SEÑALES ELÉCTRICAS
Práctica de Ejercicios n° 5, Tema 2, 3 y 4

Miércoles 03 de mayo de 2023
Lunes 08 de mayo de 2023

Objetivo: Comparar algunos espectros de frecuencia teóricos vs. los obtenidos con la DFT. Practicar numéricamente con la integral de convolución, su interpretación gráfica y su utilidad en los procesos de filtrado. Experimentar con algunos detalles no obvios del funcionamiento de la DTF. Usar la DFT para calcular espectros aproximados de señales de energía y de señales potencia. Experimentar con el concepto de fase lineal. Comparar un par de filtros llamados "de fase lineal". Practicar con la síntesis de señal mediante convolución y la FFT inversa.

1) Función "fft" (librería scipy), dimensionado de ejes.

- **a)** Utilizando Python genere 2 segundos de una señal senoidal de 5 Hz, muestreada a 1 kHz. Haga el plot correspondiente.
- **b)** Use la función "fft", del módulo fft, de la librería scipy, para calcular el espectro de esa señal discretizada. Visualice el espectro de amplitud y el de fase.
- **c)** Construya un nuevo plot en el que puedan leerse las frecuencias y amplitudes correctas según la duración de la muestra de señal y la frecuencia de muestreo indicadas en el ítem a.

  Para esto puede usar, por ejemplo, el método "fftfreq". Comente cómo realizaría la gráfica si no dispusiera del mencionado método.
- **d)** Repita para una señal conteniendo 3 sinusoidales de distintas amplitudes.

2) Suponga dos señales "pulso rectangular" periódicas, con un ciclo activo de 1/4; la primera centrada en el origen y la segunda con el flanco ascendente en t=0. (Es decir, con un retardo de tau/2 con respecto a la primera)

- **a)** Encuentre el espectro teórico de cada una de estas señales periódicas. Para calcular el espectro de la segunda señal, recuerde la propiedad de desplazamiento en el tiempo.
- **b)** Explique cómo difieren los espectros de fase entre las dos señales.
- **c)** Encuentre las DTF de las dos señales (partes real e imaginaria y también módulo y fase). Comente las diferencias entre el espectro de fase teórico y el obtenido numéricamente con la FFT.

3)

- **a)** Grabe una señal de audio de alrededor de 2 segundos. Aplique la FFT y observe el espectro.

  Nota: Utilice la función brindada por la cátedra.
- **b)** Contamine la grabación con ruido blanco, y con una onda senoidal de 400Hz, ambas 10dB por debajo de la señal grabada.

- Escuche y reconozca las partes que componen la grabación original y la contaminada.
- Encuentre el espectro con la FFT, y compare con el del ítem "a".

c) Discuta cómo puede hacerse para reducir el efecto de las señales espurias y recuperar lo mejor posible la señal grabada originalmente mediante el uso de la DFT y de DFT inversa.

4) Si de una señal temporal se toma una muestra discreta de N puntos, y luego se busca su espectro de frecuencias mediante la FFT ocurre que, según la cantidad de muestras utilizadas, el espectro obtenido resulta diferente.

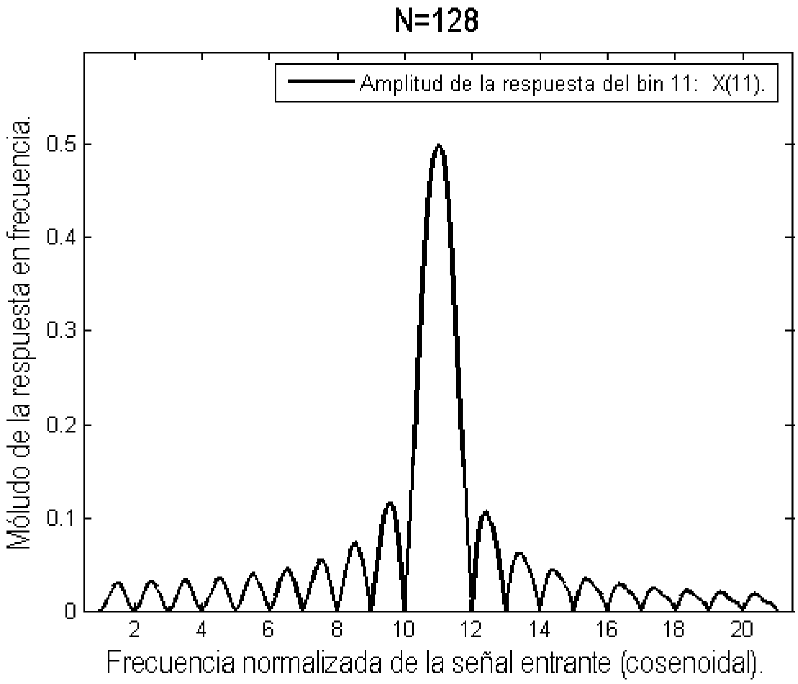
- Observe el mencionado efecto considerando una señal periódica cuadrada, adoptando N1=100 y N2=200. (Basta comparar desde CD hasta la armónica 11 o 12).

5) Cada componente k-ésima encontrada mediante la DFT, viene calculada mediante la expresión:

$$X(k) = \frac{1}{N} * \sum_{n=1}^{N} x(n) * e^{-j*2*pi*(k-1)*\frac{n-1}{N}}$$

Este algoritmo hace funcionar cada bin de la FFT como un filtro pasabanda centrado en $f_k = k*f_{samp}$. El mismo no resulta perfecto, es decir que cualquier señal senoidal "x(t)" alejada de la frecuencia $k*f_{samp}$ produce de todos modos una amplitud de X(k) que no es nula.

Grafique la correspondiente "respuesta en amplitud" de un bin (k-ésimo) para señales de entrada cosenoidales, con frecuencias en un entorno de $k*f_{samp}$. Por ejemplo: N=128, k=11, duración de la señal=1 seg.



6) Use el archivo .ipynb compartido por la cátedra para visualizar el producto de convolución de un pulso rectangular y una señal con forma de "aleta de tiburón".

a) Verifique la conmutatividad del proceso de convolución.

b) Verifique que la operatoria para señales no-causales y para las causales es la misma.

c) Pruebe con otras señales también. Para construir las señales a convolucionar puede usar el método compartido por la cátedra llamado ***obtener_funcion_deseada()***.

7) ¿Cómo modificaría el método ***obtener_convolucion()*** para colocar correctamente el eje del tiempo cuando alguna de las señales convolucionadas es no-causal?

8)

a) Construya los vectores de tiempo y amplitud correspondientes a una señal senoidal de 1kHz de 200ms de duración y, una frecuencia de muestreo de 8192Hz. Use el método **Audio()** del módulo ***IPython.display*** para escuchar la señal.

b) Genere un vector de 30 mil elementos con la función "randn". En la zona media del vector súmele una onda senoidal de 1kHz y 200ms de duración, que tenga la misma potencia media que el ruido. Escuche el resultado de la mezcla.

c) Repita el procedimiento anterior reduciendo paulatinamente la intensidad de la senoidal hasta 14dB por debajo del nivel de ruido. ¿Cuánto vale la relación señal/ruido?

d) Procese las señales compuestas del ítem anterior,

i) Convolucionando con la respuesta de un filtro pasabanda centrado en 1kHz

ii) Encontrando la correlación cruzada entre la señal compuesta y una senoidal de 1kHz y 200ms de duración mediante el uso del método ***obtener_correlacion_cruzada()***.

e) Comente la utilidad de cada uno de los dos tipos de procesamiento.

Código de ejemplo:

%% Respuesta al impulso del pasabanda con fo=1kHz y AB=10Hz, (q=100).
th=0:1/8192:.2;
*h=62.8*exp(-31.4*th).*cos(1000*2*pi*th+.6/57.3);*
figure(6), plot(th,h)

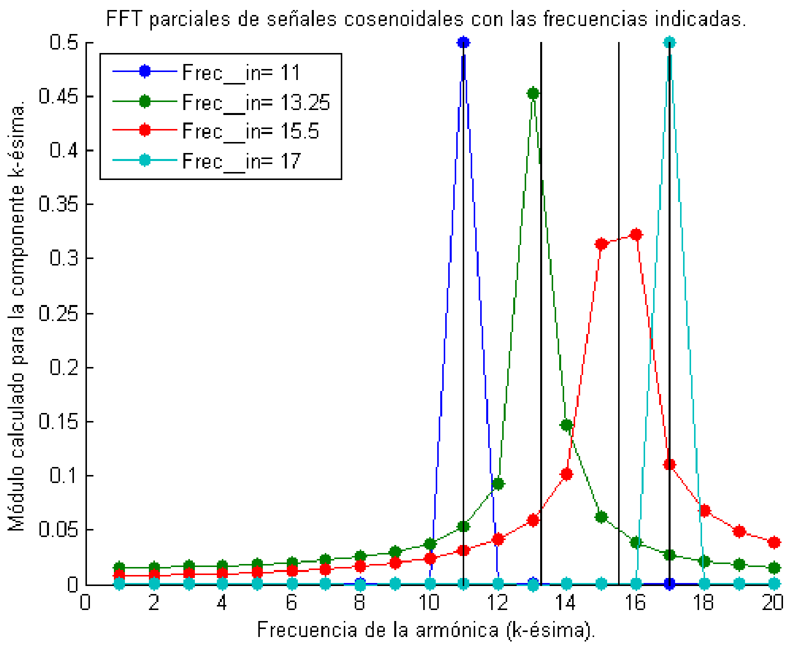
9) Compruebe la respuesta en frecuencia de un bin de la FFT realizada en el problema 5.

Por ejemplo:

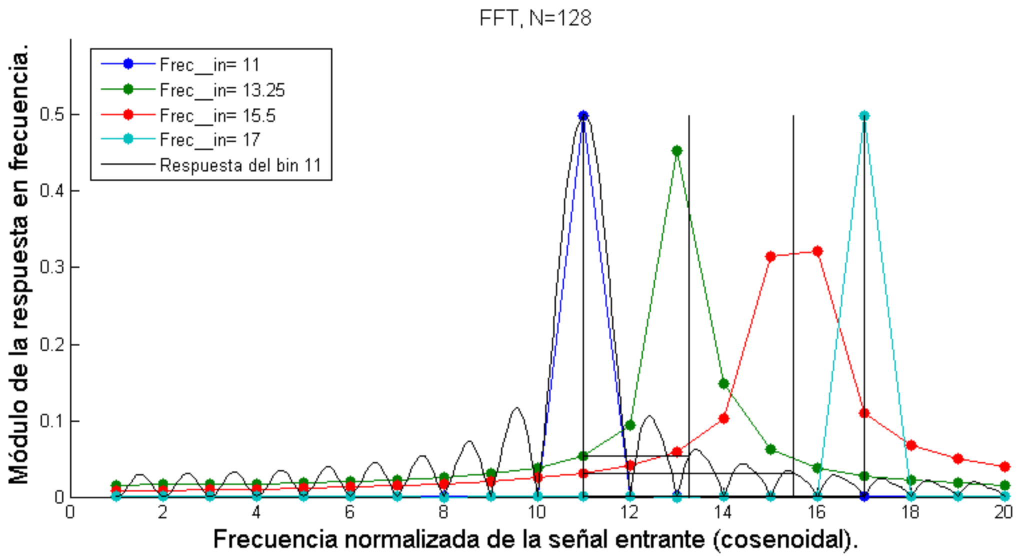
a) Calcule la FFT con 128 muestras de una señal cuya frecuencia corresponde exactamente al bin 11 del espectro a calcular. Repita el cálculo de la FFT, pero para señales cosenoidales cuyas frecuencias no sean múltiplos enteros de la fundamental; por ejemplo 13,25 y 15,5. Grafique los espectros calculados en las cercanías de la onceava armónica.

b) Observe que (para cada señal de entrada con frecuencia no múltiplo de la fundamental) aparece una componente NO NULA en la frecuencia de la armónica número 11.

c) **Note** el fenómeno de "leakage" que ocurre al calcular la DFT de señales con frecuencias no enteras (con respecto a la fundamental), y que consiste en 1) la aparición de componentes espectrales que se sabe no pertenecen a la señal de entrada y 2) la dispersión de la energía en una zona "ancha" del espectro del espectro alrededor se la frecuencia de la señal de entrada.

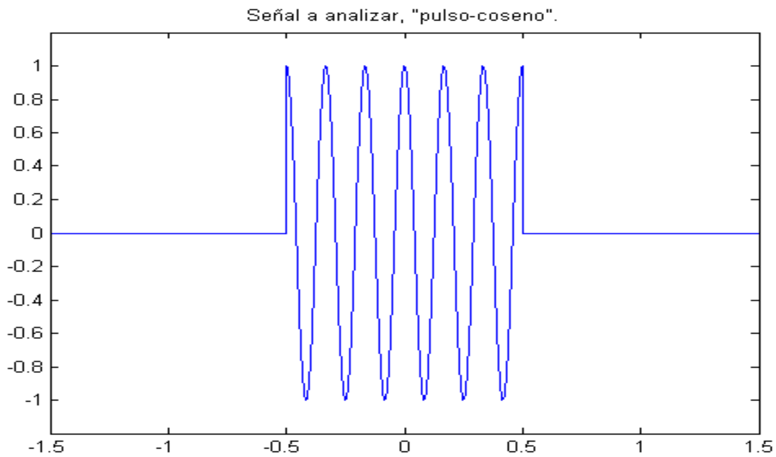


d) Note que las amplitudes calculadas en el bin 11, coinciden con las correspondientes a la respuesta en frecuencia calculada en el ejercicio 5 del TP6.

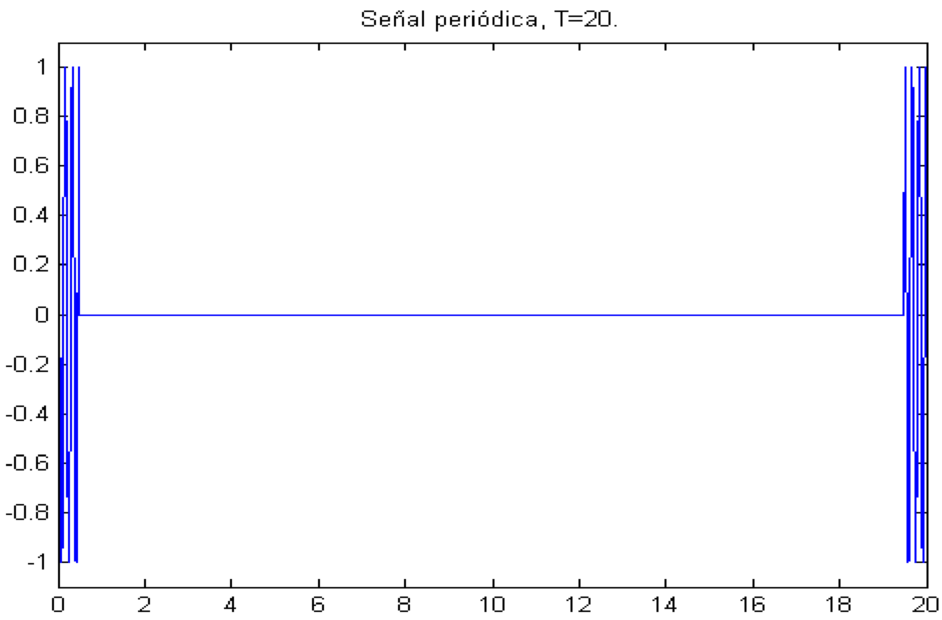


10) Se tiene una señal de energía, de 1 segundo de duración, consistente en 6 ciclos cosenoidales centrados en el origen.

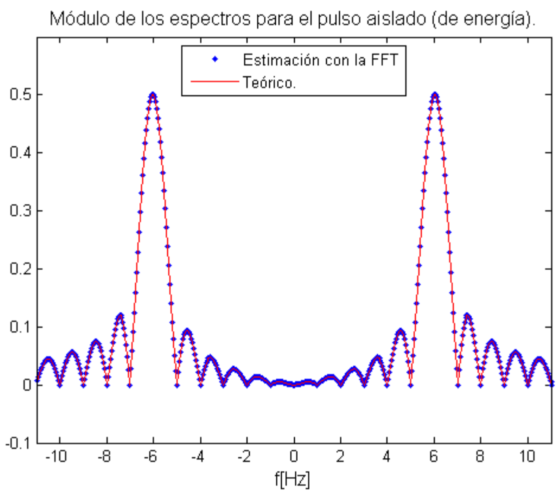
a) Considere a la señal dada como formada por el producto (en el tiempo) de la señal cosenoidal de duración infinita multiplicada por un pulso rectangular de amplitud unitaria.
Encuentre la TdF aplicando la propiedad de "producto en el tiempo - convolución en la frecuencia" la TdF.

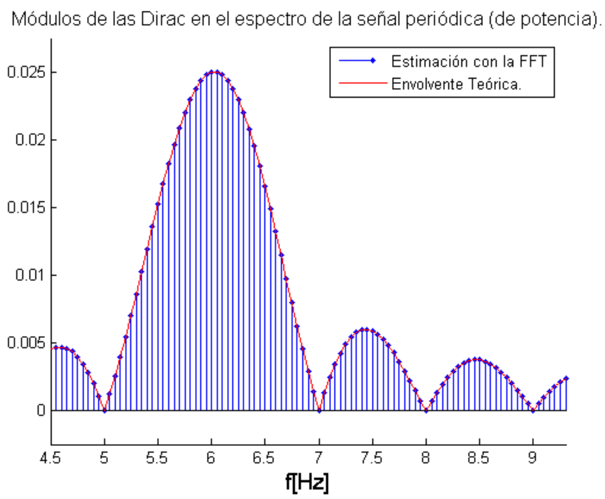


b) ¿Cómo sería el espectro (TdF) de una señal periódica formada por el pulso del ítem anterior repetida cada 20 segundos?



c) Haga una estimación de los espectros utilizando la FFT y compare con los teóricos.

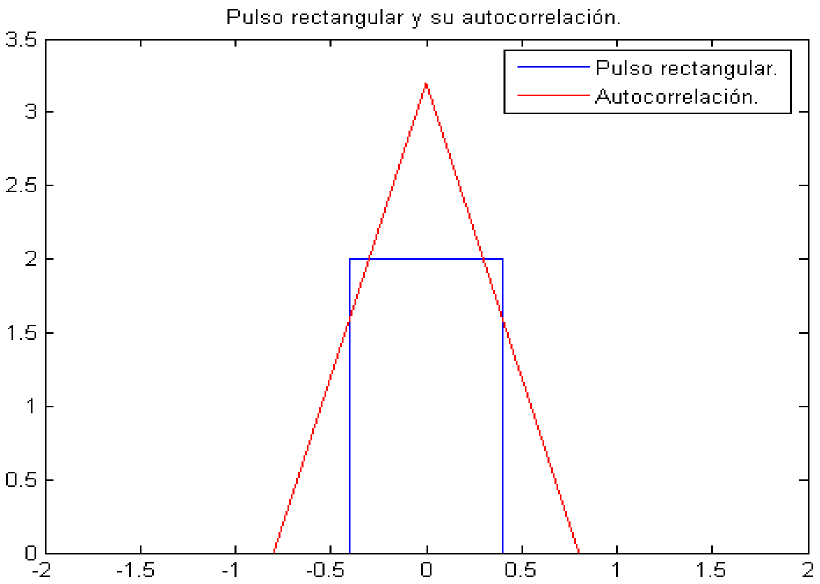




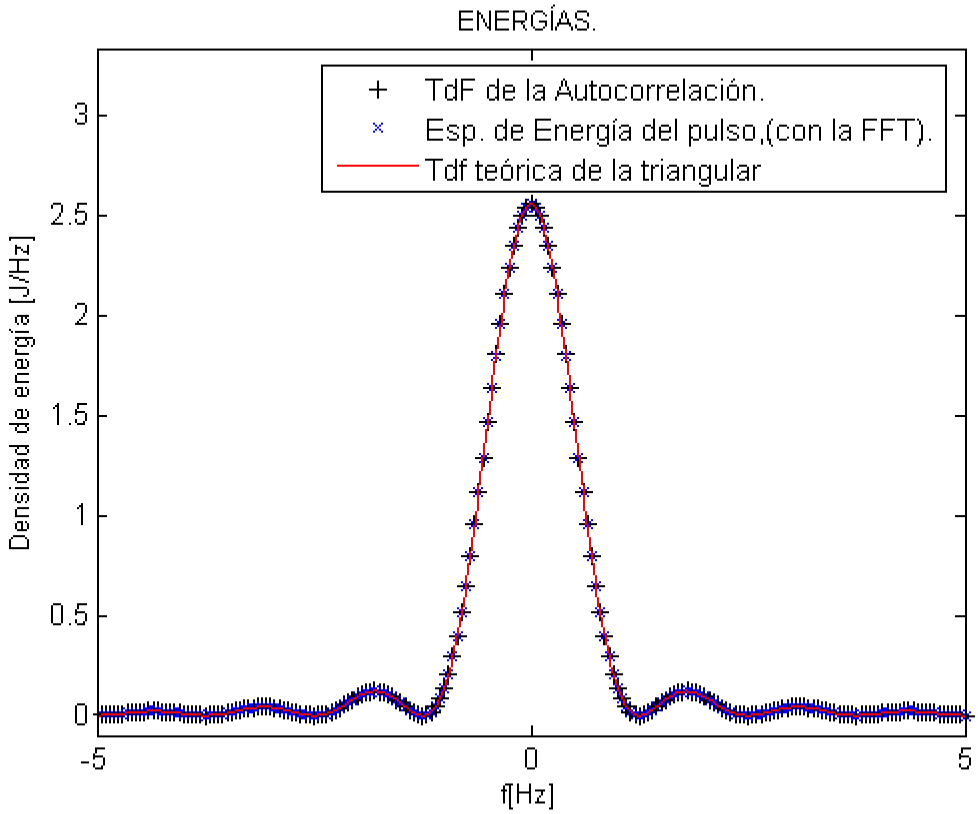
d) Calcule la energía de la señal "a" y la potencia de la señal "b"; primero las teóricas, luego numéricamente a partir de las formas de onda discretizadas y finalmente a partir de los espectros calculados con la FFT.

e) ¿Cómo cambian los espectros si se tienen 6 ciclos senoidales en lugar de los cosenoidales?

11) Para un pulso rectangular aislado (es decir, de energía) se quiere comprobar que el espectro de energía puede calcularse mediante la aplicación de la TdF a la función de autocorrelación. Para ello, desarrolle las consignas "a" y "b" dadas a continuación...

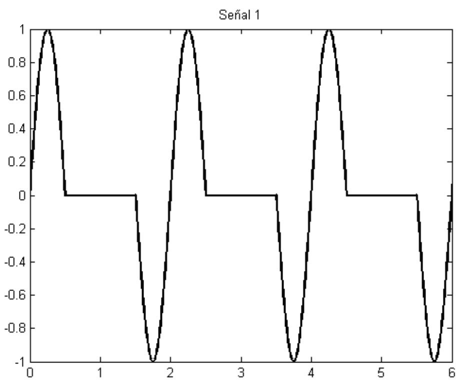


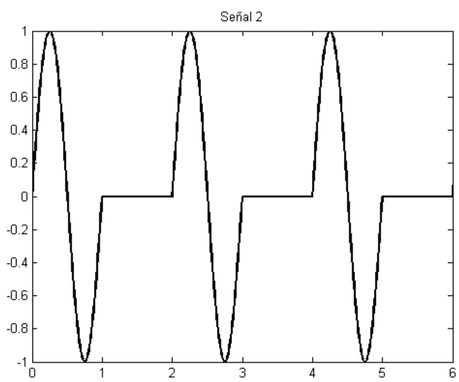
a) Utilizando la FFT, encuentre una aproximación numérica para el espectro de energía del pulso rectangular y para la TdF de la autocorrelación del pulso. Compare con la TdF teórica de un pulso triangular de amplitud y duración apropiado.



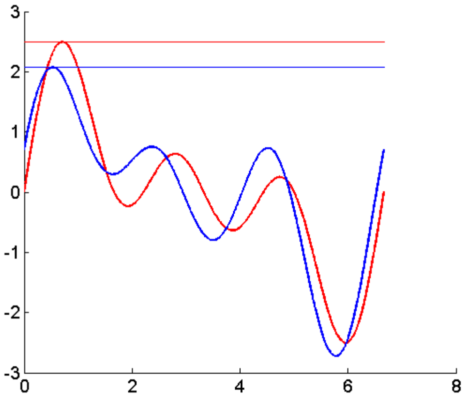
b) Encuentre teóricamente la energía del pulso y compare con el cálculo numérico hecho a partir del espectro de energía aproximado y con la DFT de la autocorrelación.

12) Suponiendo las señales periódicas de las figuras siguientes, encuentre y dibuje las correspondientes DFT; luego, verifique que los módulos de los dos espectros coinciden pero, no así las fases. Comente, explicando el origen de la discrepancia.





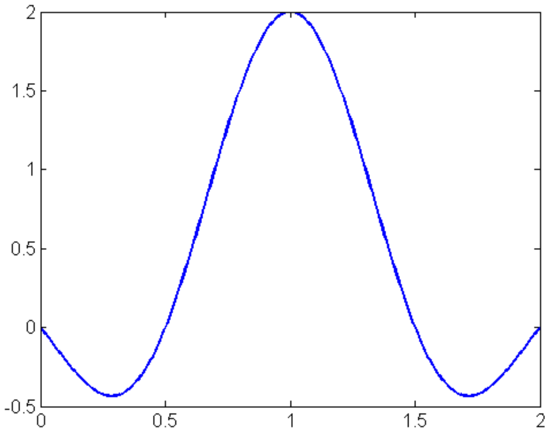
13) Simule el efecto de una distorsión de fase. Para esto puede sumar tres senoidales unitarias de 0.15, 0.30 y 0.45Hz, cambiando la fase de la tercera de cero a 45°. Observe como cambia en consecuencia la forma de onda y el valor de pico de la señal compuesta.



Modificación de la señal por el cambio de fase de una componente.

14) Se sabe que un filtro pasa bajos ideal no es realizable ya que su respuesta al impulso resulta NO causal. Una manera de lograr un filtro aproximado al ideal es tomar una respuesta impulsiva recortada con respecto a la original y "retrasarla" para respetar la condición de causalidad. La fase del filtro resulta lineal con respecto a la frecuencia.

a) Se quiere tener un filtro pasa-bajos con ancho de banda AB=1Hz, y amplitud unitaria. Para esto se quiere conservar el lóbulo principal y los primeros lóbulos laterales de la respuesta al impulso del filtro ideal, con lo que se conservar el 95% de la energía de la respuesta impulsiva. ¿Cuanto será el retardo de tiempo introducido por el filtro aproximado?



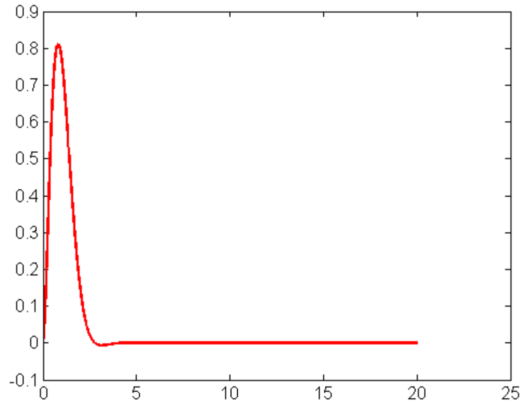
Respuesta al impulso recortada del filtro ideal.

b) Encuentre la respuesta en frecuencia del filtro aproximado mediante la FFT, y compárela con un filtro de Bessel, llamado de "fase lineal", de tercer orden y el mismo retardo de tiempo. ¿Qué tan lineal resulta la respuesta de fase del filtro aproximado?

¿Es más lineal que la respuesta en fase del filtro de Bessel?

Filtro de Bessel normalizado, con retardo de 1 segundo: H(s)=15/(s^3+6s^2+15s+15).

c) Usando la FFT inversa encuentre la respuesta al impulso del filtro de Bessel, y compárela con la del filtro PB ideal aproximado. ¿Cuál de las 2 respuestas le parece a Ud. que representa mejor un elemento con transmisión sin distorsión?



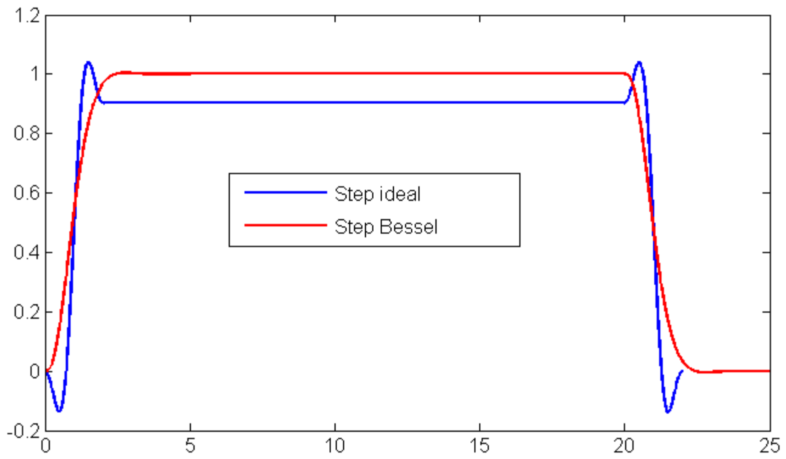
Respuesta al impulso del filtro de Bessel (3°orden)

d) Mediante convolución en el tiempo, encuentre la respuesta al escalón de los dos filtros. Verifique si los valores de estado estacionario coinciden con los esperado a partir de los módulos de las respuestas en frecuencia correspondientes.

Indique cómo se manifiesta (o dónde es medible) el retardo de tiempo teórico en las formas de onda de salida.

(Resulta interesante observar cómo cambia la respuesta al escalón, al ir adoptando aproximaciones al filtro ideal que consideren más lóbulos de la respuesta al impulso).

¿Cuál filtro diría que reproduce mejor la forma de la señal de entrada?



15) Use una señal compuesta como la del ejercicio 1 para excitar los filtros calculados en el ejercicio 2:

a) Calcule las señales de salida mediante el producto en la frecuencia y la FFT inversa.

b) Observe cómo se manifiestan en las formas de onda de salida los retardos de tiempo esperados para cada uno de los filtros. Observe las diferencias de los valores de pico entre una y otras señales.

(Para comparar, conviene colocar en un mismo gráfico la onda de entrada junto con las 2 de salida).

c) Repita usando una frecuencia fundamental igual a 0.05Hz. Compare nuevamente cómo se manifiestan los retardos, y los máximos de las señales de salida.

d) Note que la señales en el tiempo aquí calculadas no tienen transitorio. ¿Por qué?

16) Los dos filtros tratados comparten la idea de diseño de producir un filtrado con baja distorsión. Luego de haber realizado las simulaciones... ¿Puede mencionar similitudes y diferencias de comportamiento entre ellos?.