

# SEÑALES ELÉCTRICAS

## Tema 1: Señales eléctricas en dominio de tiempo,

Clasificación de señales eléctricas en dominio de tiempo: Transitorias, Permanentes, Determinísticas, Aleatorias. Valor instantáneo, y promedios temporales: valor eficaz, potencia, energía. Señales aleatorias, promedios estadísticos. Funciones de probabilidad acumulativa y densidad de probabilidad. Procesos ergódicos.

# SEÑALES ELÉCTRICAS

## *CLASIFICACIÓN DE LAS SEÑALES EN EL TIEMPO:*

*A). De acuerdo a su duración temporal:*

**1. Transitorias** (energía finita), Señales de Energía. Ej.: Un pulso de corta duración.

**2. Permanentes** (energía infinita, potencia finita), Señales de potencia, Ej. portadora de AM. ( La tensión de alimentación de 220V, NO es un ejemplo válido, por no ser una "señal")

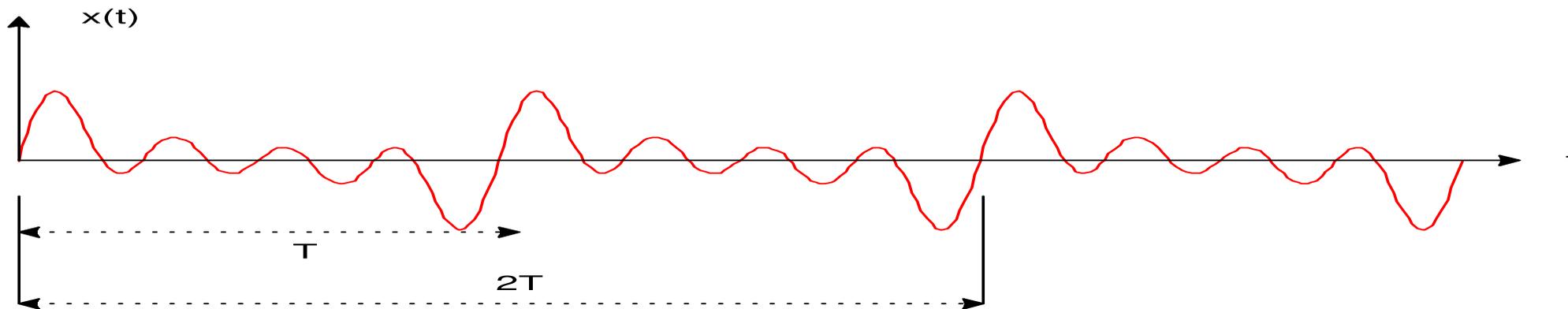
(Tiempos característicos)

**1.1.- Señal transitoria**, existe (toma valores significativos) durante un intervalo de tiempo finito:



**1.2.- Señal permanente y periódica:** Caso particular de señal permanente, cumple que, para cualquier valor de  $t$   $x(t) = x(t \pm nT)$ , donde  $T$  es una constante positiva real y  $n$  entero  $\geq 1$

El período fundamental de la señal es  $T$  ( $n=1$ ) y su inversa, la frecuencia fundamental  $f_0 = \frac{1}{T}$



Caso mas simple y conocido de señal periódica son las funciones armónicas seno/coseno:

$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t \pm \phi)$  . La amplitud máxima de la señal es  $A$  y su período fundamental  $T = \frac{2\pi}{\omega_0} \cong \frac{1}{f_0}$

# SEÑALES ELÉCTRICAS

## *CLASIFICACIÓN DE LAS SEÑALES EN EL TIEMPO:*

*B. De acuerdo con la factibilidad modelado matemático:*

**3. Determinísticas**, pueden expresarse matemáticamente, con funciones conocidas (seno, coseno, exponenciales, etc). Pueden ser transitorias, periódicas, cuasiperiódicas o caóticas.

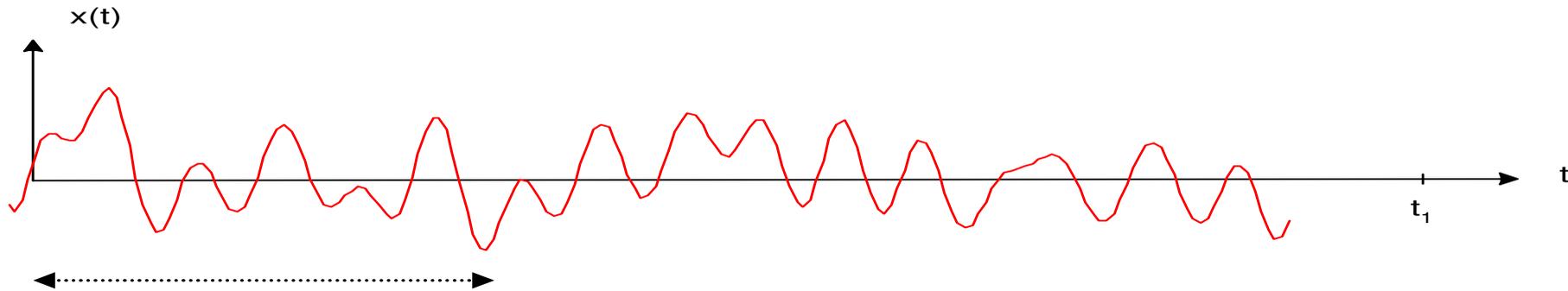
$$\text{Ej. } x(t) = 10 \cdot e^{-at} \cdot \sin(\omega t) + 4 \cdot \cos(\omega t)$$

Dado cualquier  $t$  puedo conocer  $x(t)$

**4. Aleatorias**, no pueden expresarse matemáticamente de forma cerrada. Se usa la estadística y las probabilidades. Ej. La voz, el ruido térmico, video, etc.

(Todas las señales eléctricas, físicamente posibles son transitorias, lo de "permanente" es una aproximación. Se las considera en esta categoría si existen durante un tiempo suficientemente largo, pero finito)

**1.3.- Señal aleatoria:** caso particular de señal permanente, no tiene expresión matemática explícita,  $x(t_1) = ?$



Ejemplo de señales aleatorias: audio, video, etc

Veremos que las medidas de estas señales de mayor interés:

**(dc ó ac) valor eficaz, energía y potencia son medidas estadísticas.**

**Se calculan encontrando algún valor medio, y la desviación estándar.**

# *Clasificación de señales eléctricas en dominio de tiempo*

1. Transitorias

*Tiempos característicos*

2. Permanentes

3. Determinísticas

*Predictibilidad vs. desconocimiento*

4. Aleatorias.

*¡Todas las señales prácticas tienen una cuota intrínseca de determinismo y otra de aleatoriedad!*

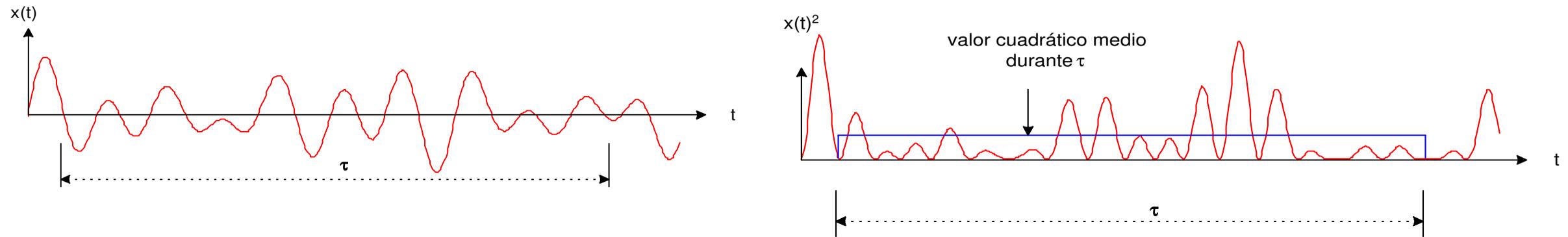
# Ruido...

¿Qué es?

¿Cómo afecta al mensaje?

¿Cómo compararlo con la señal?

# Promedios Temporales



Estas definiciones son válidas para todo tipo de señales, esto es, transitorias, permanentes, determinísticas y aleatorias.

valor instantáneo de la señal =  $x(t)$

valor medio durante el tiempo  $\tau$  :  $x_{mz} = \langle x \rangle = \frac{1}{\tau} \cdot \int_{\tau} x(t) \cdot dt$

valor cuadrático medio durante el tiempo  $\tau$  :  $\langle x^2 \rangle = \frac{1}{\tau} \cdot \int_{\tau} x(t)^2 \cdot dt$

valor eficaz durante el tiempo  $\tau$  :  $x_{ef} = \sqrt{\langle x^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \cdot \int_{\tau} x(t)^2 \cdot dt}$

Formalmente, en las definiciones anteriores  $\tau \rightarrow \infty$ . En la práctica se lo debe elegir de acuerdo a lo que se busque medir en función de las características de la señal.

Para las **señales periódicas**, basta tomar  $\tau = T$  donde  $T$  es el período fundamental y las definiciones de los valores medio, cuadrático medio y eficaz son:

$$x_m = \langle x \rangle = \frac{1}{T} \int_T x(t) \cdot dt \quad \langle x^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_T x(t)^2 \cdot dt \quad x_{ef} = \sqrt{\langle x^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T x(t)^2 \cdot dt}$$

Notar que el valor eficaz de un voltaje o corriente no es otra cosa que la raíz del valor cuadrático medio

En aplicaciones eléctricas,  $x(t)$  es generalmente una señal corriente o tensión físicamente posible, es decir que  $x(t)$  debe ser (a) Función real y continua, (b) Limitada en tiempo, (c) Limitada en amplitud.

Para simplificar modelos o manipulaciones matemáticas que se aproximen a la realidad, en algunos casos se utilizan modelos de señales no realizables físicamente (complejas, discontinuas, etc.). Para las señales reales, cuando se expresan como complejos aparecen en la forma de complejos conjugados, cuya suma siempre es real.

## POTENCIA Y ENERGÍA DE SEÑALES, RELACIÓN CON LOS PROMEDIOS TEMPORALES

**1.4.1 Potencia** la energía no es práctica para las señales permanentes, se define la potencia.

Si  $x(t)$  representa una tensión desarrollada sobre una resistencia de  $R$  ohm, la **potencia instantánea**

disipada en  $R$  será: 
$$p(t) = \frac{x(t)^2}{R}$$

mientras, si es una corriente que circula por  $R$  ohm 
$$p(t) = R \cdot x(t)^2$$

La **potencia media** disipada en  $R$  durante un tiempo  $\tau$  por  $x(t)$  está definida por:

$$P_{m,\tau} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{\tau} \int_{\tau} x(t)^2 \cdot dt = \frac{\langle x^2 \rangle}{R} \quad \circ \quad P_{m,\tau} = R \cdot \frac{1}{\tau} \int_{\tau} x(t)^2 \cdot dt = R \cdot \langle x^2 \rangle$$

según  $x(t)$  sea una señal de tensión o corriente.

Vemos que la potencia media no es otra cosa que el valor cuadrático medio dividido o multiplicado por la resistencia.

mientras que la energía disipada es:

$$E_{\tau} = \frac{1}{R} \cdot \int_{\tau} x(t)^2 \cdot dt = \frac{\langle x^2 \rangle \cdot \tau}{R} \quad \circ \quad E_{\tau} = R \cdot \int_{\tau} x(t)^2 \cdot dt = R \cdot \langle x^2 \rangle \cdot \tau$$

En la literatura, es común definir como la “potencia” o “energía” de  $x(t)$  a las expresiones de arriba, suponiendo un valor normalizado de  $R$  igual a 1 ohm. Bajo ésta suposición, la unidad de  $\langle x^2 \rangle$ ,  $[volt^2]$  o  $[amp^2]$  se toma como equivalente a  $[Watt]$ , mientras que la de  $\langle x^2(t) \rangle \cdot \tau$   $[volt^2 \cdot seg]$  o  $[amp^2 \cdot seg]$  se toma como equivalente a  $[Watt \cdot seg]$  o  $[Watt/Hz]$ .

## POTENCIA DE LAS COMPONENTES DE ALTERNA Y CONTINUA

Por ej. el caso de la señal eléctrica  $x(t)$  que tiene componentes de corriente alterna y continua, tal que:  $x(t) = x_o + x_{ac}(t)$ , se puede simplificar la notación haciendo  $x(t) = x$  se tiene que :

$$\begin{aligned}x_o &= \langle x \rangle && \text{(valor de la componente continua de } x(t)\text{)} \\x_{ef} &= (\langle x^2 \rangle)^{1/2} && \text{(valor eficaz de } x(t)\text{)} \\x_{ef\_ac} &= (\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2)^{1/2} && \text{(valor eficaz de la componente alterna de } x(t)\text{)}\end{aligned}$$

## POTENCIA DE LA SUMA DE SEÑALES

Para  $x(t) = y(t) \pm z(t)$  se puede demostrar que el valor medio de la suma es la suma de los valores medios:

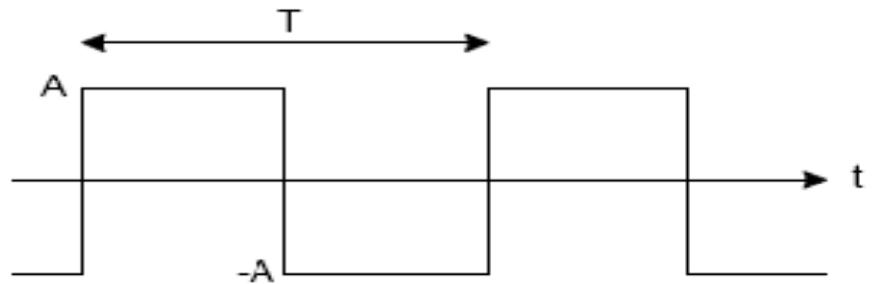
$\langle x \rangle = \langle y(t) \pm z(t) \rangle = \langle y \rangle \pm \langle z \rangle$  La componente media o de continua de la suma es la suma de las componentes continuas individuales.

$\langle x^2 \rangle = \langle (y(t) \pm z(t))^2 \rangle = \langle y^2 \rangle + \langle z^2 \rangle \pm 2\langle y.z \rangle$ , para el caso particular que  $\langle y.z \rangle = 0$  (señales ortogonales) se tiene que:

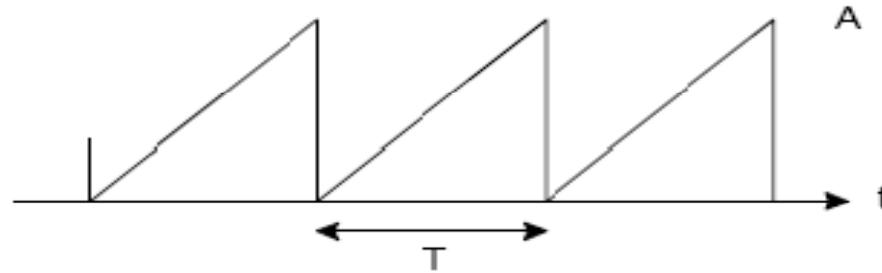
$\langle x^2 \rangle = \langle (y(t) \pm z(t))^2 \rangle = \langle y^2 \rangle + \langle z^2 \rangle$ , en este caso se dice que  $x(t)$  e  $y(t)$  son incoherentes u ortogonales y la

potencia de la suma (o resta) es la suma de las potencias individuales. Se puede tomar como definición de incoherencia u ortogonalidad de dos señales cuando se cumple que:  $\langle x.y \rangle = 0$ . P.ej. dos señales armónicas de distinta frecuencia que es el caso de la Serie y la Transformada de Fourier.

Calcular el valor medio, eficaz y eficaz de alterna



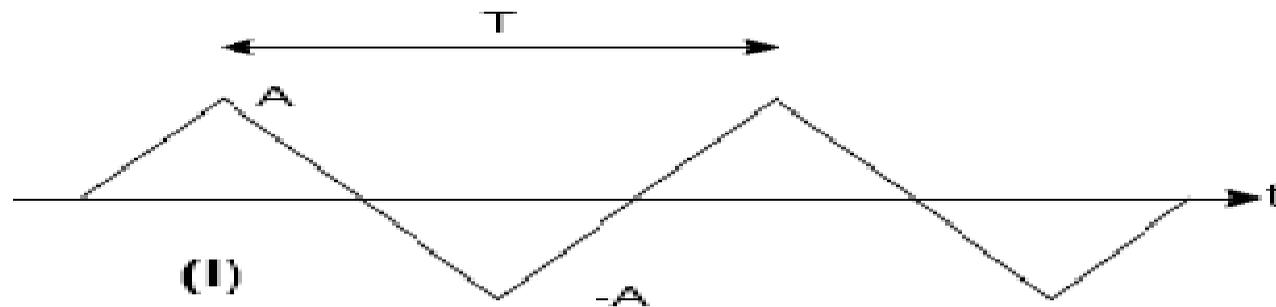
EJEMPLO: Calcular el valor medio, eficaz y eficaz de alterna



$$x_{med} = \frac{1}{T} \cdot \frac{AT}{2} = \frac{A}{2} \quad , \quad x_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{A \cdot t}{T} \right)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \frac{A^2 T}{3}} = \frac{A}{\sqrt{3}}$$

$$x_{ef\_ac} = \sqrt{\frac{A^2}{3} - \frac{A^2}{4}} = \frac{A}{\sqrt{12}}$$

EJEMPLO: Calcular el valor medio, eficaz y eficaz de alterna



(I) La función es periódica, entonces:

$$x_{med} = \langle x \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_T x(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot (\text{área de 1 período de } x(t)) \quad \text{Cero en este caso}$$

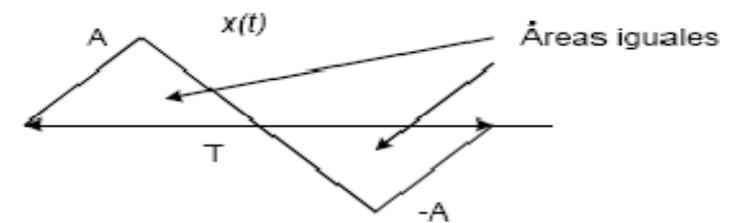
$$x_{ef} = \sqrt{\langle x^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_T x(t)^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot (\text{área de 1 período de } x(t)^2)}$$

$$y \quad x_{ef\_ac} = \sqrt{x_{ef}^2 - x_{med}^2}$$

Por simetría de la forma de onda, se ve que:

$$x_{med} = 0$$

$$x_{ef} = \sqrt{\frac{2}{T} \cdot \int_0^{T/2} A^2 \cdot \left(1 - \frac{4}{T}t\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{T} \cdot \frac{A^2 T}{6}} = \frac{A}{\sqrt{3}} \quad y \quad x_{ef\_ac} = x_{ef} = \frac{A}{\sqrt{3}}$$



# RESUMEN

1. Las señales se denominan ESTACIONARIAS, PERMANENTES, DETERMINÍSTICAS y ALEATORIAS; sin embargo... todas las señales prácticas son transitorias y con una mezcla de determinismo y aleatoriedad.
2. Las señales tienen tiempos característicos que, en cada caso, se toman como referencia para separar entre “largo”, “corto” o “permanente”.
3. El ruido y la interferencia tienden a destruir la señal. Cuanto mayor sea el contraste entre señal y ruido, más eficaz resulta la comunicación.
4. Para formar los símbolos que constituyen un mensaje -hacen falta al menos 2- debe cambiar alguna característica de la señal: amplitud, potencia, frecuencia... forma. Éstos resultan asociados a parámetros calculables de la señal, como son (entre otros) los Promedios Temporales.
5. El valor cuadrático medio está asociado a la potencia de una señal eléctrica. El valor eficaz de alterna de una señal eléctrica está asociado a la diferencia entre valor cuadrático medio y el cuadrado del valor medio.