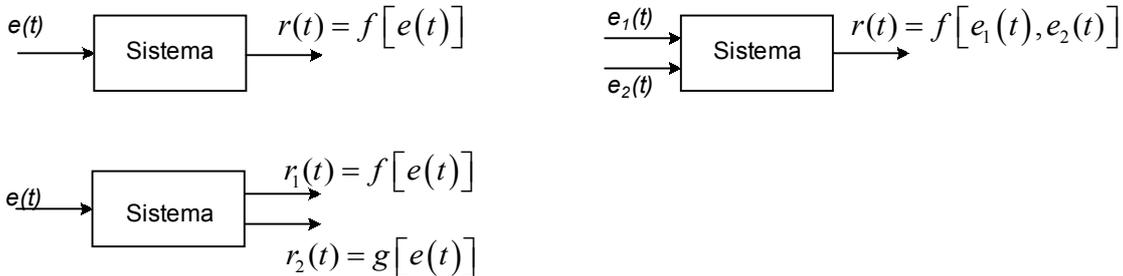


3.- Sistemas

La(s) salida(s) de un sistema es función de la(s) entrada(s) aplicada, útil para analizar o diseñar sistemas complejos a partir de otros (sub-sistemas) mas sencillos.



De acuerdo al número de entradas/salidas: sistemas de dos puertas (cuadripolo) o multi-puertas. Si el sistema es estable debe cumplirse que : (a) no existe señal de salida o respuesta sin excitación (entrada), (b) Siempre la salida es retardada respecto a la entrada, idealmente, el retardo puede ser cero.

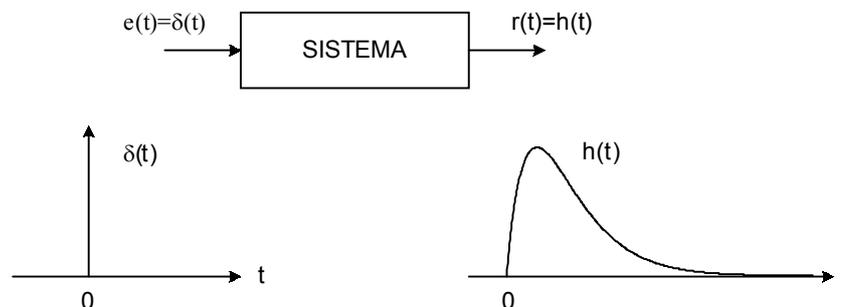
3.1- Transmisión de señales a través de sistemas lineales

Un sistema es lineal si, dado un conjunto de señales de excitación $e_j(t)$ que, individualmente, producen un conjunto de señales de salida $r_j(t)$, se cumple que la salida para una excitación $e(t) = \sum_j e_j(t)$ es $r(t) = \sum_j r_j(t)$

- principio de superposición - .Un sistema cuya salida está relacionada con la entrada a través de una ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes es lineal, p.ej. un circuito con componentes invariantes en tiempo R-L-C mas eventuales generadores dependientes lineales es un sistema lineal. En ése caso se cumple:

	entrada	salida
1	$e(t)$	$r(t)$
2	$k.e(t)$	$k.r(t)$
3	$k.e(t - \tau)$	$k.r(t - \tau)$
4	$k \cdot \frac{d}{dt} .e(t)$	$k \cdot \frac{d}{dt} .r(t)$
5	$k \cdot \int_{-\infty}^t e(z).dz$	$k \cdot \int_{-\infty}^t r(z).dz$

Un parámetro importante para caracterizar un sistema lineal de dos puertas es su respuesta a un impulso de Dirac :



Conociendo la respuesta de un sistema al impulso, puede predecirse la respuesta a una excitación arbitraria, ésta

puede ponerse como: $e(t) \approx \sum_k e(k.\Delta t).\Delta t.\delta(t - k.\Delta t)$. La respuesta a cada uno de los impulsos de la suma será

$r(t) \approx \sum_k e(k.\Delta t).\Delta t.h(t - k.\Delta t)$ y si $\Delta t \rightarrow 0$ y $k \rightarrow \infty$, la suma se transforma en una integral $\sum_k \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty}$ y

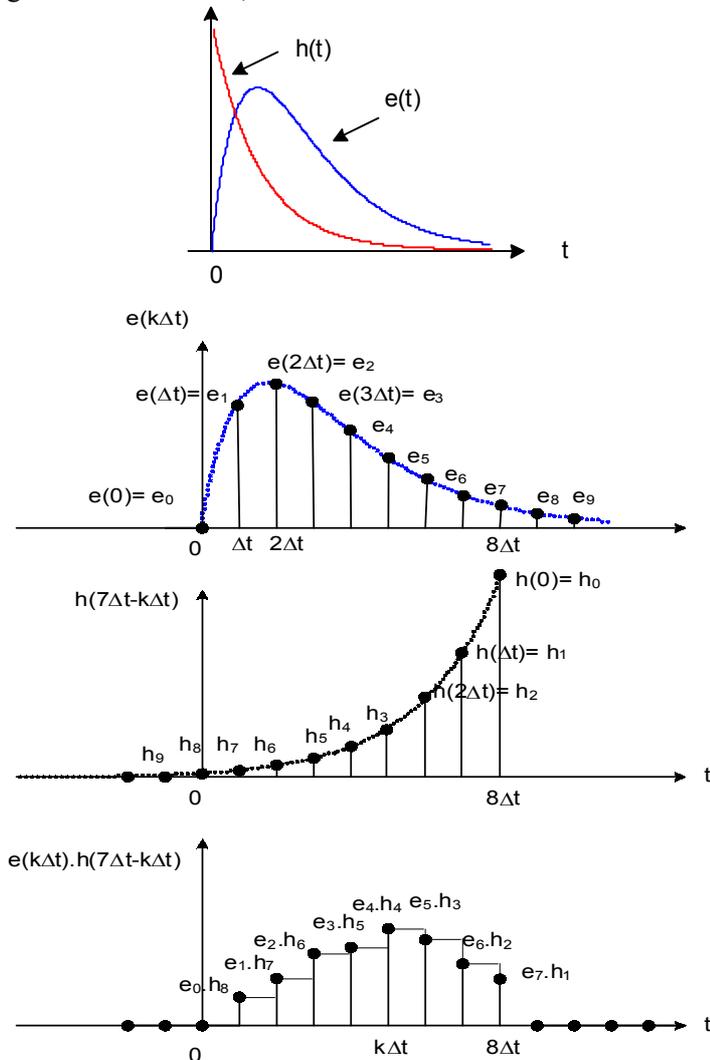
$k.\Delta t \rightarrow \lambda$ resultando que $e(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e(\lambda).\delta(t - \lambda).d\lambda = e(t)$ y $r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e(\lambda).h(t - \lambda).dz = e(t) * h(t)$

La respuesta de un cuádrupolo lineal a una excitación es el producto de convolución de la excitación con la respuesta al impulso del cuádrupolo. En un sistema físico realizable y estable, la respuesta del sistema siempre debe producirse después de la excitación (principio de causalidad). Suponiendo $t=0$ el instante en que se inicia la señal $e(t)$ la ecuación anterior queda:

$$r(t) = \int_0^{\infty} e(z).h(t - z).dz = \int_0^{\infty} h(z).e(t - z).dz \quad \text{y } r(t) \text{ existe para } t > 0.$$

3.1.1.- Convolución discreta

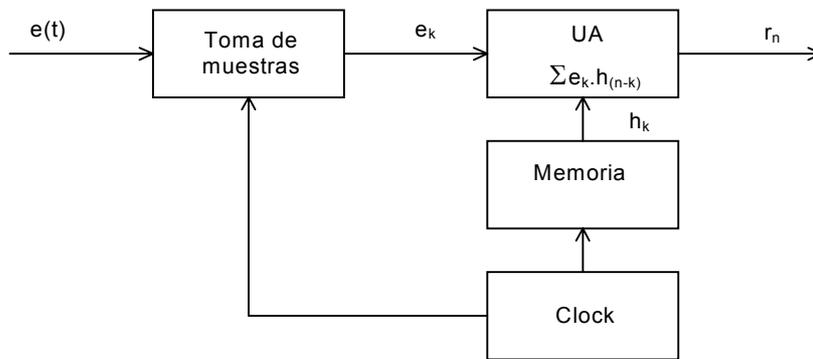
Si se dispone de un número suficiente de muestras de $e(t)$ y $h(t)$ tomadas cada Δt seg, es posible calcular en forma discreta la integral de convolución, siendo el resultado también discreto:



$$r(n.\Delta t) \cong \sum_{k=0}^{n-1} e(k.\Delta t).h(n.\Delta t - k.\Delta t).\Delta t = \sum_{k=0}^{n-1} e(k.\Delta t).h((n-k).\Delta t).\Delta t, \quad r_n = \Delta t. \sum_{k=0}^{n-1} e_k.h_{(n-k)} = \Delta t. \sum_{k=0}^{n-1} e_{(n-k)}.h_k,$$

donde e_x , h_x y r_x son las muestras en los instantes $x\Delta t$ de $e(t)$, $h(t)$ y $r(t)$

Esta operación puede realizarse en tiempo real utilizando componentes electrónicos adecuados (muestreadores, microprocesadores o unidades aritméticas) haciendo posible la síntesis de funciones de transferencia inviábiles con métodos canónicos.



3.1.2 Análisis en frecuencia

Como $r(t) = e(t) * h(t)$, si el espectro de $e(t)$ es $E(f)$ se tendrá que $R(f) = E(f).H(f)$, donde $H(f)$, la función transferencia del sistema, es la T. de Fourier de $h(t)$. La función transferencia $H(f)$ es, en general, compleja: $H(f) = \text{Re}[H(f)] + j \text{Im}[H(f)] = |H(f)|.e^{j\Phi(f)}$ donde, para cuadripolos realizables, $\text{Re}[H(f)]$ y $|H(f)|$ son funciones pares e $\text{Im}[H(f)]$ y $\Phi(f)$ impares.

Cuando la señal de entrada es una onda senoidal se tiene que:

$$e(t) = A. \cos(2\pi f_0 t) \leftrightarrow \frac{A}{2} [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$$

si $H(f) = |H(f)|.e^{j\Phi(f)}$, el espectro de la respuesta será:

$$R(f) = |H(f_0)|. \frac{A}{2} [e^{j\Phi(f_0)}.\delta(f - f_0) + e^{-j\Phi(f_0)}.\delta(f + f_0)]$$

y su transformada inversa:

$$\begin{aligned} r(t) &= |H(f_0)|.A. \cos(2\pi f_0 t + \Phi(f_0)) = |H(f_0)|.A. \cos \left[2\pi f_0 \left(t + \frac{\Phi(f_0)}{2\pi f_0} \right) \right] \\ &= |H(f_0)|.A. \cos [2\pi f_0 (t - \tau_c)] \end{aligned}$$

La respuesta es idéntica a la entrada salvo (a) alteración de la amplitud y (b) defasaje de la señal salida respecto a la de entrada.

Se define el retardo de fase (o de portadora) como $\tau_c = -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Phi(f_0)}{f_0}$ [seg]

Medición de $H(f)$

Si se busca que la transmisión sea sin distorsión, es decir que $r(t)$ sea idéntica a $e(t)$ — salvo demora en la transmisión a través del cuadripolo — tendría que ser: $r(t) = K.e(t - t_0)$, en dominio de frecuencia :

$$R(f) = K.E(f).H(f) = K.E(f).e^{-j.2.\pi.f.t_0} \quad \therefore \quad H(f) = |H(f)|.e^{j.\Phi(f)} = K.e^{-j.2.\pi.f.t_0}$$

La relación de arriba indica que la función de transferencia de un cuádrupolo debe ser, en el rango de frecuencias ocupado por $E(f)$, de módulo constante y su fase lineal en función de frecuencia para que la transmisión sea sin distorsión. En éste caso: $\tau_c = t_0$.

Suponiendo señales de tensión, si el espectro de la señal de entrada es $E(f)$, su espectro de densidad de potencia (o energía) será $\frac{1}{R_{ent}}.|E(f)|^2$ y el de salida: $\frac{1}{R_{car}}.|R(f)|^2$ y $|H(f)|^2 = \frac{|R(f)|^2}{|E(f)|^2}$, $|H(f)|^2$ define la función de transferencia de potencia del cuádrupolo.

$$\text{La potencia de señal de entrada vale: } P_{ent} = \frac{1}{R_{ent}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |E(f)|^2 .df$$

$$\text{mientras que la potencia de salida es: } P_{sal} = \frac{1}{R_{sal}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |R(f)|^2 .df = \frac{1}{R_{sal}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |E(f)|^2 .|H(f)|^2 .df$$

Suponiendo un sistema de dos puertas pasa-bajos, se define el ancho de banda equivalente B_{eq} del sistema a :

$$H_m^2 . 2 . B_{eq} = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 .df \quad \therefore \quad B_{eq} = \frac{1}{2.H_m^2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 .df$$

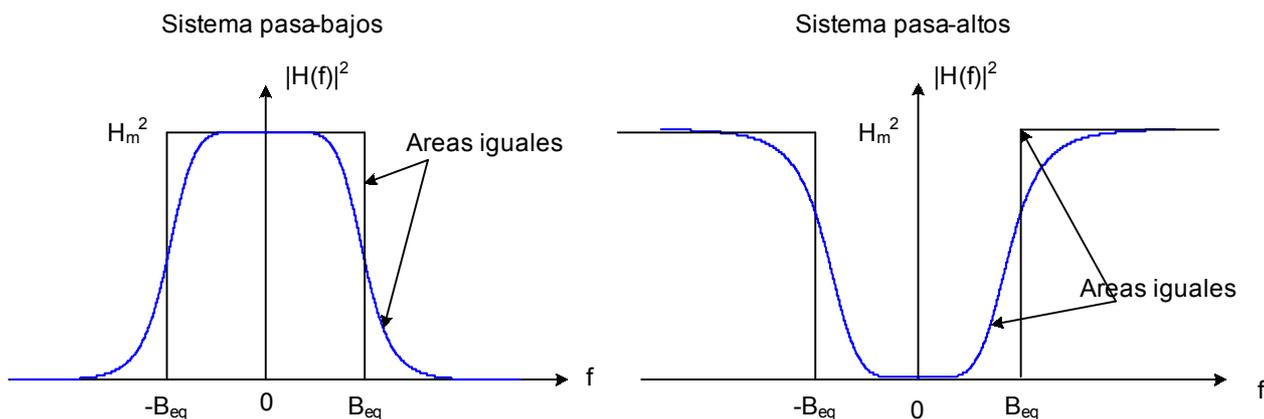
donde H_m es el máximo valor de $|H(f)|$. Como $|H(f)|$ es una función par, también suele definirse:

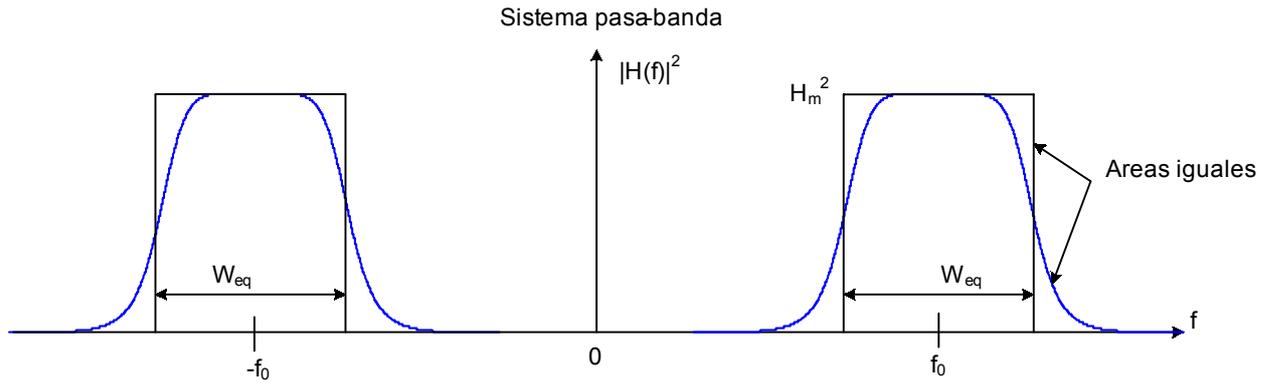
$$H_m^2 . B_{eq} = \int_0^{\infty} |H(f)|^2 .df \quad \therefore \quad B_{eq} = \frac{1}{H_m^2} \cdot \int_0^{\infty} |H(f)|^2 .df$$

En la mayoría de los casos que se dan en la práctica, la potencia disponible de salida puede calcularse aproximando la función de transferencia $|H(f)|$ a un filtro rectangular de ancho $2B_{eq}$ y transmisión $|H_m|$ según:

$$P_{sal} = \frac{1}{R_{sal}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |E(f)|^2 .|H(f)|^2 .df \approx \frac{1}{R_{sal}} \cdot \int_{-2.B_{eq}}^{2.B_{eq}} H_m^2 .|E(f)|^2 .df = \frac{1}{R_{sal}} .H_m^2 \cdot \int_{-2.B_{eq}}^{2.B_{eq}} |E(f)|^2 .df$$

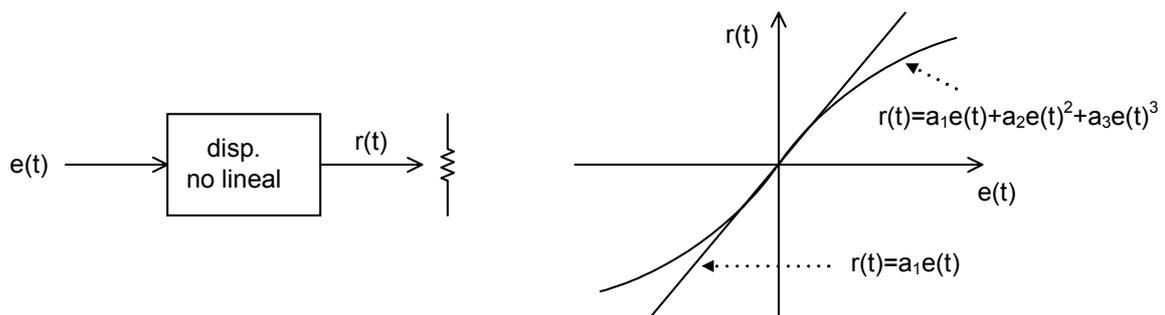
Con definiciones equivalentes para otro tipo de sistemas, p.ej. pasa-altos y pasa banda :





3.2- Transmisión de señales a través de sistemas levemente alineales

Canal de transmisión, p.ej. un amplificador, entrada $e(t)$, salida $s(t)$ y ancho de banda suficientemente grande:



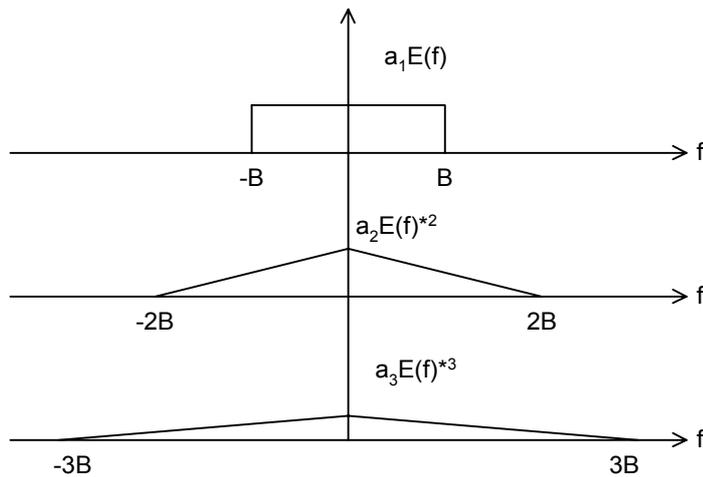
Si el canal fuera lineal, la relación entre señal de entrada y salida sería : $r(t) = a_1 \cdot e(t)$, donde a_1 (una constante) sería la ganancia. En la práctica, por imperfecciones de las componentes reales, la relación entrada/salida puede aproximarse por: $r(t) = a_1 \cdot e(t) + a_2 \cdot e(t)^2 + a_3 \cdot e(t)^3 + \dots$, donde a_1 es una constante adimensional y la dimensión de a_2, a_3, \dots es $[volt^{-1}]$, $[volt^{-2}]$, ... respectivamente. En la mayoría de las aplicaciones $a_1 \gg a_2, a_3, \dots$. Los términos $a_n \cdot e(t)^n$, modelan las distorsiones alineales que ocurren en el cuadripolo e introducen efectos no deseados en la señal de salida. El análisis de los efectos de las alinealidades es matemáticamente complejo y, normalmente, se hacen algunas simplificaciones.

Analizando el espectro de $r(t)$ tomando únicamente los tres primeros términos de la serie (los más importantes), se tiene que:

$$R(f) = a_1 E(f) + a_2 \cdot (E(f) * E(f)) + a_3 \cdot (E(f) * E(f) * E(f))$$

Suponiendo un espectro arbitrario para $E(f)$, se analizarán dos casos (a) Cuando $E(f)$ es un espectro de banda de base y (b) cuando $E(f)$ es un espectro de banda angosta:

(a) $e(t)$ es una señal de banda de base , limitada en su espectro a $\pm B$ [Hz] la contribución de los primeros tres términos de la serie a $R(f)$ será (los gráficos no están a escala):



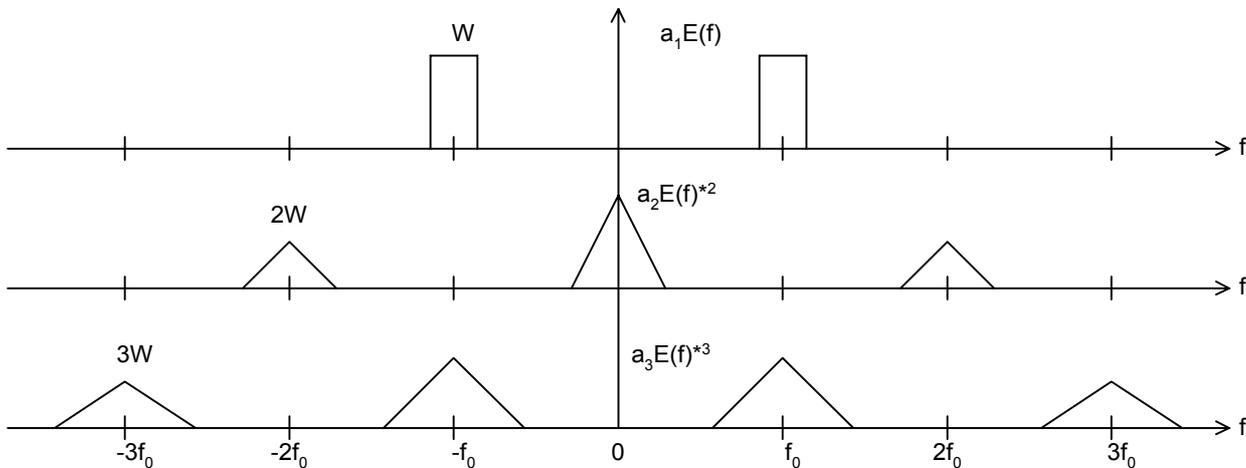
Se puede llegar a las siguientes conclusiones:

1º) El espectro original se distorsiona

2º) El espectro de la señal de salida se expande a $\pm 3B$ [Hz]

3º) Aunque se filtre la señal de salida no se puede eliminar la influencia de la distorsión alinear en el rango entre $\pm B$ [Hz]. Puede considerarse que a la señal original se lo agrega ruido (una señal no deseada o interferente).

(b) $e(t)$ es una señal pasabanda, centrada en f_0 y limitada en ancho de banda a W [Hz] con $f_0 \gg W$ (igual que arriba, gráficos no a escala):



Conclusiones:

1º) El espectro se expande, pero segmentado y centrado en 0 y múltiplos de f_0

2º) Como la señal a utilizar está centrada en f_0 , las componentes de distorsión, salvo las de tercer orden, son eliminables con un adecuado filtrado.

El análisis cualitativo hecho, no es suficiente para cuantificar los efectos de la distorsión alinear y obtener parámetros externos que la caracterizen.

Si se aplica al cuadripolo una señal de prueba de dos tonos armónicos: $e(t) = A \cdot \cos(2\pi f_1 t) + A \cdot \cos(2\pi f_2 t)$ donde f_1 y f_2 son frecuencias próximas y $f_1, f_2 \gg |f_1 - f_2|$ se tiene para $r(t)$:

$$r(t) = \left[a_1 \cdot A \cdot (\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t)) \right] + \left[a_2 \cdot A^2 \cdot (\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t))^2 \right] \\ + \left[a_3 \cdot A^3 \cdot (\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t))^3 \right]$$

Contribución a $r(t)$ del 1^{er} término (lineal): $a_1 \cdot A \cdot (\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t))$

Contribución a $r(t)$ del 2^o término (cuadrático):

$$a_2 A^2 + \frac{a_2 A^2}{2} \cos(2\pi(2f_1)t) + \frac{a_2 A^2}{2} \cos(2\pi(2f_2)t) + a_2 A^2 \cos(2\pi(f_1 \pm f_2)t)$$

Contribución a $r(t)$ del 3^{er} término (cúbico):

$$\left(\frac{9}{4} a_3 A^3 \right) \cos(2\pi f_1 t) + \left(\frac{9}{4} a_3 A^3 \right) \cos(2\pi f_2 t) + \frac{a_3 A^3}{4} \cos(2\pi(3f_1)t) + \frac{a_3 A^3}{4} \cos(2\pi(3f_2)t) + \\ + \frac{3}{4} a_3 A^3 \cos(2\pi(2f_1 \pm f_2)t) + \frac{3}{4} a_3 A^3 \cos(2\pi(2f_2 \pm f_1)t)$$

Resumen del espectro de salida:

Frecuencia	Amplitud
0	$a_2 A^2$
f_1, f_2	$\left(a_1 A + \frac{9}{4} a_3 A^3 \right)$
$2f_1, 2f_2$	$\frac{a_2 A^2}{2}$
$(f_1 \pm f_2)$	$a_2 A^2$
$3f_1, 3f_2$	$\frac{a_3 A^3}{4}$
$(2f_1 \pm f_2)$	$\frac{3}{4} a_3 A^3$
$(2f_2 \pm f_1)$	$\frac{3}{4} a_3 A^3$

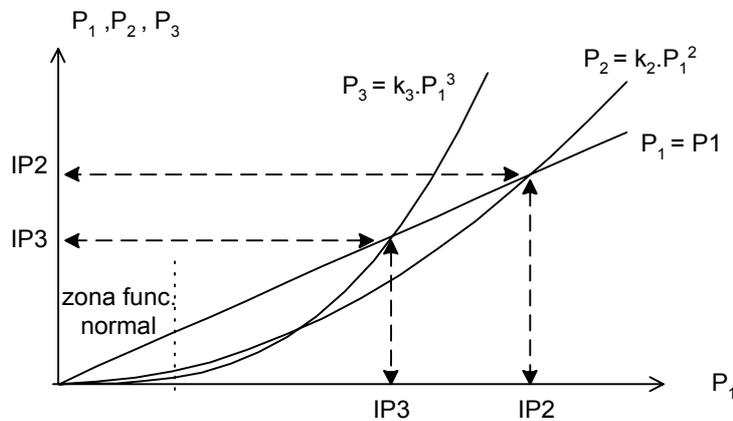
Generalizando el análisis hecho, resulta que si la entrada a un sistema no lineal de orden n (en lo visto $n=3$) es una señal de dos tonos armónicos de frecuencias f_1 y f_2 , a la salida se tendrá:

- Componente de continua, debida a los términos de distorsión pares
- Componentes de frecuencias f_1 y f_2 debido a términos impares (normalmente domina $n=1$ porque $a_1 \gg a_3, a_5, a_7, \dots$).
- Componentes a frecuencias $|mf_1 \pm nf_2|$, donde m y n son enteros y siempre $m+n =$ orden de distorsión considerado. Estos términos, para m y n diferentes de 0 se los llama términos de intermodulación o de modulación cruzada.

En sistemas levemente alineaes ($a_1 \gg a_2, a_3, a_4, \dots$), las componentes de frecuencia fundamental (f_1 y f_2) son proporcionales a la amplitud A de entrada, mientras que las componentes de 2^o orden son proporcionales a A^2 y las de 3^{er} a A^3 . Llamando P_1, P_2 y P_3 a las potencias de salida en frecuencia fundamental, 2^o y 3^{er} orden respectivamente se tiene que: $P_2 = k_2 P_1^2$ y $P_3 = k_3 P_1^3$ donde k_2 [watt⁻¹] y k_3 [watt⁻²] son constantes. Las expresiones indican que la potencias de 2^o y 3^{er} orden crecen más rápido que la fundamental y, que para algún valor de P_1 , serán iguales. Este valor de P_1 se llama el punto de intercepción de 2^o o 3^{er} orden (IP_2 o IP_3):

$$IP2 = k_2 \cdot (IP2)^2 \quad \therefore \quad k_2 = \frac{1}{IP2} \quad \therefore \quad P_2 = \frac{P_1^2}{IP2}$$

$$IP3 = k_3 \cdot (IP3)^3 \quad \therefore \quad k_3 = \frac{1}{(IP3)^2} \quad \therefore \quad P_3 = \frac{P_1^3}{(IP3)^2}$$

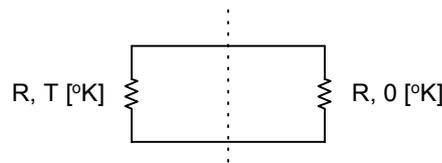


$IP2$ e $IP3$ son datos que permiten estimar el nivel del ruido de intermodulación presente en un dispositivo activo cuando se conoce el nivel de potencia de salida en frecuencia fundamental y, normalmente, están disponibles en las hojas de datos de diversos componentes activos. Normalmente, $IP2$ se determina analizando el comportamiento de la componente $(f_1 + f_2)$ e $IP3$ con las componentes $(2f_1 - f_2)$, $(2f_2 - f_1)$.

3.3.- Ruido térmico

Señal aleatoria generada por componentes resistivas (siempre presente). pdf gaussiana. Densidad de potencia disponible cte.

Suponer el experimento (ideal) siguiente:



El movimiento aleatorio de los electrones en la resistencia que se encuentra a temperatura T (a la izquierda) genera una señal eléctrica que disipa potencia en la resistencia de la derecha (que no genera señal de ruido por estar a temperatura 0). Puede demostrarse por consideraciones termodinámicas, que el espectro de densidad de potencia disipada en R (der.) vale:

$$N(f) = \frac{h \cdot |f|}{2 \cdot \left(e^{\frac{h \cdot |f|}{k \cdot T}} - 1 \right)}$$

donde h es la constante de Planck ($6,6354 \cdot 10^{-34}$ [W.seg²]) y k la constante de

Boltzmann ($1,38 \cdot 10^{-23}$ [W/°K.Hz]) lo que da para el exponente del denominador $\frac{h \cdot |f|}{k \cdot T} = 4,8 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{f}{T}$ si $[f] = \text{Hz}$

y $[T] = ^\circ\text{K}$. Para valores usuales en electricidad y electrónica de f y T resulta: $e^{\frac{h \cdot |f|}{k \cdot T}} \approx 1 + \frac{h \cdot |f|}{k \cdot T}$, quedando

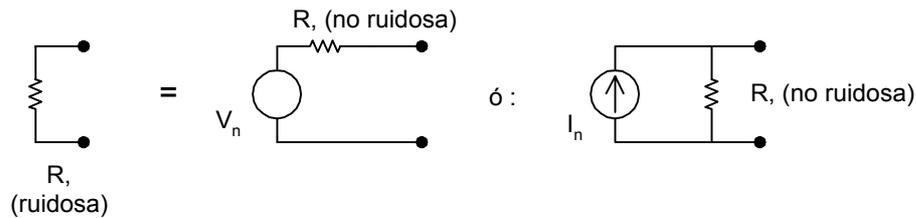
$$N(f) = \frac{h \cdot |f|}{\left(\frac{2h \cdot |f|}{kT}\right)} = \frac{kT}{2} \left[\frac{W}{Hz} \right]$$

.La densidad espectral de ruido térmico $kT/2$ (watts/Hz), incluye el espectro

negativo de frecuencias, si se considera únicamente frecuencias positivas vale kT (watts/Hz+).

3.3.1.- Modelo de una resistencia ruidosa

Un modelo adecuado para la mayoría de las aplicaciones es una resistencia no ruidosa y un generador equivalente de ruido:



V_n o I_n producen un espectro de densidad de potencia uniforme = $kT/2$ {w/Hz} en una resistencia de carga no ruidosa y de valor igual a R (adaptada).

$$\frac{V_n^2}{4 \cdot R} = \frac{kT}{2} \left[\frac{Watt}{Hz} \right] \quad \therefore \quad V_n^2 = 2 \cdot kT \cdot R \left[\frac{Volt^2}{Hz} \right] \quad V_n = \sqrt{2 \cdot kT \cdot R} \left[\frac{Volt}{\sqrt{Hz}} \right]$$

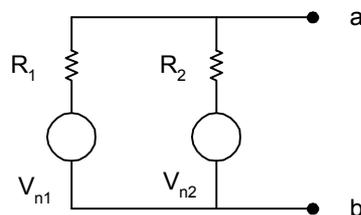
$$\frac{I_n^2 \cdot R}{4} = \frac{kT}{2} \left[\frac{Watt}{Hz} \right] \quad \therefore \quad I_n^2 = \frac{2 \cdot kT}{R} \left[\frac{Amp^2}{Hz} \right] \quad I_n = \sqrt{\frac{2 \cdot kT}{R}} \left[\frac{Amp}{\sqrt{Hz}} \right]$$

Notar que la dimensión de los generadores equivalentes V_n o I_n no es (volt) o (amp) sino $(\text{volt}/\sqrt{\text{Hz}})$ y $(\text{amp}/\sqrt{\text{Hz}})$.

La tensión eficaz de ruido de una resistencia R a temperatura T que mediría un voltímetro de ancho de banda equivalente B sería: $V_{med} = \sqrt{2kTR} \cdot \sqrt{2B} = \sqrt{4kTRB}$ [Volt]

3.3.2.- Redes resistivas

Suponer dos resistencias, R_1 y R_2 conectadas en paralelo y a la misma temperatura:



La tensión eficaz de ruido a medir en los bornes a-b será:

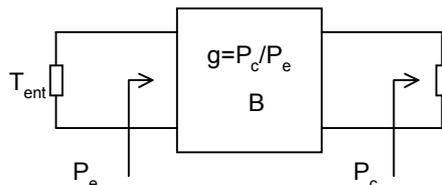
$$V_{ab} = \sqrt{\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{n1}\right)^2 + \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{n2}\right)^2} \quad \text{donde:} \quad V_{n1,2} = \sqrt{4kTBR_{1,2}}$$

$$V_{ab} = \sqrt{\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 \cdot 4kTBR_1 + \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{n2}\right)^2 \cdot 4kTBR_2} = \sqrt{4kTB \cdot \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)} = \sqrt{4kTBR_{eq}}$$

Generalizando el resultado anterior, resulta que una red de resistencias a la misma temperatura, es equivalente a una única resistencia a la misma temperatura y de valor igual al equivalente Thevenin de la red.

3.3.3.- Caracterización de ruido térmico en sistemas lineales.

Suponer un cuadripolo lineal, de ancho de banda equivalente B [Hz], ganancia de potencia g y con ambas puertas adaptadas. Si es excitado por una resistencia ruidosa a temperatura T_{ent} . Que potencia de ruido se dispone en la carga?



De acuerdo a lo visto tendría que ser: $P_c = k \cdot T_{ent} \cdot B \cdot g$ [watts]. Si el cuadripolo genera ruido por contribuciones de sus elementos internos (R's, dispositivos activos), el ruido presente en la carga será superior al indicado arriba: $P_c > k \cdot T_{ent} \cdot B \cdot g$. Se define al número de ruido promedio del cuadripolo, magnitud adimensional que caracteriza su mayor o menor ruidosidad como:

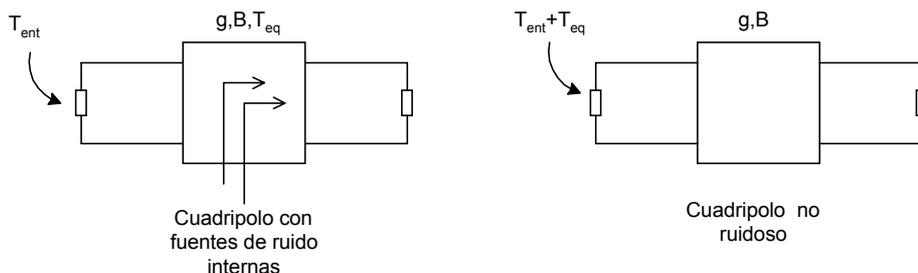
$$F = \frac{\text{Potencia de ruido disponible en la carga}}{k \cdot T_{ent} \cdot B \cdot g}$$

En palabras, F es el cociente entre la potencia total de ruido disipada en la carga y la parte de dicha potencia debido a la contribución de la potencia de entrada. En todo sistema físico realizable siempre $F \geq 1$, la igualdad se da cuando el cuadripolo no genera ruido internamente. Usualmente se especifica el número de ruido en dB según: $F[dB] = 10 \cdot \log[F]$.

De acuerdo a la definición, el número de ruido depende de la temperatura de ruido de entrada T_{ent} . Para evitar ambigüedades, se normaliza la definición para $T_{ent} = 290^\circ \text{ [}^\circ\text{K]} = T_0$, llamada "temperatura standard".

Otra forma de caracterizar el comportamiento de un cuadripolo respecto al ruido térmico es a través de su "temperatura equivalente de ruido": Como $P_c > k \cdot T_{ent} \cdot B \cdot g$, puede ponerse: $P_c = k \cdot T_{ent} \cdot B \cdot g + N_i$, donde N_i es la contribución al ruido de salida de las fuentes internas del cuadripolo. Como $N_i > 0$, se puede definir una cantidad T_e tal que: $N_i = k \cdot T_e \cdot B \cdot g$, con lo que la expresión para P_c queda: $P_c = k \cdot (T_0 + T_e) \cdot B \cdot g$. T_e [°K], es la temperatura equivalente de ruido del cuadripolo, cuando mayor sea su valor, mayor será la ruidosidad del mismo.

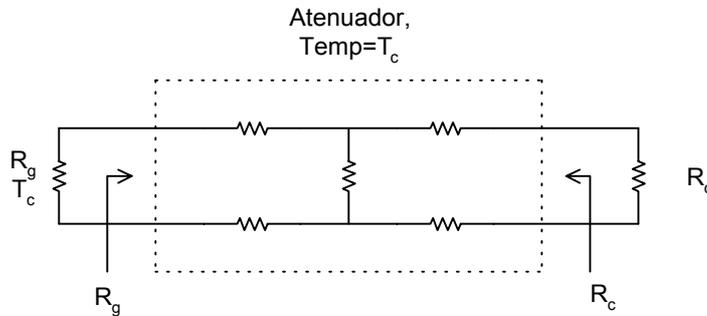
El modelo propuesto transfiere toda la generación del ruido presente en la carga a la resistencia de entrada, que no se supone a temperatura T_{ent} sino a $(T_{ent} + T_e)$ [°K] y el cuadripolo es no ruidoso.



Definiendo T_e y F lo mismo, debe existir alguna relacion entre ellas. Suponiendo $T_{ent} = T_0$, se tiene :

$$F = \frac{\text{Potencia en la carga}}{k.T_0.B.g} = \frac{k.(T_0 + T_e).B.g}{k.T_0.B.g} = 1 + \frac{T_e}{T_0} \quad \text{y} \quad T_e = T_0.(F - 1)$$

3.3.4.- Número de ruido de un atenuador (resistivo)



Definiendo la atenuación de la red como $a = (\text{pot. de entrada})/(\text{pot. de salida}) = g^{-1}$ y suponiendo que: (a) ambas puertas adaptadas y (b) las resistencias (incluyendo la de entrada) están a la misma temperatura T_c se tiene que:

Pot. de entrada: $P_e = k.T_c.B$

Pot. en carga: $P_c = k.(T_c + T_e).B.g = \frac{k.(T_c + T_e).B}{a}$

Como las resistencias que forman el atenuador y la de entrada se hallan a temperatura T_0 , la potencia disponible en la carga también será $P_c = k.T_c.B$, pues la carga “ve” hacia el atenuador una resistencia a temperatura T_c . Igualando las dos expresiones de P_c :

$$\frac{k.(T_c + T_e).B}{a} = k.T_c.B \quad \therefore \quad T_e = T_c.(a - 1)$$

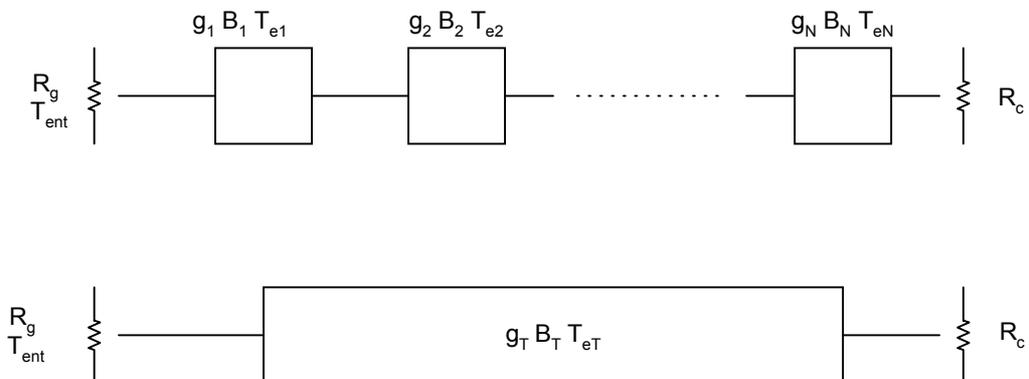
y: $F = 1 + \frac{T_e}{T_0} = 1 + \frac{T_c}{T_0}.(a - 1)$

En el caso que $T_c = T_0$, entonces $T_e = T_0(a - 1)$ y $F = a$

El número de ruido de un atenuador resistivo a temperatura standard es igual a su atenuación.

3.3.5.- Número de ruido de una cascada de cuadripolos

Suponer un sistema de N cuadripolos en serie (cascada). Dadas las características de ruido de cada una de las etapas se puede calcular la correspondiente de la cascada:



g_j, B_j, T_j son la ganancia de potencia (se supone que las etapas estan adaptadas), el ancho de banda equivalente y la temperatura equivalente de ruido de la etapa j .

Ganancia total de la cascada: $g_T = g_1 \cdot g_2 \cdot g_3 \dots g_N$
 Ancho de banda total $B_T = B_{min}$ (B_N usualmente)
 Densidad de potencia de ruido de entrada: $n_e = k \cdot T_{ent}$

Densidad de potencia de ruido de salida:
 $n_c = k \cdot (T_{ent} + T_{e1}) \cdot g_1 \cdot g_2 \cdot g_3 \dots g_N + k \cdot T_{e2} \cdot g_2 \dots g_N + k \cdot T_{e3} \cdot g_3 \dots g_N + \dots + k \cdot T_{eN} \cdot g_N = k \cdot (T_{ent} + T_{eT}) \cdot g_T$

dividiendo los dos términos por $k \cdot g_T$, se llega a:

$$T_{eT} = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{g_1} + \frac{T_{e3}}{g_1 \cdot g_2} + \frac{T_{e4}}{g_1 \cdot g_2 \cdot g_3} + \dots + \frac{T_{eN}}{g_1 \cdot g_2 \dots g_{N-1}}$$

y el número de ruido de la cascada F_T :

$$F_T = 1 + \frac{T_{eT}}{T_0} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{g_1} + \frac{F_3 - 1}{g_1 \cdot g_2} + \frac{F_4 - 1}{g_1 \cdot g_2 \cdot g_3} \dots + \frac{F_N - 1}{g_1 \cdot g_2 \dots g_{N-1}}$$

La potencia de ruido a la salida de la cascada será: $N_s = k \cdot (T_{ent} + T_{eT}) \cdot g_T \cdot B_T$

3.4.1.- Relación señal-ruido

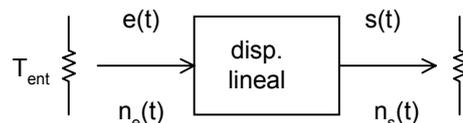
Siendo el ruido una presencia inevitable en la transmisión de señales, un parámetro conveniente, indicativo de la calidad de de un determinado sistema, es el cociente entre entre la potencia de la señal útil y del ruido presentes en el mismo punto del sistema:

$$\left(\frac{S}{N} \right) = \frac{\text{Potencia de señal en pto. A}}{\text{Potencia de ruido en pto. A}} = \left(\frac{\text{Valor eficaz de señal en pto. A}}{\text{Valor eficaz de ruido en pto. A}} \right)^2$$

Es habitual expresar la realación señal/ruido en decibeles: $(S/N)_{dB} = 10 \cdot \log(S/N) = 20 \cdot \log(V_{RMS}/N_{RMS})$

3.4.2.- Relación S/N en presencia de ruido térmico

Considerar el sistema de la figura:



La señal de entrada al dispositivo lineal es $s_e(t) = e(t) + n_e(t)$, la potencia total de entrada:

$$\langle s_e^2 \rangle = \langle e(t)^2 + n_e^2 + 2 \cdot e(t) \cdot n_e(t) \rangle = \langle e(t)^2 \rangle + \langle n_e(t)^2 \rangle + 2 \cdot \langle e(t) \cdot n_e(t) \rangle = \langle e(t)^2 \rangle + \langle n_e(t)^2 \rangle$$

porque la señal $e(t)$ y el ruido $n_e(t)$ no están correlacionados. De la misma forma, la potencia total a la salida será: $\langle s(t)^2 \rangle + \langle n_s(t)^2 \rangle$

$$\text{Relación señal ruido a la entrada: } \left(\frac{S}{N} \right)_e = \frac{\langle e(t)^2 \rangle}{\langle n_e(t)^2 \rangle} \quad \text{y a la salida: } \left(\frac{S}{N} \right)_s = \frac{\langle s(t)^2 \rangle}{\langle n_s(t)^2 \rangle}$$

Si el dispositivo tiene ganancia de potencia g , ancho de banda B y temperatura equivalente de ruido T_e se tendrá:

$$\left(\frac{S}{N} \right)_e = \frac{\langle e(t)^2 \rangle}{k \cdot T_{ent} \cdot B} \quad \text{y:} \quad \left(\frac{S}{N} \right)_s = \frac{g \cdot \langle e(t)^2 \rangle}{k \cdot (T_{ent} + T_e) \cdot g \cdot B} = \frac{\langle e(t)^2 \rangle}{k \cdot (T_{ent} + T_e) \cdot B}$$

Para computar el ruido total de entrada, se ha tomado la parte que será aceptada por el sistema.

$$\left(\frac{S}{N} \right)_s = \frac{\langle e(t)^2 \rangle}{k \cdot (T_{ent} + T_e) \cdot B} = \frac{\langle e(t)^2 \rangle}{k \cdot T_{ent} \cdot B} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{T_e}{T_{ent}} \right)} = \left(\frac{S}{N} \right)_e \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{T_e}{T_{ent}} \right)}$$

Como T_e y T_{ent} son magnitudes mayores que 0, en sistemas analógicos siempre la relación S/N de salida es menor o, a lo sumo, igual que la de entrada.

Dos casos particulares:

$$\text{a) Si } T_{ent} = T_0 = 290^\circ K \quad \left(\frac{S}{N} \right)_s = \left(\frac{S}{N} \right)_e \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{T_e}{T_0} \right)} = \left(\frac{S}{N} \right)_e \cdot \frac{1}{F}$$

$$\text{b) Si } T_{ent} \gg T_e \quad \left(\frac{S}{N} \right)_s = \left(\frac{S}{N} \right)_e \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{T_e}{T_{ent}} \right)} \approx \left(\frac{S}{N} \right)_e$$

3.4.3.- Relación S/N en presencia de ruido térmico y de intermodulación

Si el sistema es ligeramente alineal, a la presencia de ruido térmico de la salida se suma el de intermodulación,

se tendrá para la relación S/N de salida: $\left(\frac{S}{N} \right)_s = \frac{\langle s(t)^2 \rangle}{\langle n_t(t)^2 \rangle + \langle n_i(t)^2 \rangle}$ donde $\langle n_t(t)^2 \rangle$ y $\langle n_i(t)^2 \rangle$ es la potencia

del ruido de intermodulación y térmico respectivamente, presentes a la salida del sistema.

El análisis se complica porque mientras la potencia de ruido térmico es, fijados los parámetros de temperatura y ancho de banda, constante e independiente del nivel de señal la potencia del ruido de intermodulación depende fuertemente del nivel de ella. Si la potencia de señal es débil, la intermodulación generada será despreciable mientras que a medida que supere ciertos niveles será dominante. El ruido térmico define el umbral de sensibilidad del sistema mientras que el de intermodulación, la máxima señal admisible. Existirá un nivel óptimo en que la relación S/N es máxima.

Es norma usual considerar como límite máximo admisible para el ruido de intermodulación el nivel del ruido térmico, es decir $\langle n_t^2 \rangle_{\max} \approx \langle n_i^2 \rangle$