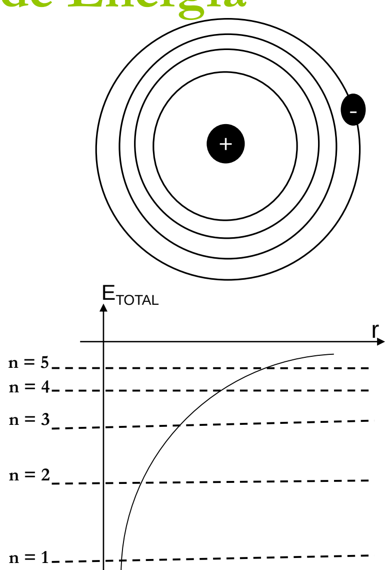
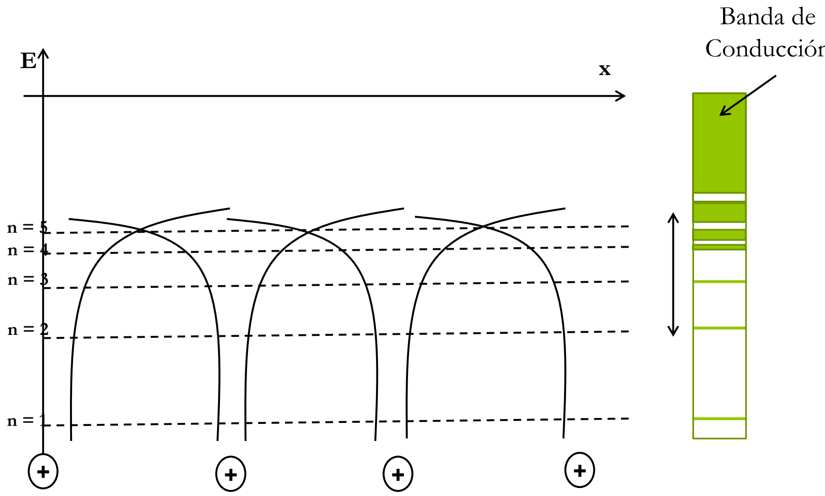
Materiales Eléctricos

Metales Conductores

Bandas de Energía

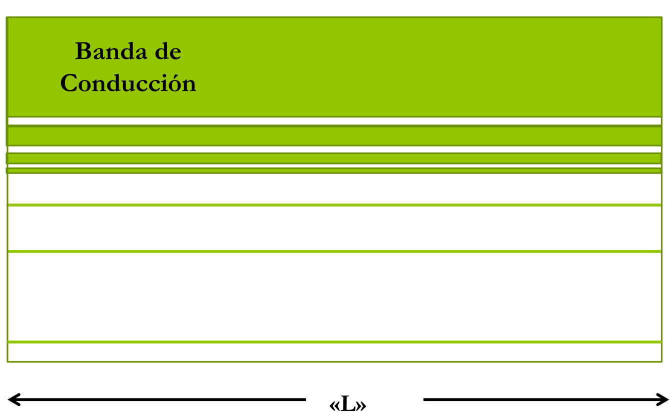


Materiales Eléctricos

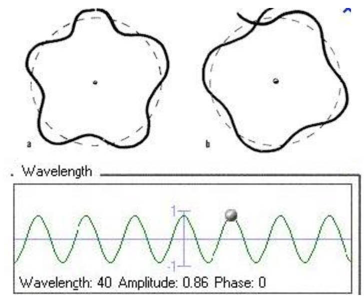


Materiales Eléctricos

En la Banda de Conducción los electrones pueden moverse libremente, que seria análogo a moverse libremente dentro del metal, pero no pueden escapar mas allá de su superficie por que inducirá una carga positiva en dicha superficie por que el metal era inicialmente neutro

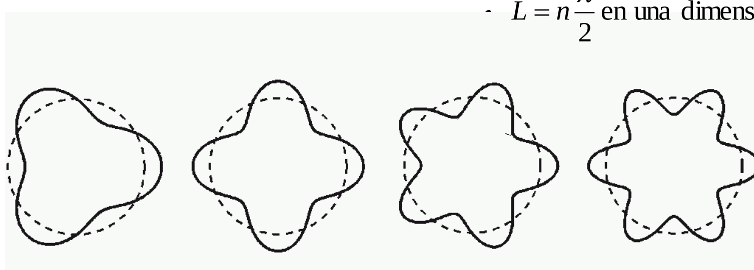


Materiales Eléctricos



Si aplicamos la Mecánica cuántica a la Banda de Conducción las ondas de De Broglie asociadas a los electrones deben cumplir con la condición que debe entrar un numero entero en la longitud **«L»** del metal como sucede en los orbitales atómicos

$$L = n\frac{\lambda}{2} \text{ en una dimensión}$$

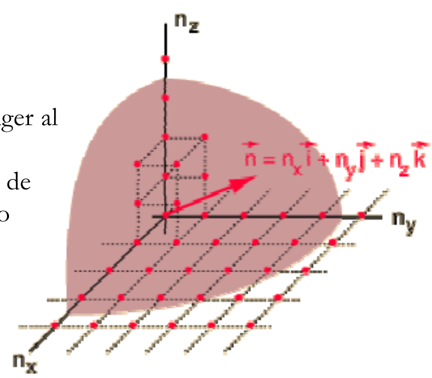


Materiales Eléctricos

$$L = n\frac{\lambda}{2} = \frac{nh}{2p} \rightarrow p = \frac{nh}{2L} \text{ en una dimensión}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{n^2h^2}{8mL^2}$$

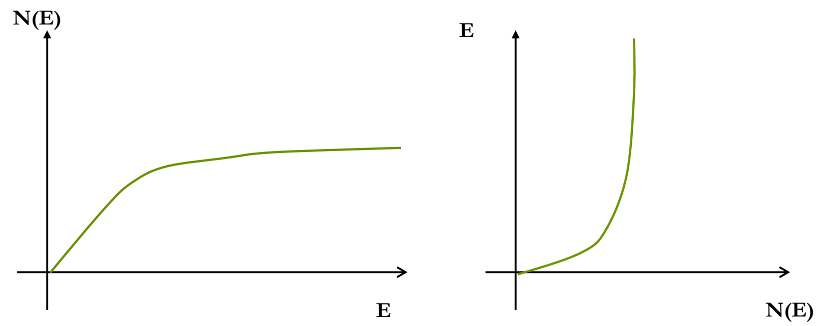
En las 3 dimensiones



Aplicando la ecuación de Schröedinger al modelo energético, tenemos:
N(E) densidad de estados (número de estados por electrón volt y por metro cúbico)

Materiales Eléctricos

$$N(E)=\frac{4\pi}{n^{3}}(2m)^{\frac{3}{2}}(1{,}6*10^{-19})^{\frac{3}{2}}E^{\frac{1}{2}}=\gamma*E^{\frac{1}{2}}$$

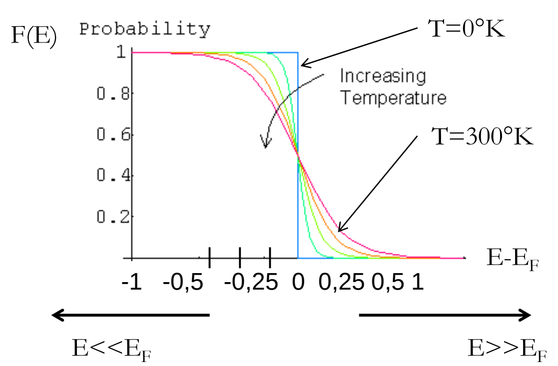


Materiales Eléctricos

- ¿Como se ocupan estos estados con electrones ?
- Primeros los de menor energía
- ¿Hasta que nivel energético se ocupan?)
- La respuesta nos da la Mecánica Estadística:
- F(E) es la probabilidad de que un estado cuántico de energía **"E"** esté ocupado por un electrón. Es la función de **Fermi Dirac**

Materiales Eléctricos

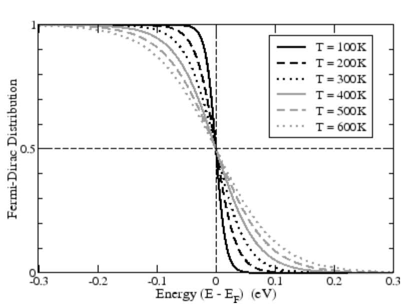
Función de FERMI DIRAC



$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

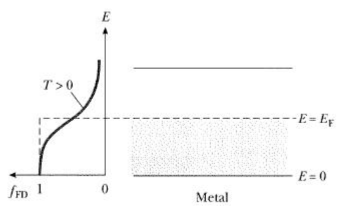
Materiales Eléctricos

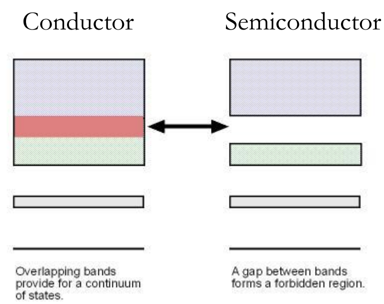
Función de FERMI DIRAC



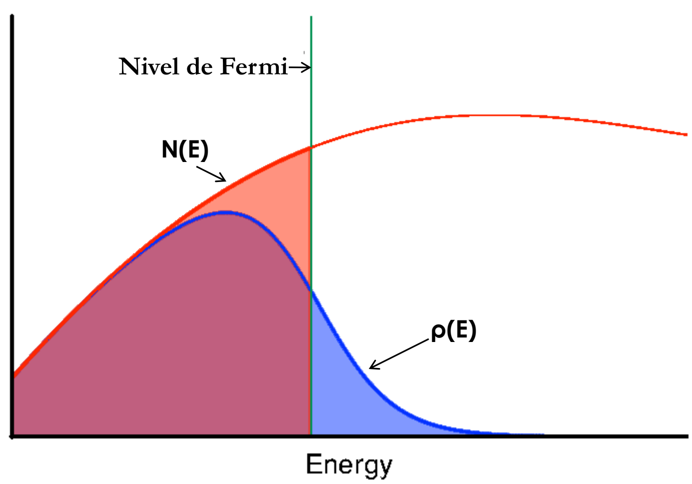
$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right)}$$

Función de FERMI DIRAC





$$\rho(E) = N(E)\, f(E)$$



Materiales Eléctricos

$$\rho(E) = N(E)\,f(E) \;= \gamma E^{\frac{1}{2}} * f(E)$$

Para calcular el numero de electrones libres por m^3, en el metal: es el área bajo0 la curva (ρ(E))

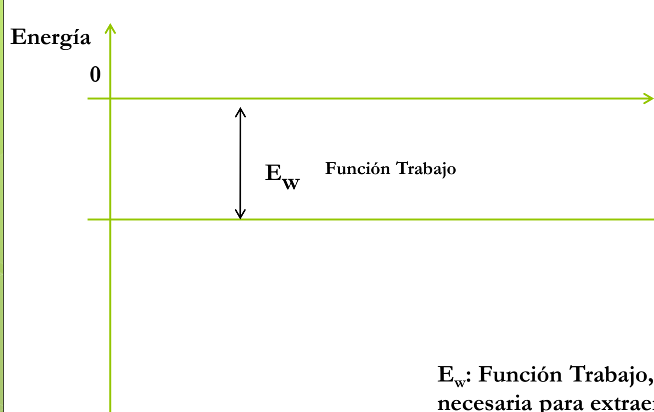
$$n = \int_0^{E} \rho(E)dE = \int_0^{Ef} \gamma E^{\frac{1}{2}} dE = \frac{2}{3}\gamma E_f^{\frac{3}{2}}$$

$$E_f = \left(\frac{3}{2}\frac{n}{\gamma}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Conociendo la densidad y el numero de electrones libres por átomo, se puede calcular E$_f$

Materiales Eléctricos

METAL



E$_w$: Función Trabajo, es la energía necesaria para extraer un electrón del metal.

Ejemplo
Encontrar la energia del Nivel de FERMI en el Cobre. Suponer un electron libre por atom, por que su configuracion electronica termina en $4s^1$
La densidad del Cu is 8.94x103 kg/m3 y su masa atomica es 63.5 u.
Solution
La densidad de electrones N/V en Cu es el N° de Atomos de Cu por unidad de Volumen. Como en 1 u = 1.66x1027 kg N° de Avogadro

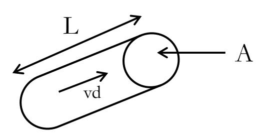
$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{V}} = \frac{atom}{m^3} = \frac{masa / m^3}{masa / atom} = \frac{8.94 \text{ x } 10^3 \text{ kg/m}^3}{(63.5 \text{ u}) \text{ x } (1.66\ \ 10^{-27} \text{ kg/u})}$$

$$= 8.48 \text{ x} 10^{28} \text{atom/m}^3 = 8.48 \text{ x} 10^{28} \text{ electrones /m}^3$$

La Energia de Fermi sera:EF= 7.04 eV

Repaso Mecanismo de Conducción

Ley de Ohm Macroscópica: $V = IR$



Ley de Ohm Microscópica: $V = IR = \frac{I.\rho.L}{A} \quad \rightarrow \quad E = \frac{V}{L} = \frac{I}{A}\rho$

Donde **ρ** es la resistividad y **σ** es la conductividad del material

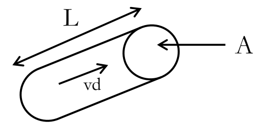
$$\boxed{E = J\rho \rightarrow J = \sigma E}$$

Ley de Ohm Microscópica: La densidad de Corriente es proporcional al campo Eléctrico por medio de la conductividad

Repaso

Mecanismo de Conducción

Ley de Ohm Macroscópica: $V = IR$



Ley de Ohm Microscópica: $E = J\rho$

Analizando mas en detalle la corriente **I**:

$$I = \frac{Nq}{t} \rightarrow \frac{I}{A} = J = \frac{Nq}{At} = \frac{NqL}{ALt} = nq\frac{L}{t} = nqv_d$$

Donde N es el numero total de electrones en el volumen **AL**
n es la concentración de electrones **[1/cm$_3$]** y **v_d** es la velocidad de deriva o velocidad promedio a la que cruzan la sección transversal **A**

Mecanismo de Conducción

La Conductibilidad: depende del material con el que esta construido el conductor (Cobre, plata, Aluminio etc)

Material	ρΩm	(/α)/°C	
Plata	$1{,}62 \cdot 10^{-8}$	$4{,}1 \cdot 10^{-3}$	PTC
Cobre	$1{,}69 \cdot 10^{-8}$	$4{,}3 \cdot 10^{-3}$	PTC
Aluminio	$2{,}75 \cdot 10^{-8}$	$4{,}4 \cdot 10^{-3}$	PTC
Platino	$10{,}6 \cdot 10^{-8}$	$3{,}9 \cdot 10^{-3}$	PTC
Hierro	$9{,}68 \cdot 10^{-8}$	$6{,}5 \cdot 10^{-3}$	PTC
Silicio Intrínseco	$2{,}5 \cdot 10^{3}$	$-70 \cdot 10^{-3}$	NTC

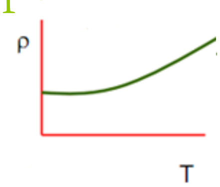
Mecanismo de Conducción
Dependencia con la temperatura

Como puede observarse en la tabla anterior todos los metales conductores tienen coeficiente de temperatura, **α [1/°C]** positivo son PTC (Positive Temperature Coefficient) o sea que aumenta la resistencia con el aumento de la temperatura.
El porque de esto se justifica mas adelante.

Coeficiente de Temperatura $\alpha = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT}$ $\qquad \bar{\alpha} = \frac{1}{\rho_\circ}\frac{(\rho - \rho_\circ)}{(T - T_\circ)}$

Materiales Eléctricos

Mecanismo de Conducción
Dependencia con la temperatura



Conductividad electrica:

$\rho_{300\,K}$ ~ 1.7 (Cu) - 153 μΩ·cm (Pu)

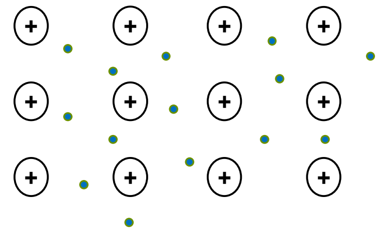
Conductividad térmica:

Cu: $\kappa_{300\,K}$ ~ 3.9 W/Kcm ; Pu: $\kappa_{300\,K}$ ~ 0.049 W/Kcm

Wiedemann-Franz: $\kappa/\sigma = \alpha\, T$

Como puede observarse en la grafica en todos los metales conductores la resistividad **ρ** aumenta con la temperatura.
A la Conductividad Térmica le pasa lo mismo

Mecanismo de Conducción



- Representación esquemática del modelo de un metal compuesto por los iones fijos positivos (red cristalina) y la nube de electrones libres. Todo en un plano bidimensional.
- Los iones fijos vibran alrededor de su posición de equilibrio por la acción de la temperatura

- Los electrones se mueven por la acción de las fuerzas Coulombianas en forma aleatoria chocando contra la estructura cristalina.
- En este movimiento aleatorio los electrones recorren un camino promedio llamado λ comino libre medio entre choques.
- También demoran un tiempo promedio entre choque llamado τ tiempo medio entre choques.
- La velocidad promedio con la que se mueven los electrones es $\overline{v}$ llamada   velocidad media entre choque y choque.
- En este movimiento aleatorio de los electrones no hay un desplazamiento neto en alguna dirección del espacio.
- Los choques entre electrones no tiene peso por que son muy poco probables.

Materiales Eléctricos

Representando este movimiento de los electrones chocando con la red cristalina:
Si aplicamos una tensión que se manifiesta por un campo eléctrico

Aparece una fuerza sobre los electrones

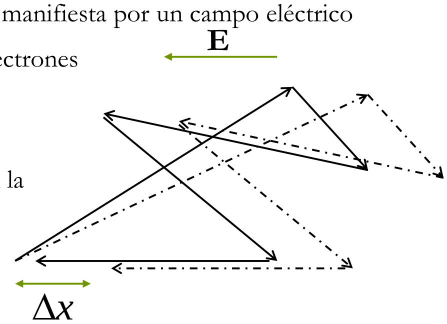
$$F = -qE \rightarrow a = -\frac{qE}{m}$$

Que genera una componente en la dirección del campo en el movimiento de los electrones

$$\bar{v} = a\tau$$

τ es el tiempo entre choque y choque, entonces :

$$\tau = \frac{\lambda}{\bar{v}} = \frac{Clm}{\bar{v}}$$



Ahora aparece un desplazamiento neto en el movimiento aleatorio de los electrones en la dirección del campo pero en el sentido contrario **Δx** que origina $\mathbf{v_d}$

Materiales Eléctricos

- Un electrón experimenta una colisión con una probabilidad por unidad de tiempo $1/\tau$

- Los electrones alcanzan equilibrio térmico con sus alrededores solo a través de colisiones

Velocidad de los electrones

- La velocidad térmica de los electrones está dado por

$$\frac{1}{2} m_e \mathrm{v}^2 = \frac{3}{2} k_B T$$

- Camino libre medio λ: distancia promedio entre colisiones.
  Tiempo de relajación τ: tiempo promedio entre colisiones.

$$\mathrm{v} = \frac{\lambda}{\tau}$$

- $v \sim 10^5$ m/s, $\lambda \sim 1$ nm, $\tau \sim 10^{-14}$ s

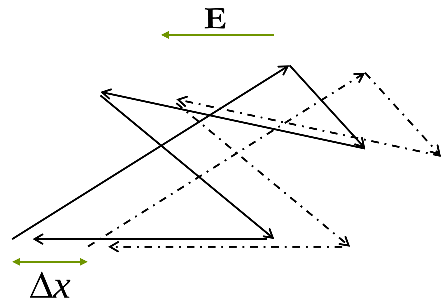
Materiales Eléctricos

$$J = \sigma E$$

$$F = -qE \rightarrow a = -\frac{qE}{m}$$

$$v_d = at = -\frac{qE}{m}t = -\frac{qt}{m}E$$

$$v_d = -\frac{qE}{m}t = -\frac{qt}{m}E$$



Definimos la MOVILIDAD como: $\mu = \frac{v_d}{E}$

$$v_d = \mu E \rightarrow \mu = \frac{v_d}{E} \left(\text{Movilidad}\right)$$

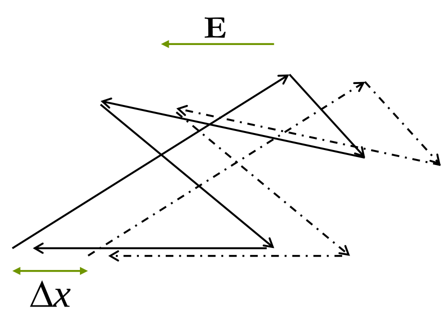
Materiales Eléctricos

$$J = \sigma E$$

$$F = -qE \rightarrow a = -\frac{qE}{m}$$

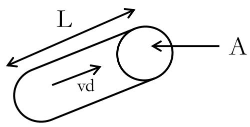
$$v_d = at = -\frac{qE}{m}t = -\frac{qt}{m}E$$

$$v_d = -\frac{qE}{m}t = -\frac{qt}{m}E$$



$$v_d = \mu E \rightarrow \mu = \frac{v_d}{E} \left(\text{Movilidad}\right)$$

Materiales Eléctricos



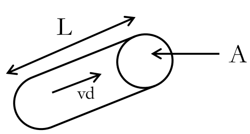
$$I = \frac{Nq}{t} \rightarrow \frac{I}{A} = \frac{Nq}{LA} v_d \Rightarrow J = nqv_d$$

$$J = \sigma E$$
$$J = qnv_d$$
$$v_d = -\frac{qE}{m} t = -\frac{qt}{m} E$$
$$\downarrow$$
$$v_d = \mu E \rightarrow \mu = \frac{v_d}{E} (\text{Movilidad})$$

$$J = \frac{q^2 nt}{m} E = \sigma E$$

$$J = qn\mu E$$

Materiales Eléctricos



$$I = \frac{Nq}{t} \rightarrow \frac{I}{A} = \frac{Nq}{LA} v_d \Rightarrow J = nqv_d$$

$$J = \sigma E = \frac{q^2 nt}{m} E = \frac{q^2 n\tau}{m} E$$

$$\tau = \frac{m}{ne^2\rho}$$

$$J = qn\mu E$$

$$\tau = \frac{9.1x10^{-31} Kg}{(10^{28} m^{-3})(1.6x10^{-19} C)^2 (1.69x10^{-8})} = 2.1x10^{-13} = 0.21 pseg = 210\, fseg$$

Materiales Eléctricos

τ puede ser del orden de 10^{-14} seg

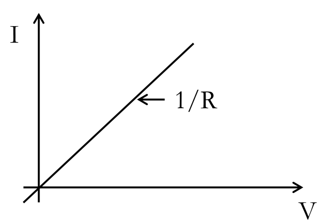
λ puede ser del orden de 10^{-8} m

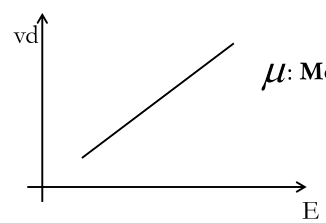
vd puede ser del orden de 10^{-5} m/seg

/v puede ser del orden de 10^{6} m/seg

Linealidad de la Ley de Ohm

Se basa en que: $v_d = \mu E$





μ: **Movilidad**

Materiales Eléctricos

Ecuación balanceada para la energía de los electrones:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\Delta E}{\tau} + IV$$

En el estado estacionario: $\Delta E = \tau IV$

En los modelos continuos, asumimos que la dispersión de electrones es suficientemente rápido que toda la energía lanzada a los electrones es al azar, toda la energía adicional se pierde como calor.

Cómo relacionamos ΔE y T?

El teorema de equipartición de estados de energía que las moléculas dice que en equilibrio térmico tienen la misma energía media asociada con cada grado de libertad independiente de su movimiento.

$$< u >_{\text{thermal}} = \frac{3}{2} k_B T$$

$$\frac{E_{\text{total}}}{V} = \frac{N}{V} u = \frac{3}{2} n k_B T$$

De esta manera con esta teoría simple, ΔE y T son proporcionales entre sí.

Calor Específico y Capacidad Calorífica

Nuevamente suponemos que el calor y el cambio de energía interna son los mismos:

$$c_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V = \left(\frac{dE_{\text{total}}}{dT}\right)_V$$

Capacidad Calorífica

Tomar volumen constante.

$$C_V = \frac{1}{V} \frac{d}{dT} \left(\frac{3}{2} N k_B T\right) = \frac{3}{2} n k_B$$

Calor Específico

$$C_v = 2 \times 10^6 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3\text{-K}} = 11 \frac{\text{Joule}}{\text{mole-K}}$$

El calor específico es independiente de la temperatura. Ley de Dulong y Petit