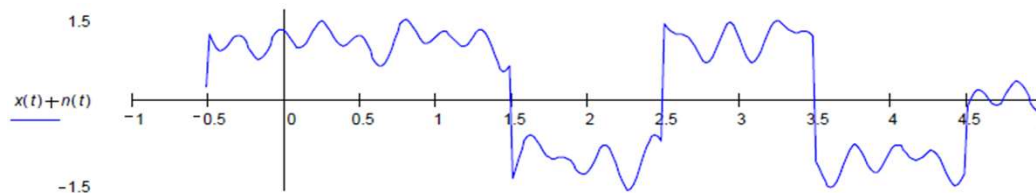
Señales Digitales en presencia de Ruido



Señal original:



Señal recibida (señal original + ruido):



La señal digital $x(t)$ después de ser transmitida por el canal, es recibida sumada a una señal de ruido $n(t)$.



Señales Digitales en presencia de Ruido

Suposiciones simplificatorias:

- a) El número de unos y ceros transmitidos durante un tiempo largo ($\gg Tb$) es igual (igual probabilidad de ocurrencia).
- b) La señal de ruido introducida $n(t)$ es gaussiana con componente media (continua) nula.
- c) Método de detección: una muestra por bit, posterior decisión según la muestra tomada esté por encima o debajo del umbral.

Si en un mensaje digital suficientemente largo de N bits, N_e de ellos se reciben con error, se define la probabilidad de error según $P_e = N_e/N$.

Un bit está en error si se transmite un 1 y se recibe un 0 o, se transmite un 0 y se recibe un 1.

$$P_e = P_1 \cdot P_{e1} + P_0 \cdot P_{e0}$$

en la ecuación anterior:

P_1 = Probabilidad de transmisión de un 1

P_{e1} = Probabilidad que, habiéndose transmitido un 1, el receptor recibe un 0.

P_0 = Probabilidad de transmisión de un 0.

P_{e0} = Probabilidad que, habiéndose transmitido un 0, el receptor recibe un 1.

¿Por qué la simplificación “b”? Porque la mayoría de las fuentes naturales que introducen o producen ruido es de tipo gaussiano. Y si tenemos varias fuentes de ruido no gaussiano cuando se juntan tienden a un comportamiento gaussiano.

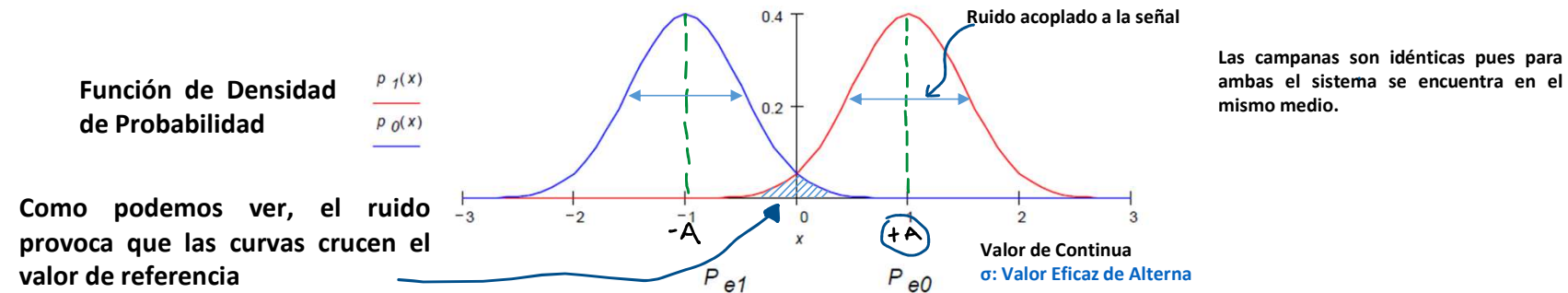


Señales Digitales en presencia de Ruido

Si $P_1 = P_0 = 0.5$, la ecuación de arriba queda:

$$P_e = \frac{1}{2} \cdot (P_{e1} + P_{e0}) \quad \text{Igual probabilidad de ocurrencia}$$

Si se supone transmisión bipolar NRZ, donde un 1 se transmite como una tensión $+A$ volt y un 0 como $-A$ volt y el umbral de decisión del detector es 0 volt, como la función de densidad de probabilidad de $n(t)$ es gaussiana, se tiene que:



Un 1 transmitido ($x(t)=A$) estará en error si en el instante de muestreo $x(t)+n(t) < 0$ y un 0 transmitido ($x(t)=-A$) estará en error si en el instante de muestreo $x(t)+n(t) > 0$. En términos estadísticos: $P_{e1} = P(n < 0)$ y $P_{e0} = P(n > 0)$

Por simetría de la curva gaussiana, estos valores son iguales: $P_{e1} = P_{e0} = Q\left(\frac{A}{\sigma}\right)$

$$P_e = 1/2 \{Q(A/\sigma) + Q(A/\sigma)\} = Q(A/\sigma) \quad \text{Es decir que: } P_e = Q\left(\frac{A}{\sigma}\right)$$



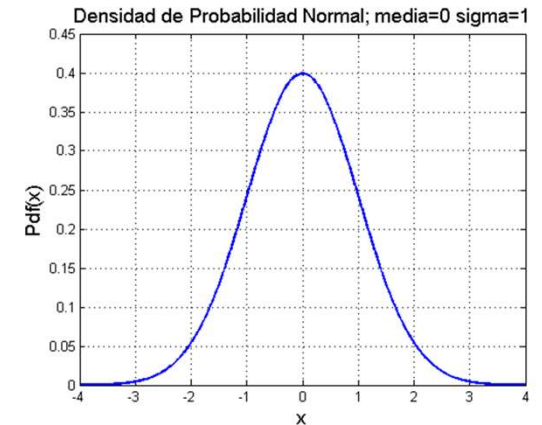
Señales Digitales en presencia de Ruido

La distribución Gaussiana es común en muchas señales, aunque también puede ser uniforme o de otro tipo

La función de distribución normal o gaussiana

Está definida por:
$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}$$

donde σ y x_0 son la desviación standard y el valor medio, respectivamente, de la variable x . La pdf normal es importante en aplicaciones de ingeniería, porque es la que caracteriza a fenómenos aleatorios generados por la acción de un número grande ($\rightarrow \infty$) de agentes con contribuciones infinitesimales de cada uno de ellos tomados individualmente (Teorema del límite central). Por ejemplo: el movimiento browniano de electrones en el interior de un conductor, que produce el ruido térmico o el fenómeno de propagación por caminos múltiples, causante de desvanecimientos en enlaces de radio.



La probabilidad de que la variable x supere un determinado valor x_k es:

$$P(x > x_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{x_k}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} \cdot du \quad \text{suponiendo } x_0 = 0$$

La función $Q(x)$ es de uso común en estadística y está tabulada en tablas matemáticas y calculadoras de mano.



Señales Digitales en presencia de Ruido

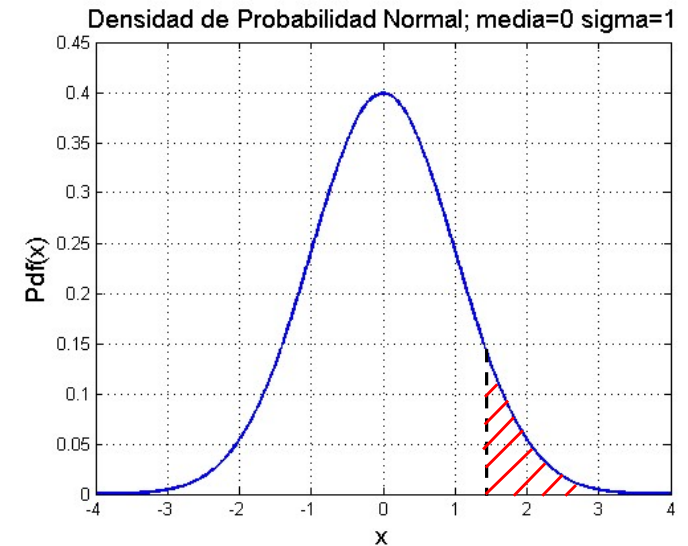
Llamando $z = u/\sigma$ queda:
$$P(x > x_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\left(\frac{x_k}{\sigma}\right)}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = Q\left(\frac{x_k}{\sigma}\right)$$

P.ej. : $Q(2.60) = 4.66 \times 10^{-3}$, $Q(3.74) = 9.2 \times 10^{-5}$, etc.

Como ejemplo, si $A=5$ volt y el valor eficaz de la señal de ruido es de 2 volt, entonces

$$P_e = Q\left(\frac{A}{\sigma}\right) = Q\left(\frac{5}{2}\right) = Q(2.5) = 6.10^{-3}$$

Cada 1000 bits que se transmitan, 6 se recibirán con error, un valor demasiado alto para la mayoría de las aplicaciones. Normalmente, son necesarias tasas de error inferiores a 10^{-4} .



Ej.: $Q(1.5)=0,0668$



Señales Digitales en presencia de Ruido

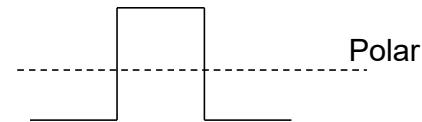
Tasa o probabilidad de error calculada mediante la energía por bit

Es común en sistemas de comunicaciones digitales especificar la tasa o probabilidad de error en términos de la **energía promedio por bit transmitido** E_b vs. la **densidad espectral de ruido** n_0 . E_b , para transmisión binaria, está definido como:

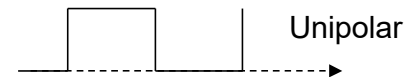
$$E_b = \frac{\text{Energ. por "1" transmitido} + \text{Energ. por "0" transmitido}}{2}$$

En el caso visto, se tiene que: Energía promedio por bit transmitido:

$$E_b = A^2 \cdot T_b \quad \text{y} \quad A = \sqrt{\frac{E_b}{T_b}}$$



$$E_b = \frac{A^2 \cdot T_b}{2} \quad A = \sqrt{\frac{2 \cdot E_b}{T_b}}$$





Señales Digitales en presencia de Ruido

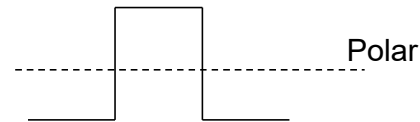
Tasa o probabilidad de error calculada mediante la energía por bit

El valor eficaz de la señal de ruido, suponiendo que se utiliza el mínimo ancho de banda (teórico) para la transmisión de la señal digital, es:

$$\sigma = \sqrt{n_0 \cdot B} = \sqrt{n_0 \cdot \frac{R_b}{2}} = \sqrt{n_0 \cdot \frac{1}{2T_b}}$$

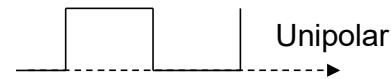
donde n_0 es la densidad de potencia (frecuencias positivas) de la señal de ruido y T_b la duración de cada bit. La probabilidad de error queda:

$$P_e = Q\left(\frac{A}{\sigma}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot E_b}{n_0}}\right)$$



Si la transmisión hubiera sido unipolar NRZ: 1 transmitido representado por una tensión +A volt y 0 transmitido por 0 volt, es fácil demostrar que (suponiendo umbral de decisión en A/2):

$$P_e = Q\left(\frac{A}{2 \cdot \sigma}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{n_0}}\right)$$

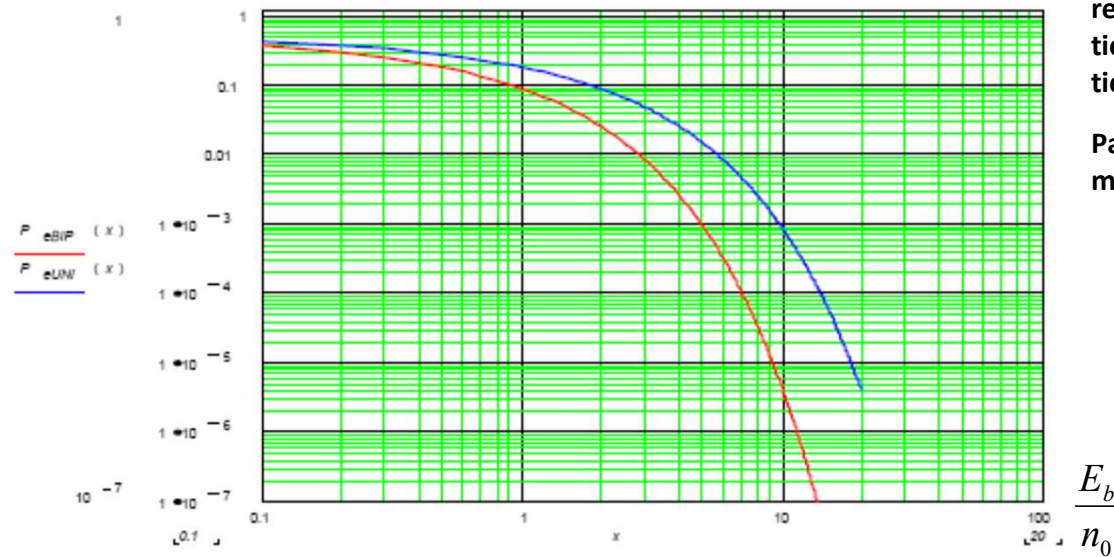


Notar la mejor performance del método bipolar NRZ. A igualdad de energía por bit transmitido y densidad de ruido, tendrá una menor tasa de error.



Señales Digitales en presencia de Ruido

Tasa o probabilidad de error calculada mediante la energía por bit



Para el caso de señales digitales con retorno a cero (RZ) solo consideramos el tiempo activo T_a del bit respecto al tiempo de duración del bit T_b .

Para este caso la energía consumida será menor que para los casos NRZ.

En el gráfico se muestra, para señales polar NRZ y unipolar NRZ, la probabilidad de error vs. un parámetro x definido por:

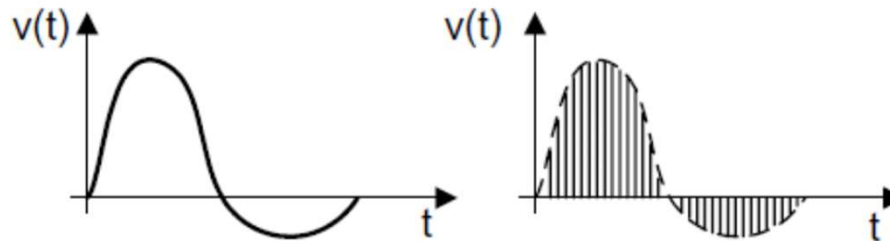
$$x = \frac{E_b}{n_0}$$

E_b es energía promedio por bit



Transmisión Digital de Señales Analógicas

Se transmite la señal a intervalos regulares de tiempo



Tipos de Modulación:

Cuantificada: la información se aproxima por un número finito de valores **PCM**.

No cuantificada: Los parámetros que varían del impulso lo hacen de forma continua en función de la información: PAM, PWM, PPM.

Ventaja: Mayor Inmunidad al ruido que la transmisión analógica permiten transmisiones a mayor distancia

Circuitería digital de escaso coste

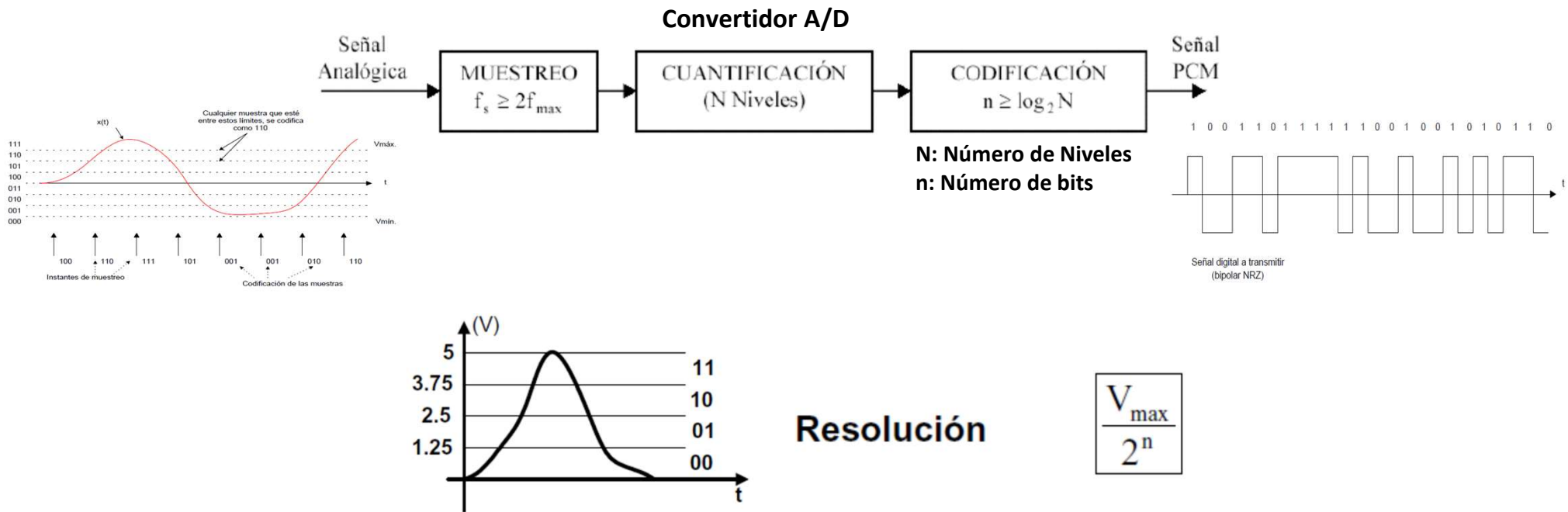
Pulsos digitales pueden ser almacenados

Pueden aplicarse circuitos de detección y corrección de errores



Transmisión Digital de Señales Analógicas

Modulación por Codificación de Impulsos (PCM)



Mínimo incremento de la variable analógica necesario para modificar el bit menos significativo
→ Salto entre dos niveles analógicos consecutivos



Transmisión Digital de Señales Analógicas

Modulación por Codificación de Impulsos (PCM)

La transmisión de una señal PAM es analógica pues se debe preservar a lo largo del canal de comunicación las amplitudes de los pulsos de muestra. Un sistema PCM codifica cada muestra en una serie de unos y ceros que se transmiten en el intervalo entre ellas. Para poder codificar cada muestra con un valor binario se debe:

a)- disponer un T_p suficientemente pequeño para que la muestra represente el valor instantáneo de la señal $x(t)$ en el momento de la muestra.

b)- asimilar la muestra obtenida al valor más próximo de un conjunto de valores, que dependerá del número de dígitos disponibles para la codificación. Esto introduce un error (error de cuantificación) que será inversamente proporcional al número de bits disponibles, además impone otra limitación a la señal $x(t)$: debe ser acotada en sus valores de tensión.

Ventajas:

- Permite efectuar numerosas transmisiones sin pérdidas por degradación.
- Se presta para ser empleada en sistemas de multiplexado en el tiempo.

Inconvenientes:

- Introduce un error ya que no se transmite el valor exacto, sino el discreto más próximo.

Error de Cuantificación

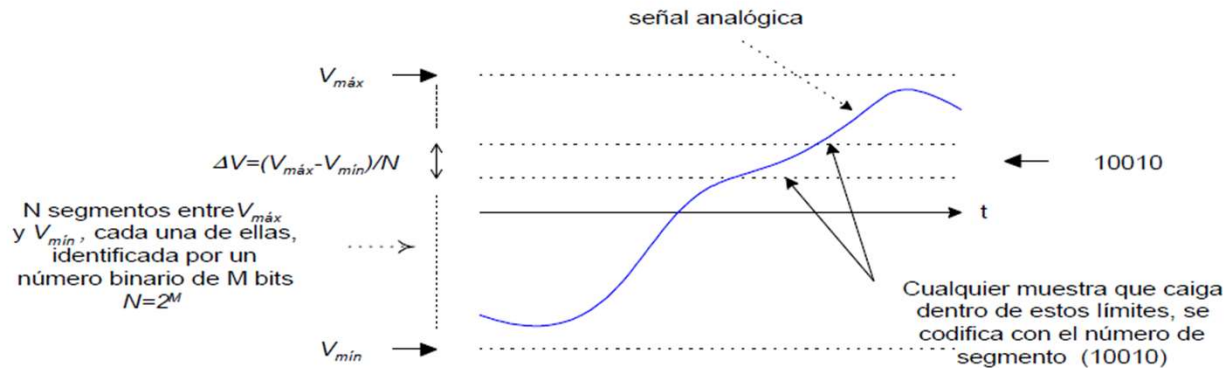


Transmisión Digital de Señales Analógicas

Modulación por Codificación de Impulsos (PCM)

Si se supone que $x(t)$ está limitada en ancho de banda a $\pm B$ Hz y en tensión a $+V_{max}$ y $-V_{min}$ Volts. Se dispone para la codificación de las muestras de M bits.

Como M bits pueden codificarse $N=2^M$ valores diferentes, esto significa que el intervalo entre $+V_{max}$ y $-V_{min}$ puede dividirse en N segmentos. El mecanismo de cuantización decide que, si una muestra está dentro de alguno de estos segmentos, se asigna a la muestra el valor binario correspondiente (caso más simple de cuantificación lineal).

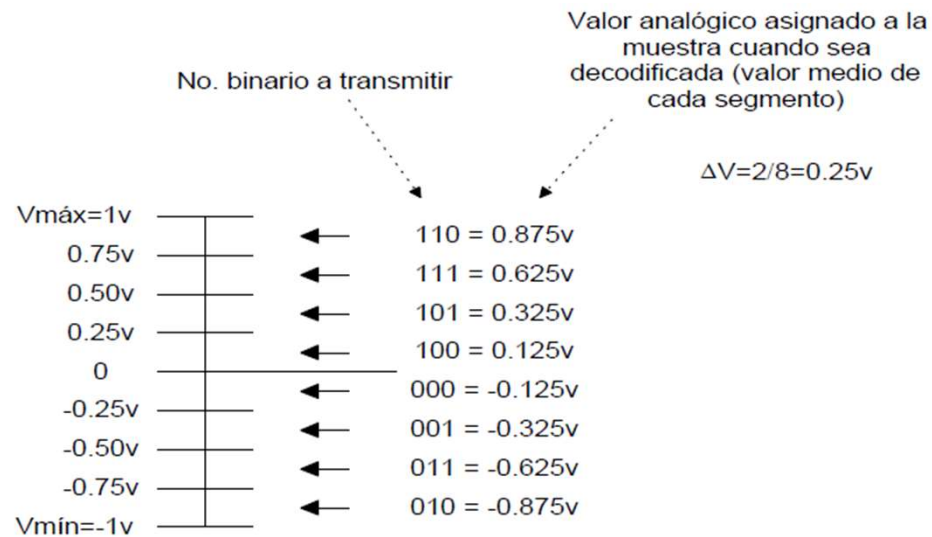




Transmisión Digital de Señales Analógicas

Modulación por Codificación de Impulsos (PCM)

Ejemplo para $M = 3$, $N = 2^3 = 8$

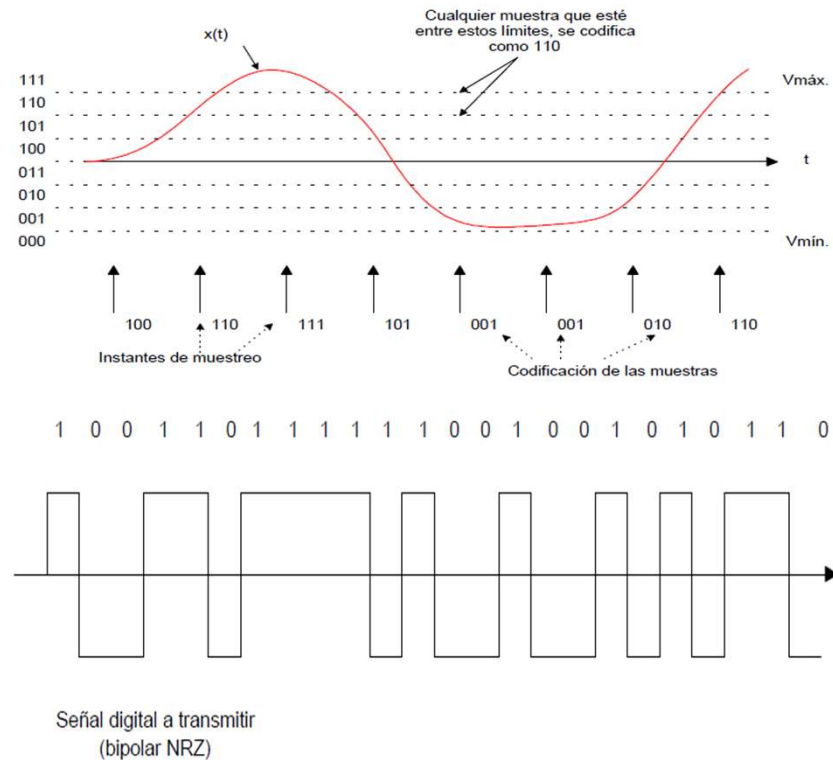




Transmisión Digital de Señales Analógicas

Modulación por Codificación de Impulsos (PCM)

Ejemplo para $M = 3$, $N = 2^3 = 8$. Si una muestra determinada vale p.ej. $0.24v$ será codificada y reconstruida como de $0.125v$, lo mismo que una de $0.05v$, etc

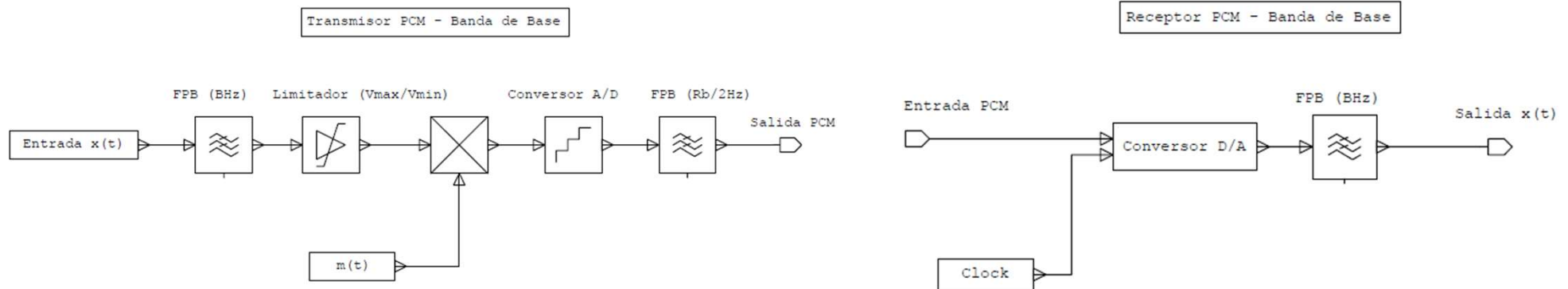




Transmisión Digital de Señales Analógicas

Detección y Error de Cuantización

En el extremo receptor, un conversor D/A transforma el grupo de bits correspondiente a cada muestra en un pulso de amplitud correspondiente al valor binario de la muestra y se regenera, aproximadamente, la señal PAM original. Un posterior filtrado recupera la señal original $x(t)$. La diferencia entre las muestras originales y las reconstruidas puede tomarse, a los efectos del análisis del error de cuantificación, como una señal de ruido que altera el mensaje original. Las muestras decodificadas se consideran muestras exactas de una señal $x_c(t) = x(t) + \varepsilon(t)$, donde $\varepsilon(t)$ es el llamado ruido de cuantificación y $x_c(t)$ es una señal que únicamente toma los valores discretos del cuantizador.

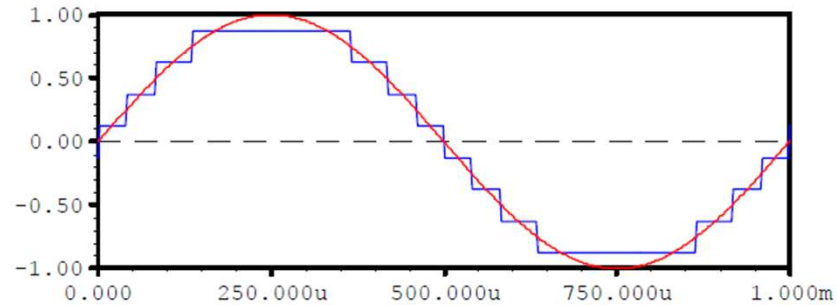




Transmisión Digital de Señales Analógicas

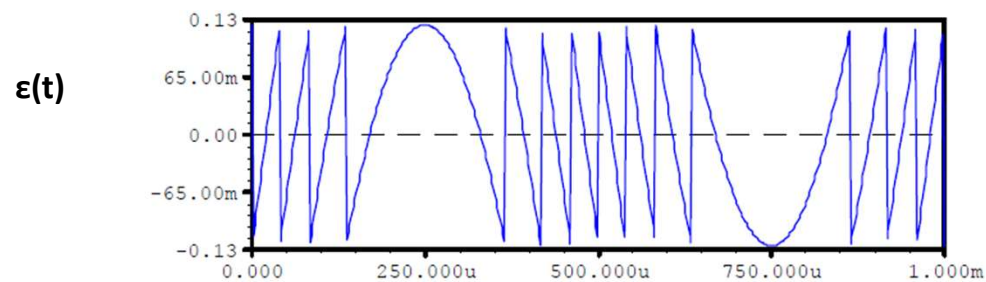
Detección y Error de Cuantización

Ejemplo: Gráfico para $x(t)=\text{sen}(2\pi 1000\text{Hz}\cdot t)$ y $x_c(t)$, cuantificación a 8 niveles ($M=3$)



$$\varepsilon(t)_{\text{rms}} = \frac{\Delta V}{\sqrt{12}}$$

Error de Cuantificación

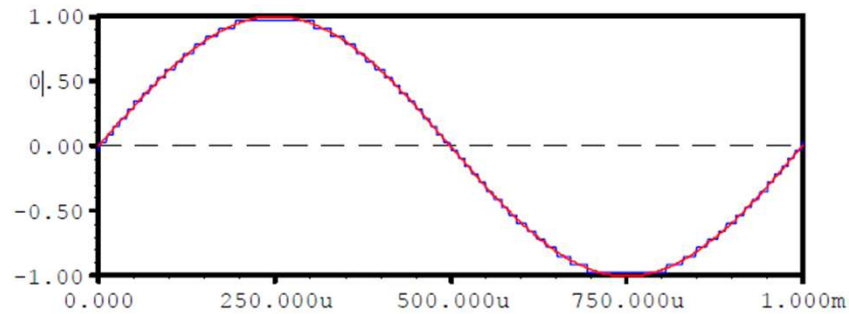




Transmisión Digital de Señales Analógicas

Detección y Error de Cuantización

Ejemplo: Idem que antes con **32** niveles de cuantificación ($M=5$)



Error de Cuantificación, notar disminución de amplitud con respecto a $M=3$

