ECUACIONES DE DIFERENCIAS

Ecuaciones de Diferencias de Primer Orden

Ejercicio 1:

Encontrar las alternativas de solución de una ecuación de diferencias homogénea de primer orden:

$$(a_0E + a_1)y(k) = 0$$

Esta ecuación en términos del operador de avance, se puede escribir en términos funcionales de la siguiente manera:

$$a_0y(k + 1) + a_1y(k) = 0$$

Para resolver esta ecuación de primer orden se propone como solución:

$$y(k) = CM^k, \quad \text{con C = constante cualquiera} \neq 0$$

por lo tanto: $y(k + 1) = CM^{k+1}$

Reemplazando en la ecuación

$$a_0CM^{k+1} + a_1CM^k = 0$$

$$CM^k(a_0M + a_1) = 0$$

Dado que C≠0, y lo que estamos buscando es encontrar el valor de M, ésta tampoco debe ser cero, por lo tanto deberá ser

$$(a_0M + a_1) = 0$$

A esta ecuación la denominamos *Ecuación Característica*, de donde podemos obtener las raíces de la ecuación de diferencias:

$$M = -\frac{a_1}{a_0}$$

Por lo tanto, la solución de la homogénea es

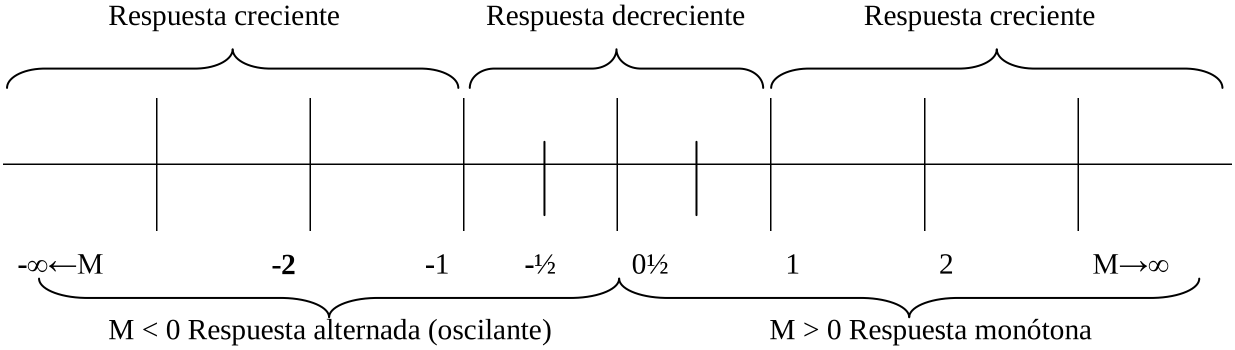
$$y(k) = C\left(-\frac{a_1}{a_0}\right)^k$$

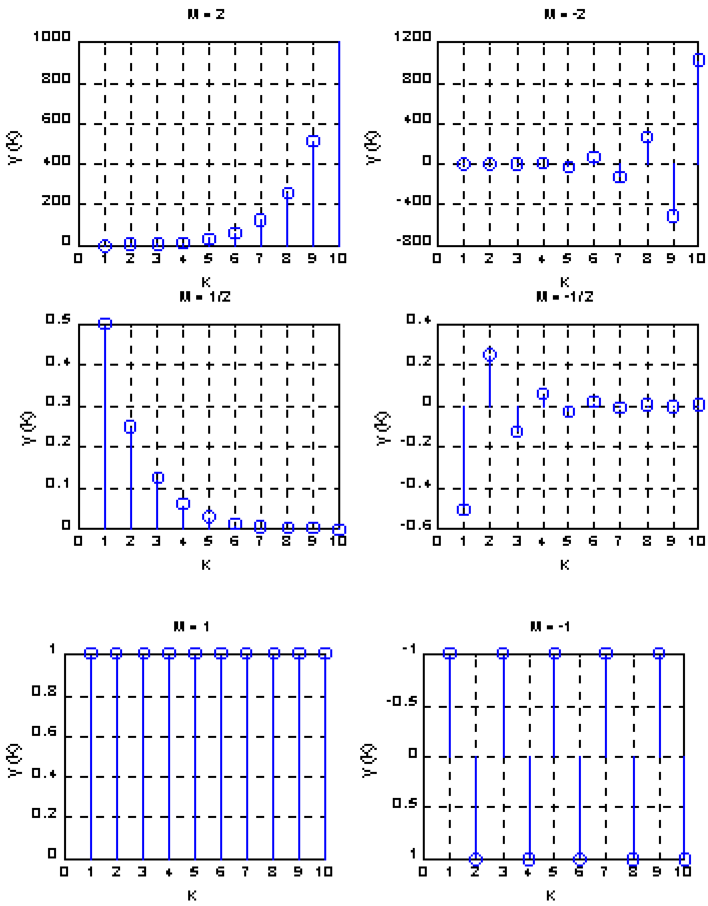
Como ejemplo supondremos C=1, y tomaremos diferentes valores para M sobre el eje real, considerando diferentes ubicaciones respecto al ±1, para observar la forma de la respuesta *y(k)*:

M = 2; M = ½ ; M = -2; M = - ½ ; M = 1; M = -1

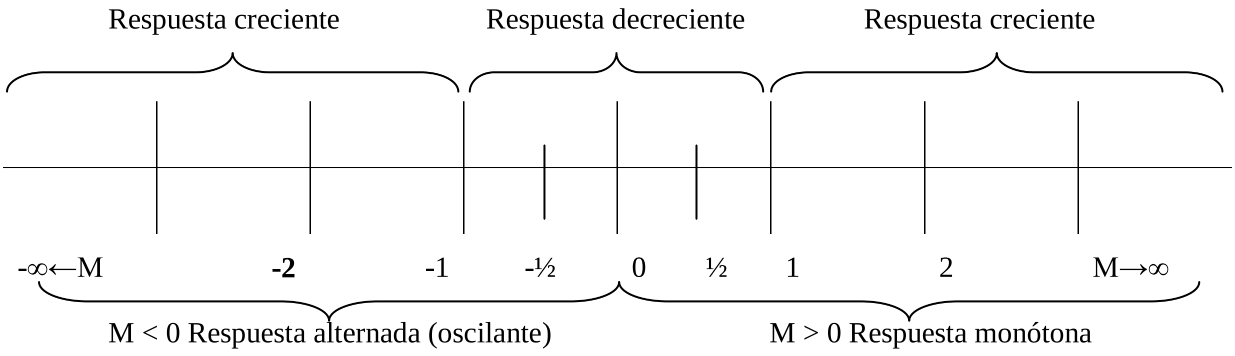
(Ver las gráficas respectivas en la página siguiente)

Conclusiones:





Conclusiones:



Resolver para el mismo caso pero con el operador E^{-1} : $(a_0E^{-1} + a_1)y(k) = 0$