

# Lógica y Álgebra Discreta (ECB)

Ing. Franco D. Menendez  
LABIA  
FACET - UNT





01

# CONTENIDO DE LA MATERIA



# Contenido de la Materia



- ❖ UNIDAD TEMÁTICA 1: SINTAXIS Y SEMANTICA DEL LENGUAJE FORMAL
- ❖ SINTAXIS: Introducción. Definición del lenguaje formal. Alfabeto del Lenguaje. Variables y Constantes Proposicionales. Conectivos Proposicionales. Negación. Conjunción. Disyunción. Implicación. Equivalencia. Prioridades de Conectivos. Símbolos de Puntuación. Cadenas de Caracteres, Concatenación. Expresiones Bien Formadas o Fórmulas Bien Formadas. Reglas de Buena Formación. Ambigüedad. Escritura Polaca. Simplificación. Símbolos alternativos. Operadores Monódicos, Diádicos y Triádicos.



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



Cada lógica da lugar a un lenguaje para realizar declaraciones acerca de los objetos y para realizar razonamientos acerca de las propiedades de esos objetos.

Las declaraciones en un lenguaje lógico están construidas de acuerdo a un conjunto predefinido de reglas de formación denominadas Reglas de Sintaxis.



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



El lenguaje natural no es adecuado para llevar a cabo un razonamiento lógico.

- El lenguaje natural es muy rico en contenido y no puede ser descrito formalmente.
- El significado de una oración es ambiguo.

## Ejemplo:

“Cuando apoyamos el cuadro sobre la mesa, se rompió”

“Boca le empató a River en su campo”.



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



Una **ambigüedad** se da cuando una palabra o una expresión permite dos o más interpretaciones. Toda ambigüedad depende de su contexto, es decir, de la cantidad de información que tiene el receptor sobre aquello de lo que se habla.

Las palabras polisémicas son aquellas que tienen más de un sentido, y que por lo tanto favorecen la ambigüedad si no se conoce el contexto en que se dice una frase.

## Tipos de ambigüedad

- **Ambigüedad por polisemia.** Es una persona noble.
- **Ambigüedad por errores gramaticales (anfibología).** Cuando apoyamos el cuadro sobre la mesa, se rompió.
- **Ambigüedad sintáctica.** Me vuelvo a cambiar.



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



La lógica proposicional es el sistema lógico con la semántica mas simple. Sin embargo muchos de los conceptos y técnicas utilizadas para estudiar la lógica proposicional es generalizada para la lógica de predicado de primer orden.

Las consecuencias del conjunto de proposiciones es una estructura cerrada . Que pueden ser verdaderas para todas las interpretaciones posibles llamada tautología (“verdad universal”).



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



Una proposición lógica es cualquier expresión que puede ser verdadera o falsa, pero no las dos al mismo tiempo.

- El año empieza con el mes de enero.
- En invierno no es agradable sentir el frío.
- $1 + 1 = 2$
- Marte esta lleno de marcianitos.





# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



QUIZZ: <https://quizizz.com> código: 976954





# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## Argumentos lógicos importantes

- Si la demanda crece, entonces las compañías se expanden.
- Si las compañías se expanden, entonces contrata trabajadores.
- Si la demanda crece, entonces las compañías contratan trabajadores.

$p$  = la demanda crece

$q$  = las compañías se expanden

Si  $p$ , entonces  $q$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



La letra  $P$  puede expresar la declaración “la demanda crece”, la letra  $Q$  puede expresar la declaración “las compañías se expanden”, y la letra  $R$  puede representar la declaración “las compañías con tratan trabajadores”. Utilizando estos símbolos, podemos expresar el argumento que involucra el crecimiento de la demanda, de la siguiente forma:

- 1.-Si  $p$ , entonces  $q$
- 2.-Si  $q$ , entonces  $r$
- 3.-Si  $p$ , entonces  $r$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



El alfabeto  $L$  del lenguaje formal, es un conjunto conformado por tres conjuntos sin elementos en común (conjuntos disyuntos). Ellos son:

1.- El conjunto  $V$  de variables proposicionales. Este conjunto es infinito y enumerable.

$$V = \{ p_1, p_2, \dots, p_n, \dots \}$$

2.- El conjunto  $K$  de conectores proposicionales.

$$K = \{ \neg \} \cup \{ \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow \}$$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



3.- El conjunto  $P$  de símbolos de puntuación o paréntesis. Este conjunto es de naturaleza impropia.

$$P = \{ ( , ) \}$$

En consecuencia el alfabeto, correspondiente a un lenguaje formal para la lógica, está definido por la unión de los tres conjuntos antes detallados.

$$L = V \cup K \cup P$$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



La letra «p» que representan proposiciones, reciben el nombre de «variables lógicas». Estas variables reciben los siguientes dos valores V y F, por lo que a esta lógica recibe el nombre de «Lógica Bivalente».

**Ejemplo 1:** El niño juega

p= “el niño juega”



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



Ejemplo 2: El niño juega y no llora

$p = \text{“El niño juega”}$

$q = \text{“El niño no llora”}$

$(p \text{ y } q)$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## Cuestionario 1:

¿Cual seria la transformación correcta de la expresión "Rodrigo trabaja y no estudia" en el lenguaje formal?.

1)  $(p \vee q)$

2)  $(p \vee \neg q)$





# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## Conectores Proposicionales

CONECTIVO	DENOMINACIÓN	LECTURA EN ESPAÑOL
$\wedge$	Conjunción	Y
$\vee$	Disyunción	O
$\Rightarrow$	Implicación o Condicional	si ... entonces
$\Leftrightarrow$	Bicondicional o Equivalencia	si y sólo si ... entonces
$\neg$	Negación	No



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## Símbolos de Puntuación

Los símbolos de puntuación permiten ordenar grupos de palabras y separarlos de otros. En la lógica se utiliza signos de puntuación para evitar equívocos.

## EJEMPLO

$$p \Rightarrow q \wedge r$$

$$(p \Rightarrow q) \wedge r$$

$$p \Rightarrow (q \wedge r)$$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## Regla de Prioridad

Cada conector tiene dada una prioridad, y los conectivos con una prioridad más alta introducen una unión más fuerte que los conectivos con una prioridad más baja.

$$1) \neg p \wedge q = (\neg p) \wedge q$$

$$2) p \wedge q \vee r = (p \wedge q) \vee r$$

$$3) p \Rightarrow q \vee r = p \Rightarrow (q \vee r)$$

$$4) p \Leftrightarrow q \Rightarrow r = p \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## Cadenas de Caracteres: Concatenación

**CADENA VACÍA:** es aquella cadena que no contiene ningún signo o símbolo del alfabeto  $L$  y la denotamos de la siguiente forma: " $\epsilon$ ".

**CONCATENACIÓN:** Cuando colocamos dos cadenas, una a continuación de la otra, obtenemos otra cadena y que la representaremos por " $\wedge$ ".

$(A \wedge B) \wedge C$  es lo mismo que  $A \wedge (B \wedge C)$

$A \wedge B$  es diferente de  $B \wedge A$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



**CADENA NEUTRA:** La cadena vacía es denominada también cadena neutra a derecha e izquierda para la concatenación ( no altera a la cadena concatenada con ella ).

$$A \circ \langle \rangle = \langle \rangle \circ A = A$$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## El lenguaje del Cálculo de Proposiciones (EBF)

El conjunto de EBF constituye el lenguaje del cálculo proposicional. Por lo que este conjunto (F) es un subconjunto del alfabeto L.

## REGLAS DE BUENA FORMACION:

El conjunto F de todas las EBF, se define como un conjunto de Reglas Recurrentes, denominadas Reglas de Buena Formación.



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



**REGLA I:** Una variable proposicional cualquiera es una EBF.

$$\forall p \in V_i; p \in F \text{ o lo que es lo mismo } V \subset F$$

**REGLA II:**

**REGLA II-1:** Si A es una EBF, entonces A es una EBF

**REGLA II-2:** Si A y B son EBF, entonces  $(A * B)$  es una EBF,

$$\text{donde } * \in \{ \neg \}$$

**REGLA III:** es también denominada la regla de CLAUSURA. Solamente las cadenas formadas por las Reglas I, II-1 Y II-2 son EBF.



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



**Ejemplo: Ejemplos de variaciones con los símbolos de puntuación**

$(p \wedge q \Rightarrow p)$  es una variación de  $((p \wedge q) \Rightarrow p)$

$(p \wedge q \vee r)$  es una variación de  $((p \wedge q) \vee r)$

$(p \vee q \vee r)$  es una variación de  $((p \vee q) \vee r)$





# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## No ambigüedad del Lenguaje Construido

- Si una EBF  $A$  es de la forma  $\neg B$ , no existe una EBF  $B'$  distinta de  $B$ , tal que  $\neg B'$  sea lo mismo que  $A$ .
- Si una EBF  $A$  es de la forma  $(B * C)$ , donde  $*$  designa un conector binario, no existirán EBF  $B'$  y  $C'$  distintas de  $B$  y  $C$ , tales que  $(B' * C')$  sea la misma expresión que  $A$ .



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## Operadores o Conectores Monodiacos

Existen un conjunto de conectores u operadores monodiacos, igual a un total de 4 (cuatro), a los cuales se los denomina como Conectores f. Estos conectores son:

- $f_0 = \text{Falso (0 o F)}$
- $f_1 = \neg p$
- $f_2 = p$
- $f_3 = \text{Verdadero (1 o V)}$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## Operadores o Conectivos Diadicos

Existen 16 posibles conectores  $g_0$  a  $g_{15}$ . Seis representan a conectivos correspondientes a verum ( $g_{15}$ ), falsum ( $g_0$ ),  $p$  (siempre toma el valor de  $p$ ,  $g_{12}$ ),  $q$  (siempre toma el valor de  $q$ ,  $g_{10}$ ),  $\neg p$  (siempre toma el valor de  $\neg p$ ,  $g_3$ ) y  $\neg q$  (siempre toma el valor de  $\neg q$ ,  $g_5$ ), dejando 10 conectivos para las aplicaciones lógicas. Disyunción  $\vee$  ( $g_{14}$ ), conjunción  $\wedge$  ( $g_8$ ), doble implicación  $\Leftrightarrow$  ( $g_9$ ) e implicación  $\Rightarrow$  ( $g_{11}$  y  $g_{13}$ ).

$$g_6 \quad p \underline{\vee} q = T \quad (p \vee q) \wedge \neg (p \wedge q) = T \quad (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



**g1** Es conector denominado **NOR** o **JUNTA DENEGADA** o **FLECHA DE PIERCE**, representado por  $\downarrow$ , la negación de la disyunción.

$$p \downarrow q = \neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$$

**g7** Es conector denominado **NAND** o **INCOMPATIBILIDAD** o el **PINCEL DE SHEFFER**, representado por  $/$ , la negación de la conjunción.

$$p / q = \neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



**g4, g2** Estas dos funciones son consideradas como la **NO IMPLICACION** denotada por  $\rightarrow$ .

$$p \rightarrow q = T \quad \neg(p \Rightarrow q) = T \quad p \wedge (\neg q)$$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## Operadores o Conectivos Triádicos

Existen 256 posibles conectivos, formado por 3 operandos o proposiciones simples.

## Disyunción Condicionada

Es representada por la siguiente expresión:

$$[p,q,r] = T (q \wedge p) \vee (\neg q \wedge r)$$

q actúa como llave de un determinado tipo.



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## Incompatibilidad Condicionada

$$[[p, q, r]] = T \quad (q \wedge \neg p) \vee (\neg q \wedge \neg r)$$

siendo además la negación de la Disyunción condicionada.

$$[[p, q, r]] = T \quad \neg [p, q, r]$$

## L 2 ( Mayoría )

$$L 2 ( p, q, r ) = T \quad ( p \wedge q ) \vee ( q \wedge r ) \vee ( r \wedge p )$$

Alternativamente podemos utilizar la disyunción condicionada .

$$L 2 ( p, q, r ) = T \quad [ q \vee r , p , q \wedge r ]$$



# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## L 1 ( Al Menos Uno )

Definimos ahora el conectivo L 1 ( p , q, r ), de la siguiente forma:

$$L 1 ( p , q, r ) = T p \vee q \vee r$$

## L 3 ( Al Menos Tres )

Definimos ahora el conectivo L 3 ( p , q, r ), de la siguiente forma:

$$L 3 ( p , q, r ) = T p \wedge q \wedge r$$



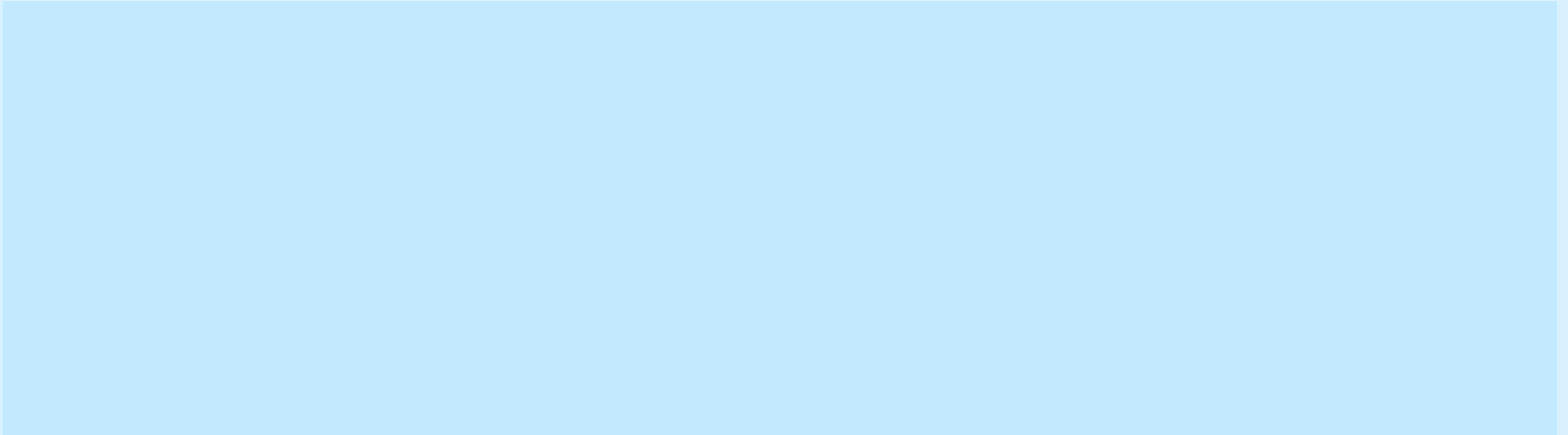


# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## Ejemplos

Siempre que los herbívoros corren o el frío en los polos es intenso, los planetas giran en torno al sol.



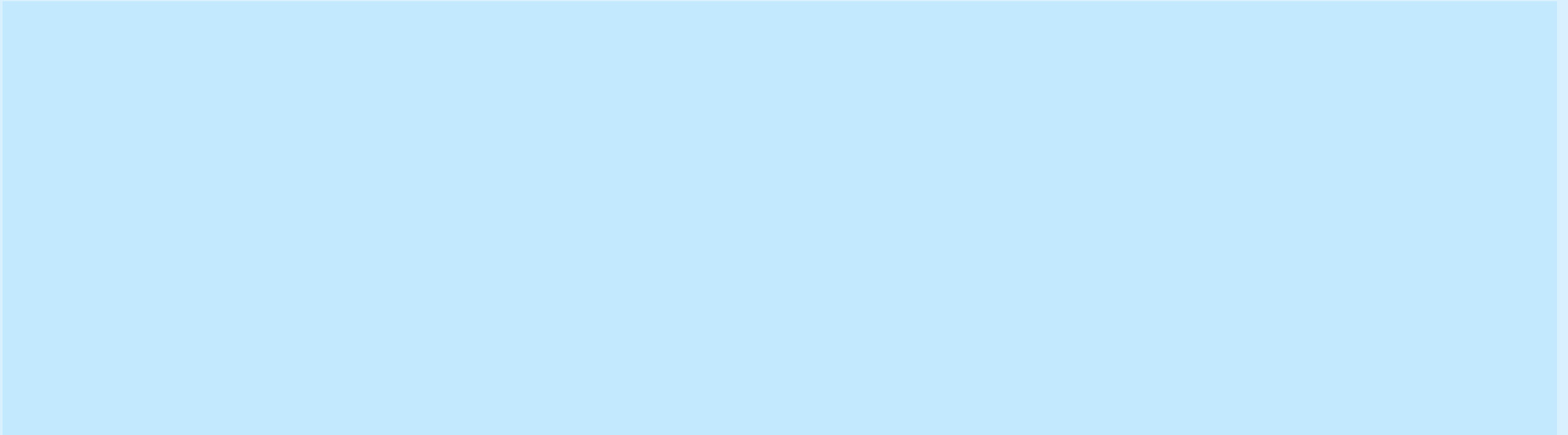


# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)



## Ejemplos

Si los elefantes volaran o supieran tocar el acordeón, pensaría que estoy como una regadera y dejaría que me internaran en un psiquiátrico.





# UT1: Lenguaje Formal (Sintaxis y Semántica)




## Ejemplos

Si el tiempo está agradable y el cielo despejado, saldremos a navegar y nos daremos un baño. No es verdad que el cielo no esté despejado a menos que nos bañemos. Luego el tiempo no está agradable




02

# BIBLIOGRAFÍA



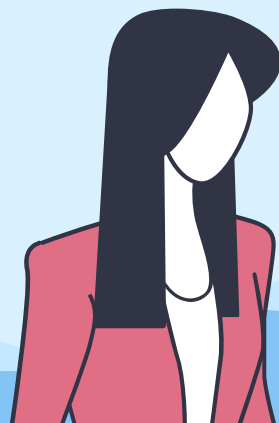
ESTRUCTURAS  
DE  
MATEMÁTICAS  
DISCRETAS.  
Bernard Kolman.  
Robert Busby &  
Sharon Ross.  
2003.



MATEMÁTICA  
DISCRETA Y  
LÓGICA.  
Roberto H.  
Fanjul  
2005.

MATEMÁTICAS  
DISCRETAS  
CON  
APLICACIONES  
S. Susanna S.  
Epp  
2012

MATEMÁTICA  
S DISCRETAS  
Espinosa  
Armenta,  
Ramón  
2017





# GRACIAS!



Preguntas?

fmenendez@herrera.unt.edu.ar

- <http://catedras.facet.unt.edu.ar/lad>
- <https://www.facebook.com/liafacet/>
- <https://classroom.google.com/BUH6YKB>

