ELECTROMAGNETISMO I

¡BIENVENIDOS AL CURSO DE ELECTROMAGNETISMO!

1

ELECTROMAGNETISMO I

Aquí aprenderemos…

➔ Campos eléctricos y magnéticos, propiedades y relaciones

➔ Ecuaciones de Maxwell

➔ Ondas electromagnéticas, propiedades, propagación en distintos medios

➔ Líneas de transmisión

➔ Guías de ondas

2

ELECTROMAGNETISMO I

Requisitos…

➔ El aprendizaje es un proceso interactivo…

➔… entonces requiere participación del alumno, no puede ser un monologo del profesor

➔No hay materias difíciles, todo ayuda a formarnos como ingenieros, solo es una cuestión de…

➔ … ACTITUD!!!

➔ Aprender implica apoderarse del conocimiento, es un proceso, que requiere tiempo y esfuerzo

3

ELECTROMAGNETISMO I

!Nadie puede hacer esto por uno, aprender depende mi!

!Es un privilegio estar hoy aquí, no todos tienen las mismas oportunidades!

4

ELECTROMAGNETISMO I

Bibliografía

- ➔ Electromagnetismo , Kraus
- ➔ Electromagnetics Waves , Jordan -Balmain
- ➔ Engineering Electromagnetics, Hayt-Buck
- ➔ La literatura se dispone principalmente en ¡INGLES!
- ➔ Además están disponibles otros textos sobre la materia

5

ELECTROMAGNETISMO I

Laboratorio de Telecomunicaciones Materias que se dictan

- ➔ Electromagnetismo I y II
- ➔ Electrónica de Comunicaciones
- ➔ Sistemas de Comunicaciones
- ➔ Sistemas de Comunicaciones Digitales I
- ➔ Próximamente otras electivas estarán disponibles

6

ELECTROMAGNETISMO I

Laboratorio de Telecomunicaciones Actividades

➔ Área de investigación y desarrollo

➔ Proyectos bilaterales con otras universidades del país y el mundo

➔ Proyectos finales y practicas profesionales

➔ Docencia

➔ Estudios de posgrado

➔ Unidad de vinculación tecnológica con el medio

7

ELECTROMAGNETISMO I

Laboratorio de Telecomunicaciones Trabajamos aquí

➔ Dr. Ing. Miguel A Cabrera
➔ Ing. Jose I Cangemi
➔ Ing. Juan E Ise
➔ Ing. Fernando Miranda Bonomi
➔ Ing. Zenon Saavedra
➔ Ing. Pablo Bedoian
➔ Ing. Mariano Fagre

8

ELECTROMAGNETISMO I

¿Por qué aprender sobre electromagnetismo?

9

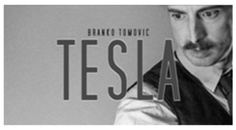
ELECTROMAGNETISMO I

Gravedad

5 fuerzas conocidas

Fuertes

Eléctricas

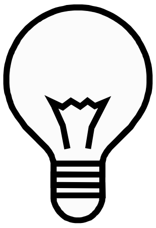


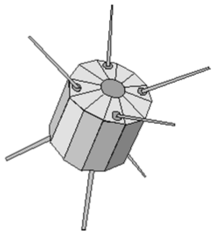
Débiles

Magnéticas

10

ELECTROMAGNETISMO I



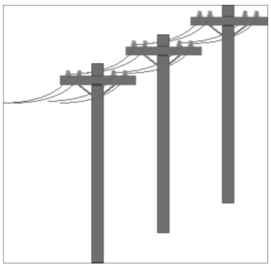


VLF … 50 Hz … UHF …Microondas

11

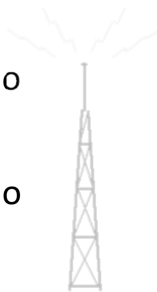
ELECTROMAGNETISMO I

Al igual que una taza de café dentro de una cocina de microondas



Las líneas de potencia radian continuamente potencia al espacio exterior

Regulaciones sobre Radiaciones no Ionizantes

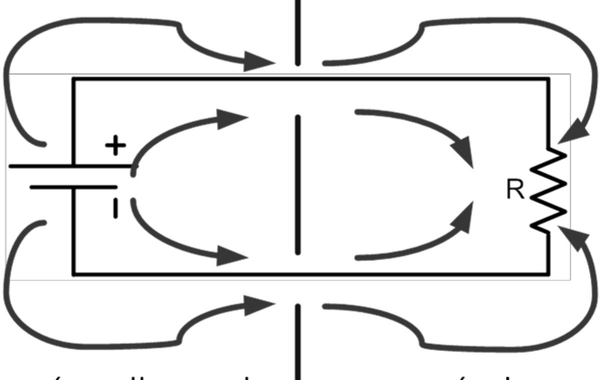


¡Vivimos inmersos en un océano de campos electromagnéticos!

12

ELECTROMAGNETISMO I

¿Qué podemos decir del funcionamiento de siguiente circuito?

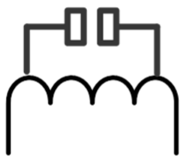


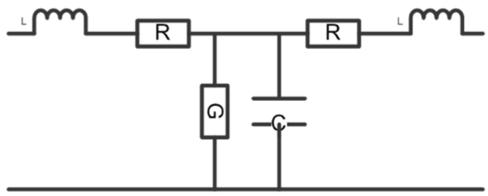
La energía se lleva a la carga a través de campos electromagnéticos, actuando los cables como guías

13

ELECTROMAGNETISMO I

TEORIA DE CIRCUITOS





TEORIA DE CAMPOS

14

ELECTROMAGNETISMO I

TEORIA DE CIRCUITOS Parámetros concentrados	TEORIA DE CAMPOS Parámetros distribuidos
Ω	Ω/m
V	V/m
A	A/m

15

ELECTROMAGNETISMO I

TEORIA DE CAMPOS
Parámetros distribuidos

La magnitudes físicas son campos vectoriales, f(t,x)

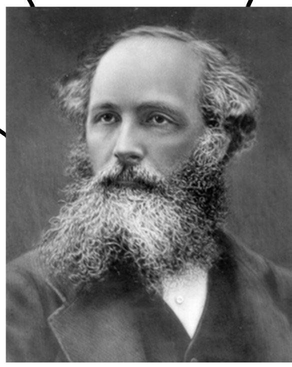
Para simplificar el problema se trata de hacer modelos escalares

Métodos numéricos

16

ELECTROMAGNETISMO I

Ampere Coulomb Faraday Gauss

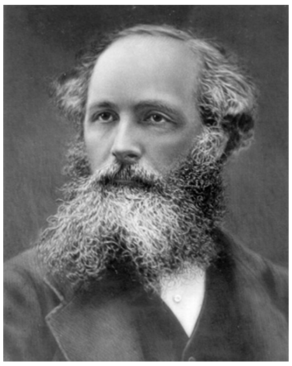


James Clerk Maxwell

17

ELECTROMAGNETISMO I

Las ecuaciones de Maxwell



$$\oint_S \vec{D}.ds = Q$$

$$\oint_S \vec{B}.ds = 0$$

$$\oint_l \vec{E}.dl = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}.ds$$

$$\oint_l \vec{H}.dl = I + \frac{d}{dt}\int_S \vec{D}.ds$$

¡Gracias Oliver Heaviside!

18

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos

Campos eléctricos

Campos electrostáticos — *Campos magnéticos variables*

19

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos

$$\oint_S \vec{D}.ds = Q\ [C] \qquad \varepsilon_0 \oint_S \vec{E}.ds = Q\ [\mathrm{C}]$$

Campos eléctricos espaciales generados por distribuciones de cargas electrostáticas

20

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos

$$\oint_S \vec{E}.ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

? **?**

¿Para que nos sirve la ley de Gauss?

Si conocemos la distribución de carga eléctrica, podemos conocer el flujo eléctrico

Si conocemos el flujo eléctrico, podemos conocer la distribución de carga

21

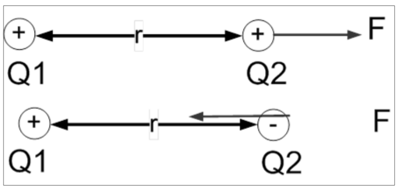
ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos

$$\oint_S \vec{E}.ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Comenzamos nuestro estudio por el campo $\vec{E}$

Las investigaciones de Coulomb permitieron establecer que:

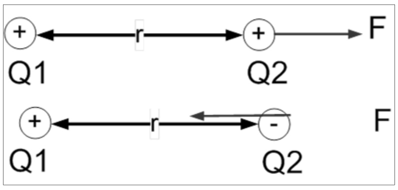


¨La fuerza entre dos cargas puntuales Q1 y Q2 es proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia¨

22

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos



$$\vec{F} = k * \frac{Q_1 * Q_2}{r^2} * \vec{r}$$

?

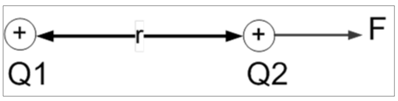
$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \quad \varepsilon = \varepsilon_0 * \varepsilon_r \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \, \frac{F}{m}$$

Calcular la fuerza ejercida por dos cargas de +1 C separadas 1 mm

23

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Campo Eléctrico



Supongamos que Q1 esta inmóvil y Q2 se acerca hacia ella

¿Qué sucede en Q2?

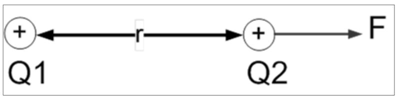
Sobre Q2 actúa una fuerza hacia afuera que a medida que se acerca a Q1.
Se puede decir que existe un campo alrededor de Q1…

…y en consecuencia un Campo es una región donde actúan fuerzas

24

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Campo Eléctrico



Si hacemos Q2 lo suficientemente pequeña como para no alterar el campo de Q1, podemos definir el campo eléctrico como:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} * \vec{r} \quad \frac{N}{C}$$

Convenciones

➔ Definimos el campo eléctrico en función de una carga de prueba positiva en ese punto

➔ El sistema de ejes coordenados será de mano derecha es decir, al girar el eje X+ hacia el eje Y+ el movimiento es en la dirección de Z+ (tornillo de rosca derecha)

25

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos

$$\oint_S \vec{E}.ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

¿Qué representa el lado izquierdo de la ecuación?

Concepto de flujo

Fuentes y sumideros

Campos electrostáticos

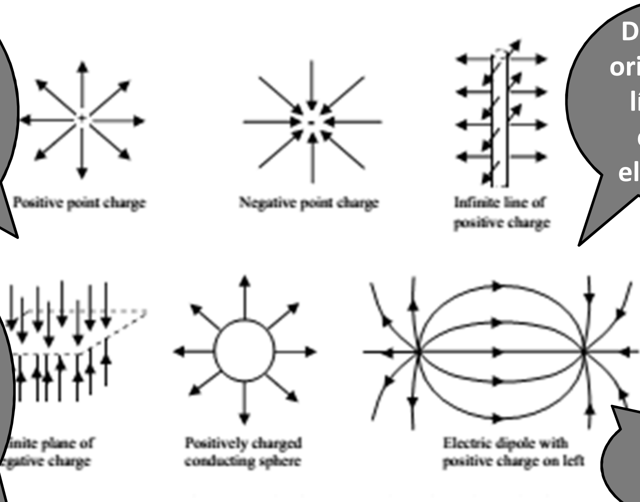
26

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos

¿Cuánto vale el campo neto E en un punto?

Donde se origina una línea de campo eléctrico?



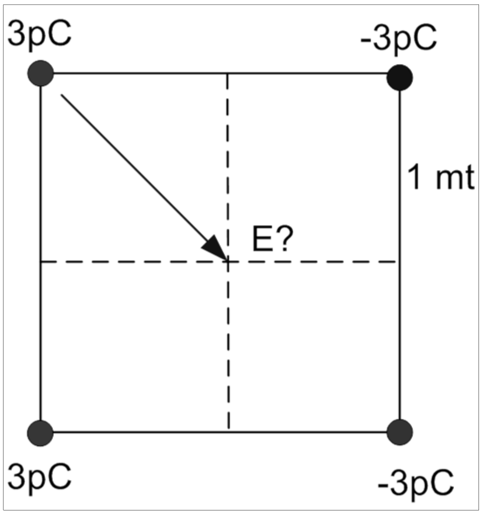
¿Pueden cruzarse dos líneas de campo eléctrico ?

¿Dónde termina?

27

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Campo Eléctrico



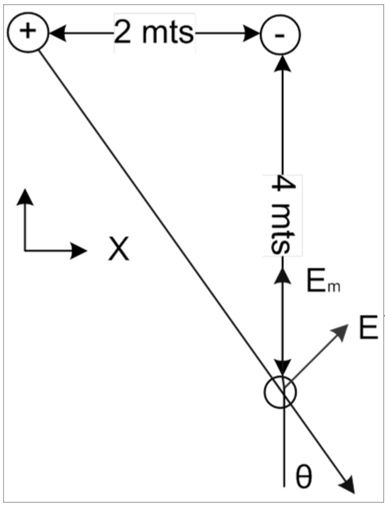
¿Cuánto vale el campo E en el centro?

E = 0,153 V/m

28

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Campo Eléctrico



Dos líneas largas de potencia paralelas, separadas una distancia d=2 mt, tienen una densidad lineal de carga ρ_L ¿Cuánto vale el campo E ?

$$E_l = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0 r}\ \frac{V}{m} \qquad \rho_L = 510^{-6}\ \frac{C}{mt}$$

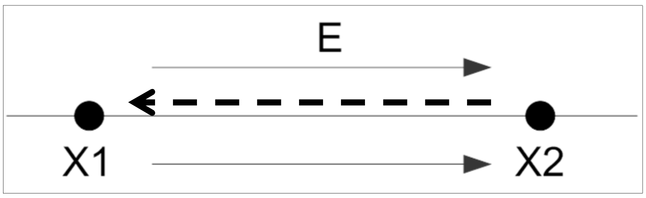
|E| = 10060 V/m

29

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Potencial Eléctrico

Si movemos una carga de prueba desde un punto X2 hacia X1 (en la dirección negativa de x) en un campo eléctrico uniforme vemos que este ejerce una fuerza sobre la carga de manera que se requiere un trabajo para moverla



La cantidad de <u>trabajo por unidad de carga</u> es igual al producto de E por la distancia recorrida

ΔV = E ΔX = E (X2-X1) Diferencia Potencial Eléctrico J/C = V (voltio)

31

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Potencial Eléctrico

Si la carga se mueve en forma perpendicular al campo no se realiza trabajo, siendo una propiedad importante de los campos que las líneas de campo y equipotenciales son ortogonales.

Se puede apreciar que la diferencia de potencial está determinada por los potenciales de los puntos extremos así que la trayectoria seguida no es importante (trabajo conservativo).

32

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Potencial Eléctrico

Un aumento del potencial Vb-Va requiere que el desplazamiento sea opuesto al campo E por ello el signo negativo.

$$V = \int_a^b dv = -\int_a^b Edl = -\int_a^b Ecos(\theta)dl$$

E$l\ signo\ menos\ indica\ un\ trabajo\ positivo\ en\ contra\ del\ campo\ E$
($recordar\ que\ nos\ movemos\ en\ el\ sentido\ negativo\ de\ X$)

33

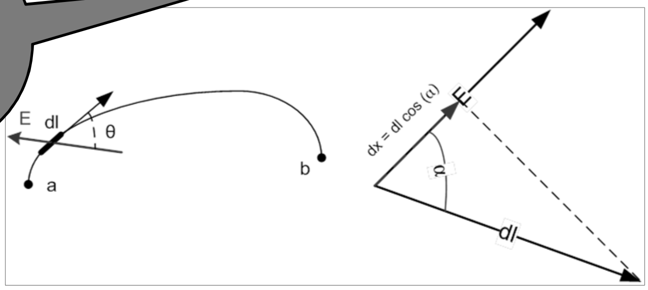
ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Potencial Eléctrico

El aumento del potencial eléctrico escalar es igual a la integral de línea de E a lo largo de una trayectoria de a hasta b

$$V = \int_a^b dv = -\int_a^b Edl = -\int_a^b Ecos(\theta)dl$$

¿Qué operación matemática tenemos aquí?



34

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Potencial Eléctrico

Si movemos una carga de prueba dentro de una trayectoria cerrada en un campo eléctrico estático el trabajo realizado es nulo, un campo donde se cumple esta ecuación se denomina campo conservativo o laminar.

$$V = -\int_a^a Edl = 0$$

Líneas de campo: indica la dirección de la fuerza que se ejerce sobre una carga de prueba positiva introducida en el campo. Si se suelta la carga se mueve en la dirección de la línea de campo.

35

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Potencial Eléctrico

¿Cuánto vale el potencial eléctrico en un punto?

“El potencial eléctrico en un punto es la suma algebraica de los potenciales individuales en ese punto»

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\sum_{1}^{N}\frac{Q_N}{r_N} + \int_0^L \frac{\rho_l}{r}dl + \iint_0^S \frac{\rho_s}{r}ds + \iiint_0^V \frac{\rho_v}{r}dv\right)$$

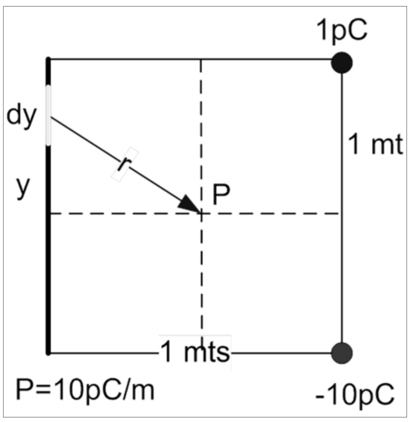
Nota Potencial absoluto y relativo: el potencial será siempre la diferencia de tensión entre dos puntos. Si el punto está en el infinito, nos referimos al potencial como absoluto

36

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Potencial Eléctrico

¿Cuánto vale el potencial eléctrico en el punto P?



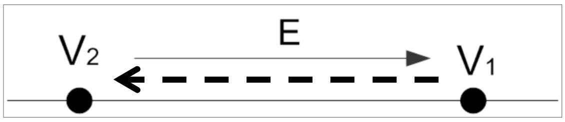
37

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Gradiente

El campo eléctrico como gradiente de potencial

"La elevación del potencial entre dos puntos a lo largo de una línea de campo es una medida del gradiente del potencial, en la misma forma que el aumento de la elevación en una cuesta nos da idea de la pendiente o gradiente de la misma.»



$$\boldsymbol{\nabla V} = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{V}}{\Delta \boldsymbol{l}} = -\boldsymbol{E}$$

El gradiente del potencial en un punto se define como el aumento de potencial ΔV a través de un elemento de longitud ΔL a lo largo de una línea de campo dividida entre ΔL

39

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Gradiente

El gradiente es un vector cuya dirección es a lo largo de línea de campo, y como ocurre un aumento del potencial cuando nos movemos en contra del campo E, la dirección del gradiente es opuesta a la del campo, agregamos un signo (-)

$$\boldsymbol{\nabla V} = -\boldsymbol{E} = -\left(\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial \boldsymbol{x}}\vec{\boldsymbol{x}} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial \boldsymbol{y}}\vec{\boldsymbol{y}} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial \boldsymbol{z}}\vec{\boldsymbol{z}}\right)$$

Si el potencial esta dado por $V(x,y,z) = 2x^2 + 3y + 4\sqrt[2]{z}$, encontrar el campo E(0,5, 0,5, 0,5)

E(0,5, 0,5, 0,5) = (-2, -3, -2,8)

40

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos: Flujo D

Flujo Eléctrico: imaginemos que las líneas de campo que vinculan cargas en el espacio se reemplazan por tubos, donde cada uno de ellos representa una cantidad constante de carga o de flujo eléctrico ψ.

Medio isotropico
$\mu \neq f(x,y,z) \quad \varepsilon \neq f(x,y,z)$

D y E son vectores en la misma dirección!

Entonces en cualquier punto existe una Densidad de Flujo Eléctrico, D (proporcional a E)

$$\boldsymbol{D} = \frac{\boldsymbol{\psi}}{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{\varepsilon E} \quad \left[\frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{m^2}}\right]$$

41

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos

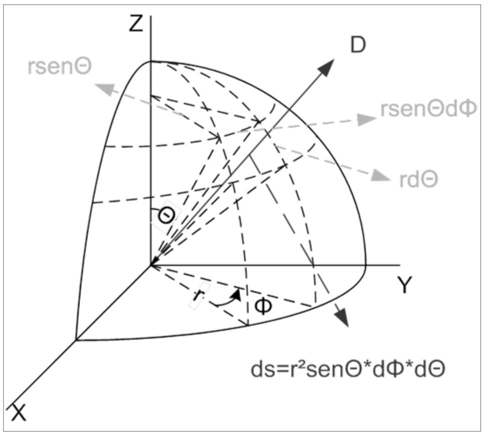
LEY DE GAUSS *Flujo Eléctrico sobre un superficie cerrada: "El flujo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga encerrada"*

Johann Carl Friedrich Gauss (30 de abril de 1777, Brunswick – 23 de febrero de 1855, Göttingen), fue un matemático, astrónomo y físico alemán que contribuyó significativamente en muchos campos, incluida la teoría de números, el análisis matemático, la geometría diferencial, la estadística, el álgebra, la geodesia, el magnetismo y la óptica. Considerado «el príncipe de las matemáticas» y «el matemático más grande desde la antigüedad», Gauss ha tenido una influencia notable en muchos campos de la matemática y de la ciencia, y es considerado uno de los matemáticos que más influencia ha tenido en la Historia.

42

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos



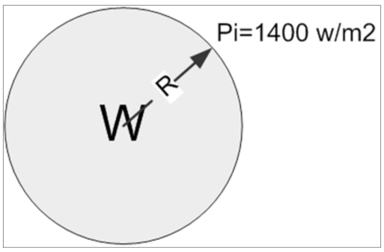
$$\boxed{\oiint \boldsymbol{D}\, \boldsymbol{ds} = \iiint \boldsymbol{\rho_v dv} = \boldsymbol{Q}\ [\mathrm{C}]}$$

¿Lo demostramos?

43

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos



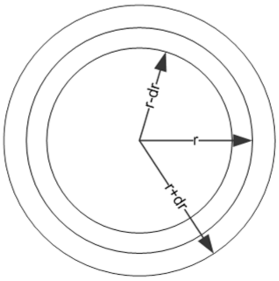
El sol produce en la superficie de la tierra una densidad de potencia de 1400 w/m2.
Si la luz del sol tarda 7 minutos en llegar a la tierra, ¿Cuánta potencia radia el sol?. ¿W?

$$W = 2{,}8\ 10^{26}\ w$$

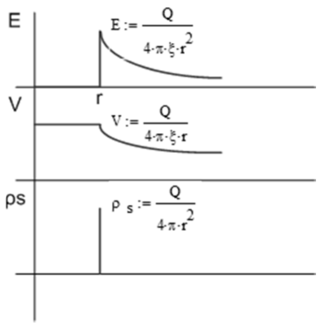
45

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos eléctricos



Supongamos una carga Q distribuida uniformemente sobre la superficie de un cascaron de radio r. Graficar E, V y ρs en función de la distancia

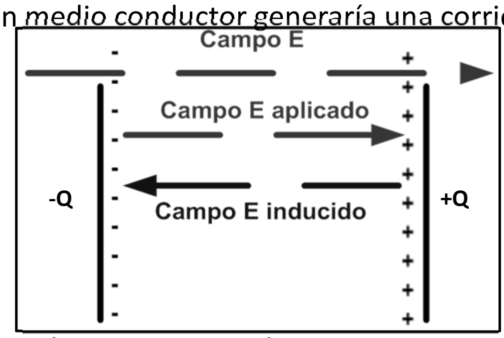


47

ELECTROMAGNETISMO I

Campo eléctrico en conductores

En condiciones estáticas un conductor es definido como un medio en el cual el campo eléctrico es siempre cero (de otra forma un campo E presente en un *medio conductor* generaría una corriente).



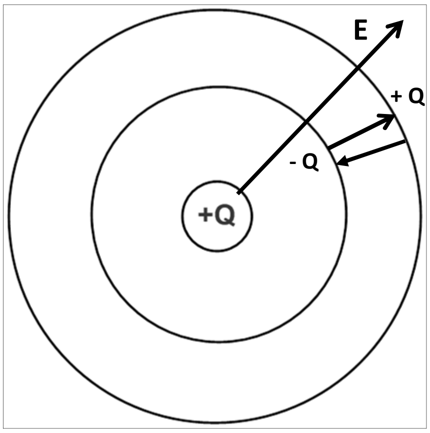
Cuando un conductor se introduce en un campo eléctrico los electrones se movilizan de modo que se forma una distribución superficial de carga que reduce el campo total a cero en el interior

49

ELECTROMAGNETISMO I

Campo eléctrico en conductores

Analicemos un cascaron conductor con carga Q en su interior.



¿Cómo será el campo generado por la carga Q?

¿Qué sucede en el cascaron?

¿Qué sucede si aplicamos la ley de Gauss a diferentes regiones?

¿Qué sucede a grandes distancias del cascaron?

50

ELECTROMAGNETISMO I

Campo eléctrico en conductores

Aplicación: Jaula de Faraday, si tenemos un volumen recubierto por un conductor perfecto, y este se sumerge en una región donde existen campos eléctricos estáticos, ¿Qué pasa en su interior? Esto fue estudiado por Benjamín Franklin en 1755

51

ELECTROMAGNETISMO I

Benjamín Franklin

Fue un prolífico científico e inventor. Además del pararrayos, inventó también el llamado horno de Franklin o chimenea de Pensilvania (1744), metálico y más seguro que las tradicionales chimeneas; las lentes bifocales, para su propio uso; un humidificador para estufas y chimeneas; uno de los primeros catéteres urinarios flexibles, para tratar los cálculos urinarios de su hermano John; el cuenta kilómetros, en su etapa de trabajo en la Oficina Postal; las aletas de nadador, la armónica de cristal... Estudió también las corrientes oceánicas calientes de la costa Este de Norteamérica, siendo el primero en describir la Corriente del Golfo. También se comprometió en la política siendo un destacado abolicionista.

52

ELECTROMAGNETISMO I

Franklin buscaba cultivar su carácter mediante un plan de trece virtudes que desarrolló cuando tenía 20 años (en 1726) y que continuó practicando de una forma u otra por el resto de su vida:

Templanza: No comas hasta el hastío, nunca bebas hasta la exaltación.

Silencio: Sólo habla lo que pueda beneficiar a otros o a ti mismo, evita las conversaciones insignificantes.

Orden: Que todas tus cosas tengan su sitio, que todos tus asuntos tengan su momento.

Determinación: Resuélvete a realizar lo que deberías hacer, realiza sin fallas lo que resolviste.

Frugalidad: Sólo gasta en lo que traiga un bien para otros o para ti; Ej.: no desperdicies nada.

Diligencia: No pierdas tiempo, ocúpate siempre en algo útil, corta todas las acciones innecesarias.

Sinceridad: No uses engaños que puedan lastimar, piensa inocente y justamente, y, si hablas, habla en concordancia.

Justicia: No lastimes a nadie con injurias u omitiendo entregar los beneficios que son tu deber.

53

ELECTROMAGNETISMO I

Moderación: Evita los extremos; abstente de injurias por resentimiento tanto como creas que las merecen.
Limpieza: No toleres la falta de limpieza en el cuerpo, vestido o habitación.
Tranquilidad: No te molestes por nimiedades o por accidentes comunes o inevitables.
Castidad: Frecuenta raramente el placer sexual, sólo hazlo por salud o descendencia, nunca por hastío, debilidad o para injuriar la paz o reputación propia o de otra persona.
Humildad: Imita a Jesús y a Sócrates.
Franklin no trataba de trabajar en todas ellas al mismo tiempo. En lugar de esto, él trabajaba en una y sólo una cada semana, "dejando todas las demás a su suerte ordinaria". Aunque Franklin no vivió completamente según sus virtudes y, según él mismo admitía, incumplió sus preceptos muchas veces, él creía que el intentarlo lo hizo una mejor persona y contribuyó enormemente a su éxito y felicidad, por lo cual en su autobiografía, dedicó más páginas a este plan que a cualquier otro punto. Allí escribió: "Yo espero, por lo tanto, que alguno de mis descendientes pueda seguir el ejemplo y cosechar el beneficio".

54

ELECTROMAGNETISMO I

Campo eléctrico en dieléctricos

Un medio es homogéneo si sus características físicas no varían de punto a punto.
Un medio es lineal en relación al campo E si la densidad de flujo D es proporcional al campo E.
Un medio es isotrópico si sus propiedades son independientes de la dirección.

Un dieléctrico que cumple con estas propiedades suelen llamarse Dieléctricos Clase A.

En un conductor los electrones exteriores de un átomo se liberan fácilmente en presencia de un campo eléctrico y emigran de átomo en átomo.
En un dieléctrico los electrones están tan bien unidos que no pueden desligarse en presencia de campos eléctricos ordinarios

55

ELECTROMAGNETISMO I

Campo eléctrico en dieléctricos

Una característica importante de los dieléctricos es su permitividad o constante dieléctrica, a menudo trabajamos con la permitividad relativa al vacío.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 * \varepsilon_r \left[\frac{F}{m}\right] \qquad \varepsilon_0 = 8.85 \left[\frac{pF}{m}\right] = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \left[\frac{F}{m}\right]$$

Aire	1.0006
Baquelita	5
Poliestireno	2.7
Formica	6
Caucho	3
Mica	6
Suelo arena seco	3.4
Agua destilada	85

56

ELECTROMAGNETISMO I

Campo eléctrico en dieléctricos

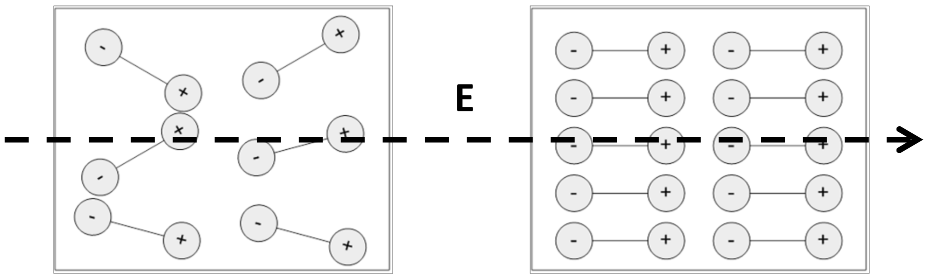
Medir un campo eléctrico en un dieléctrico puede ser difícil e impráctico, por eso es mejor centrarse en los efectos externos y relacionarlos con el campo eléctricos exterior por medio de las condiciones de frontera.

Si bien no hay desplazamiento de carga en un dieléctrico, cuando se los coloca en un campo eléctrico existe un ligero desplazamiento formando pequeños dipolos orientados según el campo, los cuales en general retornan a su posición normal cuando desaparece el campo

57

ELECTROMAGNETISMO I

Campo eléctrico en dieléctricos

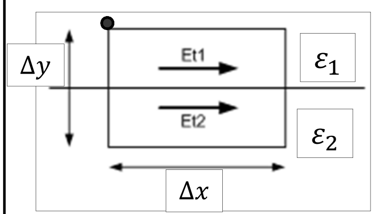


58

ELECTROMAGNETISMO I

Campo eléctrico en dieléctricos: relaciones de frontera

En un medio en particular el campo eléctrico es continuo, es decir varía en cantidades infinitesimales, en distancias infinitesimales, sin embargo en la frontera entre dos materiales las variaciones pueden ser bruscas



Consideremos el trabajo por unidad de carga necesario para transportar una carga de prueba alrededor de esta trayectoria cerrada y haciendo tender Δy=0,

$$\int_a^a Edl = ? \qquad E_{t1}\Delta x - E_{t2}\Delta x = 0 \qquad \boxed{\boldsymbol{E_{t1} = E_{t2}}}$$

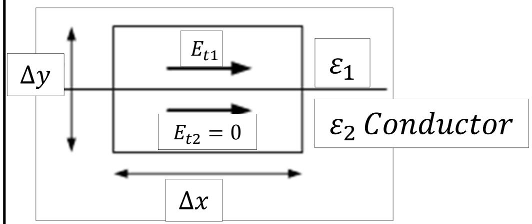
«Los campos tangenciales en la frontera entre dos dieléctricos son iguales» (Campos continuos)

59

ELECTROMAGNETISMO I

Campo eléctrico en dieléctricos: relaciones de frontera

Si uno de los medios es conductor, en condiciones estáticas, el campo debe ser nulo por lo tanto en la frontera Dieléctrico – Conductor el campo tangencial es cero.



¿Por qué?

(si no fluyen corrientes, si así lo fuera se cumple que los campos tangenciales son iguales)

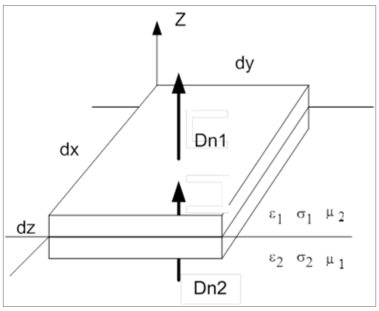
60

ELECTROMAGNETISMO I

Campo eléctrico en dieléctricos: relaciones de frontera

Analicemos la situación para campos perpendiculares ¿opiniones?

Por la ley de Gauss la integral de superficie de la componente normal de D es igual a la carga encerrada en ella.



Si consideramos los volúmenes indicados y haciendo tender Δz a cero vemos que la diferencias de densidades de flujo debe ser igual a la carga superficial en la frontera.

$$\Delta z \rightarrow 0$$

$$D_{n1}dxdy - D_{n2}dxdy = \rho_s dxdy$$

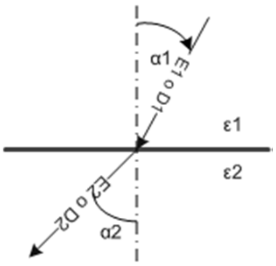
$$\boxed{\boldsymbol{D_{n1} - D_{n2} = \rho_s \quad \frac{C}{m^2}}}$$

61

ELECTROMAGNETISMO I

Campo eléctrico en dieléctricos: relaciones de frontera

Frontera entre dos dieléctricos. Sean dos medios dieléctricos isotrópicos (D y E tienen la misma dirección) separados por una frontera libre de carga (con conductividad nula en ambos medios), según se muestra en la figura. Encontrar la relación entre los ángulos.

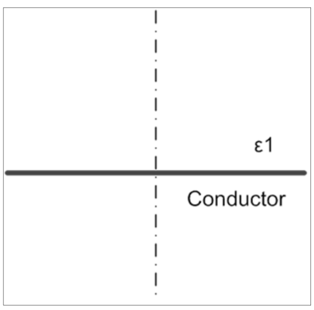


62

ELECTROMAGNETISMO I

Campo eléctrico en dieléctricos: relaciones de frontera

Suponga ahora que el medio 2 es un conductor, encontrar α1.

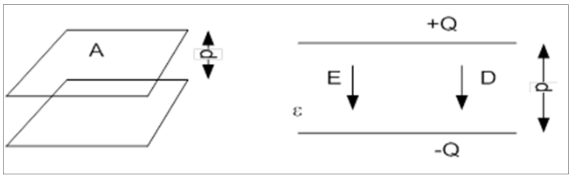


64

ELECTROMAGNETISMO I

Capacitores y Capacitancia

Capacitancia es la razón de la carga en uno de sus conductores a la diferencia de potencial entre ellos. La unidad es el faradio



$$C = \frac{Q}{V}$$

$V = ?\quad Q = ?$

$$V = E * d \quad Q = D * A \quad C = \frac{Q}{V} = \frac{D * A}{E * d} = \frac{\varepsilon * E * A}{E * d}$$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon * A}{d}\ F}$$

66

ELECTROMAGNETISMO I

Capacitores y Capacitancia

Calcular C si A=100 cm2, d=1 cm y el dieléctrico es aire

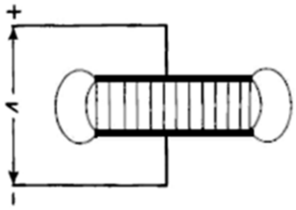
$$C = 8{,}85 * 10^{-12}\ \text{F}$$

67

ELECTROMAGNETISMO I

Capacitores y Capacitancia

¿Cómo son las líneas de campo dentro de un capacitor?



Considerando el análisis de la frontera Dieléctrico-Conductor las líneas son perpendiculares entre las placas, salvo en los bordes, este efecto se llama **fringing.** ¿Cómo influye en el valor calculado según la fórmula? ¿Es bueno o malo esto?

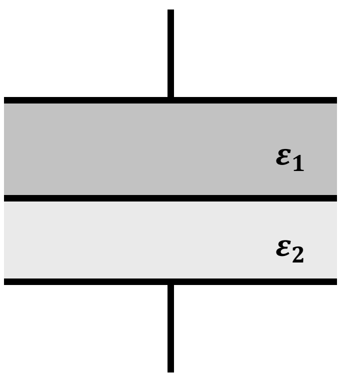
Esto debe tenerse en cuenta en el diseño de circuitos impresos, pero también hace posible la radiación de una antena de tipo patch.

68

ELECTROMAGNETISMO I

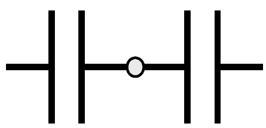
Capacitores y Capacitancia

Supongamos un capacitor como el siguiente



¿como podemos analizar este caso?

Insertamos una delgada lamina conductora

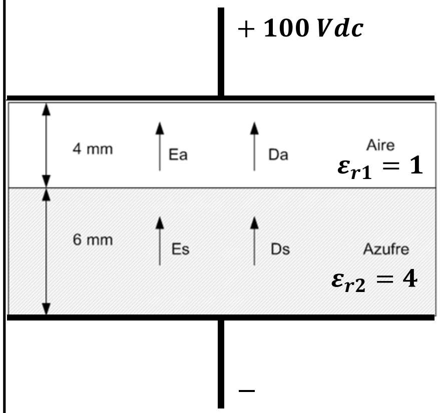


69

ELECTROMAGNETISMO I

Capacitores y Capacitancia

Capacitor con 2 dieléctricos –Si se aplican 100 Vdc entre las placas calcular E, D y V en los dos medios. Conceptos relaciones de frontera D y E.



Analizando las condiciones de fronteras, ¿a que conclusión podemos arribar?

$$D_a = D_s$$

$$1)\quad \varepsilon_1 E_a = \varepsilon_2 E_s$$

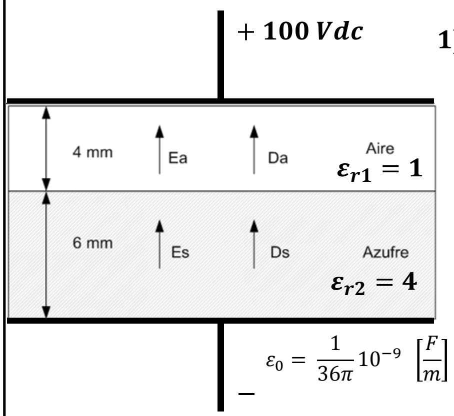
$$2)\quad V = d_a E_a + d_s E_s$$

70

ELECTROMAGNETISMO I

Capacitores y Capacitancia

Capacitor con 2 dieléctricos –Si se aplican 100 Vdc entre las placas calcular E, D y V en los dos medios. Conceptos relaciones de frontera D y E.



$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \left[\frac{F}{m}\right]$$

$$1)\quad \varepsilon_1 E_a = \varepsilon_2 E_s \qquad 2)\quad V = d_a E_a + d_s E_s$$

$$E_s = 4{,}545 * 10^3 \ \frac{V}{m}$$

$$E_a = 1{,}818 * 10^4 \ \frac{V}{m}$$

$$V_a = 72{,}727\ V$$

$$V_s = 27{,}273\ V$$

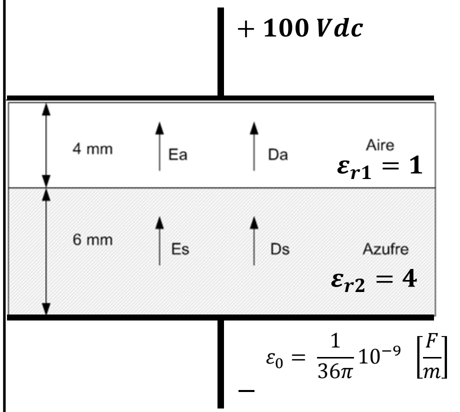
$$D_a = 1{,}608 * 10^{-7} \ \frac{C}{m^2}$$

71

ELECTROMAGNETISMO I

Capacitores y Capacitancia

Capacitor con 2 dieléctricos –Si las placas tienen 0,5 m de lado ¿Cuánto vale la capacidad?



$$\boldsymbol{C = \frac{Q}{V}}$$

$\boldsymbol{Q} = ?$ $\qquad$ $\boldsymbol{Q = D * A}\ [\boldsymbol{C}]$

$$\boldsymbol{C = \frac{D * A}{V}}$$

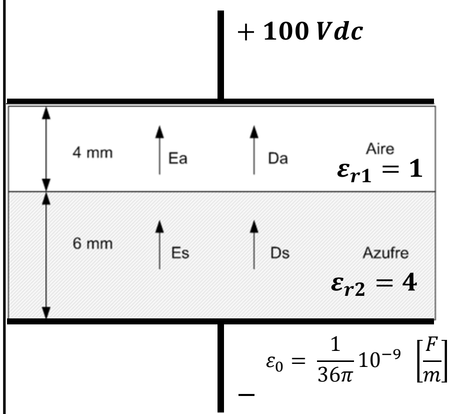
$$\boldsymbol{C = 4,019 * 10^{-10}\ \mathrm{F}}$$

72

ELECTROMAGNETISMO I

Capacitores y Capacitancia

Capacitor con 2 dieléctricos – Resultado obtenido a través de la Teoría de Campos



$$\boldsymbol{C = 4,019 * 10^{-10}\ \mathrm{F}}$$

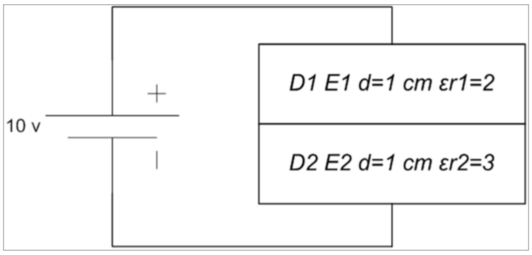
Verificar utilizando Teoría de Circuitos

73

ELECTROMAGNETISMO I

Capacitores y Capacitancia

Para el capacitor del ejemplo calcular E, V, D y C. A = 0,01 m2



$$E_1 = 600\ \frac{V}{m}$$
$$E_2 = 400\ \frac{V}{m}$$
$$V_1 = 6\ V$$
$$V_2 = 4\ V$$
$$D = 1,061 * 10^{-8}\ \frac{C}{m^2}$$
$$C = 1,061 * 10^{-11}\ F$$

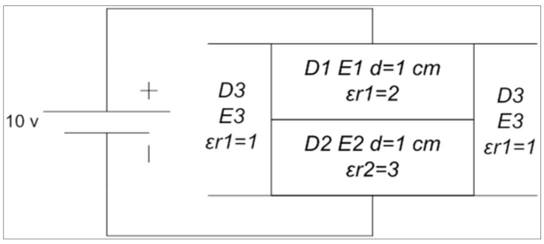
Verificar utilizando Teoría de Circuitos!
Resolver problemas con 3 dieléctricos!

75

ELECTROMAGNETISMO I

Capacitores y Capacitancia

Si en el ejemplo anterior se extienden las placas de forma tal que el área es A = 200 cm2, ¿cuanto vale C?



$$C = 1,503 * 10^{-11}\ F$$

77

ELECTROMAGNETISMO I

Capacitores y Capacitancia

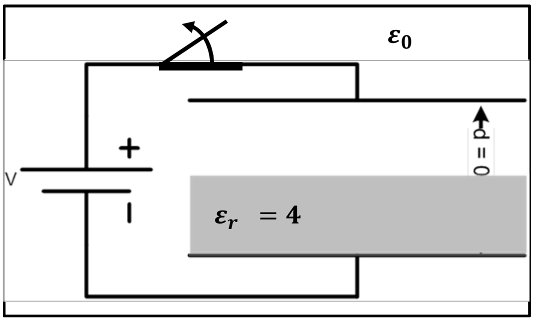
Problema

Dos placas de 20x20 cm están separadas 2 mm y conectadas a una fuente V = 100 v, una placa de material dieléctrico de 1 mm de espesor se inserta dando un pulso de 30 n Amp (promedio) durante 0.5 seg. ¿cual es la permitividad de la placa?

$$\boldsymbol{\varepsilon_r = 12,2}$$

ELECTROMAGNETISMO I

Un capacitor de placas paralelas de área A y separación d se carga con una tensión V. Se desconecta la batería, e introduce un dieléctrico de espesor d1=d/2. Determinar la capacidad con y sin dieléctrico y la razón de tensiones sobre las placas utilizando teoría de campos. A = 0.01 m2, d = 0,01 m



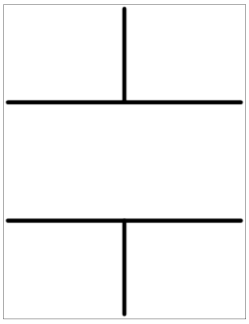
$$\boldsymbol{C_i = 8,842 * 10^{-12}\ F}$$

$$\boldsymbol{C_f = 1,415 * 10^{-11}\ F}$$

$$\boldsymbol{\frac{V_f}{V_i} = \frac{5}{8} = 0,625}$$

ELECTROMAGNETISMO I

¿Dónde almacena la energía un capacitor?



$$Trabajo\ por\ unidad\ de\ carga\ \ V = \frac{dw}{dq}$$

$$dw = Vdq \quad y \quad C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \qquad dw = \frac{q}{C}dq$$

$$Entonces\ para\ cargar\ un\ capacitor\ de\ 0\ a\ Q$$

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{1}{2C}Q^2\ [\,J\,]\ energia\ de\ un\ capacitor\ en\ joule$$

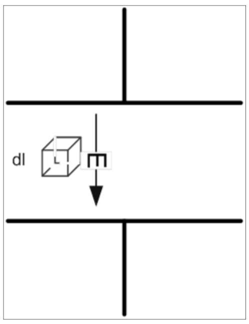
$Se\ utiliza\ W\ en\ lugar\ de\ E\ para\ no\ confundir\ con\ el\ campo\ electrico$

83

ELECTROMAGNETISMO I

¿Dónde almacena la energía un capacitor?

Consideremos un pequeño volumen dentro del campo E con cada lado igual a dl, si las caras superior e inferior son laminas metálicas perfectas no se altera el campo y tenemos un capacitor



$$\Delta C = \varepsilon\frac{da}{dl} = \varepsilon * dl \qquad dw = \frac{Q^2}{2\Delta C}$$

$$Q = \Delta C * V = \varepsilon * dl * \mathrm{E} * dl = \varepsilon * \mathrm{E} * dl^2$$

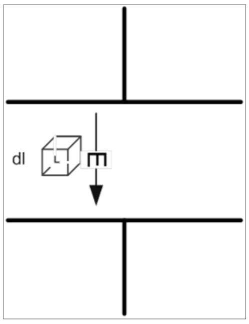
$$dw = \frac{1}{2} * (\varepsilon * \mathrm{E} * dl^2)^2 * \frac{1}{\varepsilon * dl} \qquad dw = \tfrac{1}{2}\varepsilon E^2 dl^3\ \ [J]$$

84

ELECTROMAGNETISMO I

¿Dónde almacena la energía un capacitor?

Si dividimos dw por el volumen y tomamos el limite tendiendo a cero tendremos la energía por unidad de volumen en el interior del capacitor



$$\frac{dw}{dl^3} = \frac{1}{2} * \varepsilon * E^2 \ \ [\frac{J}{m^3}]$$

$$\lim_{\mathbf{dv}\to 0} \frac{\mathbf{dw}}{dv} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} * \boldsymbol{\varepsilon} * \mathbf{E}^{\mathbf{2}} \ \ [\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{m^3}}]$$

podemos ver que solo depende del campo y del medio, y que la energía se almacena entre las placas. ¿Hay energía en el vacío?

85

ELECTROMAGNETISMO I

¿Dónde almacena la energía un capacitor?

Problema: ¿Cual es la capacitancia de un capacitor que almacena 1 J al aplicarle 500 v en bornes?

$$W := \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2 \qquad W := 1 \ \ \mathrm{J} \qquad V := 500 \ \ \mathrm{V} \qquad C := \frac{2 \cdot W}{V^2} \qquad C = 8 \times 10^{-6} \ \ \mathrm{F}$$

86

ELECTROMAGNETISMO I

¿Dónde almacena la energía un capacitor?

Problema: Tenemos un potencial V=2x+4y, calcular la densidad de energía por m3

ELECTROMAGNETISMO I

Divergencia de la Densidad de flujo D

Aplicando la ley de Gauss a un volumen infinitesimal se llega al concepto de Divergencia

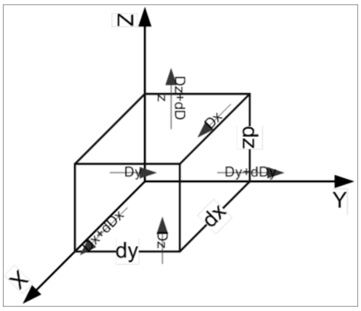
$$\oiint D * ds = \rho_v * dv$$

La divergencia de D proporciona la densidad de carga libre en un punto. La divergencia es una función puntual escalar.

$$\boxed{\lim_{dv \to 0} \frac{\oiint \boldsymbol{D} * \boldsymbol{ds}}{\boldsymbol{dv}} = \boldsymbol{Div\ D} = \boldsymbol{\rho_v} \quad \left[\frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{m^3}}\right]}$$

ELECTROMAGNETISMO I

Desarrollo formal para la Divergencia de la Densidad de flujo D



$Evaluemos\ el\ flujo\ neto\ que\ sale\ del\ volumen$

$$\Delta\Psi_y = -D_y * dxdz + \left(D_y + \frac{\partial D_y}{\partial y} * dy\right) * dxdz$$

$$\Delta\Psi_y = \frac{\partial D_y}{\partial y} * dxdydz$$

90

ELECTROMAGNETISMO I

Divergencia de la Densidad de flujo D

Aplicando la ley de Gauss a un volumen infinitesimal se llega al concepto de Divergencia

$$\boxed{\lim_{dv\to 0} \frac{\oint\!\!\oint \boldsymbol{D} * \boldsymbol{ds}}{\boldsymbol{dv}} = \boldsymbol{Div\ D} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{D_x}}{\partial \boldsymbol{x}} + \frac{\partial \boldsymbol{D_y}}{\partial \boldsymbol{y}} + \frac{\partial \boldsymbol{D_z}}{\partial \boldsymbol{z}}\right) = \boldsymbol{\rho_v} \quad \left[\frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{m^3}}\right]}$$

Si se conoce D en algún punto, tomar la divergencia posibilita encontrar las fuentes (+) o sumideros de carga (-).

Esta expresión de la divergencia obtenida a partir de la ley de Gauss aplicada a un volumen infinitesimal es una del las Ecuaciones de Maxwell

$$\boxed{\oint_S \overrightarrow{\boldsymbol{D}}.\boldsymbol{ds} = \boldsymbol{Q} \quad [\boldsymbol{C}] \quad \boldsymbol{Div\ D} = \boldsymbol{\rho_v} \quad \left[\frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{m^3}}\right]}$$

92

ELECTROMAGNETISMO I

Teorema de la Divergencia

Este teorema establece que la integral de la componente normal densidad de flujo D sobre una superficie cerrada es igual a la integral de la divergencia de D en el volumen encerrado por esa superficie.

$$\boxed{\begin{array}{c} \oint_S \overrightarrow{\boldsymbol{D}}.\boldsymbol{ds} = \boldsymbol{Q} \quad [\boldsymbol{C}] \qquad \boldsymbol{Div\ D} = \boldsymbol{\rho_v} \quad \left[\dfrac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{m^3}}\right] \\ \oint_S \overrightarrow{\boldsymbol{D}}.\boldsymbol{ds} = \oint_v \overrightarrow{\boldsymbol{\nabla D}}.\boldsymbol{dv} \end{array}}$$

Este teorema se aplica a cualquier función vectorial y también es conocido como Teorema de Gauss

93

ELECTROMAGNETISMO I

Teorema de la Divergencia

Problema: si tengo un campo E uniforme ¿cuánto vale la divergencia de D en un punto del espacio?.

$$E_{(x,y,z)} = 10\ V/m$$

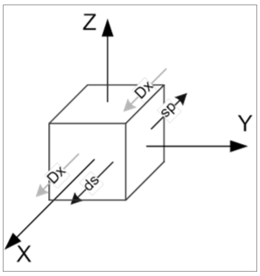
$$\nabla D_{(x,y,z)} = 0$$

94

ELECTROMAGNETISMO I

Teorema de la Divergencia

Problema: sea un cubo de 2 mt de lado centrado en el origen y lados paralelos a los ejes, siendo D, la densidad de campo eléctrico. Evaluar ambos lados del Teorema de la Divergencia



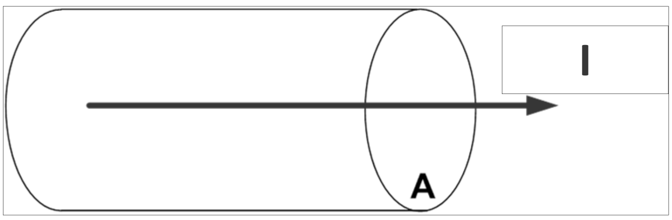
$$\vec{D}_{(x,y,z)} = \frac{10}{3} x^3 \, \vec{x} \;\; C/m^2$$

95

ELECTROMAGNETISMO I

Corriente eléctrica estacionaria

La carga eléctrica en movimiento constituye una corriente eléctrica y cualquier medio portador de una corriente es un conductor.



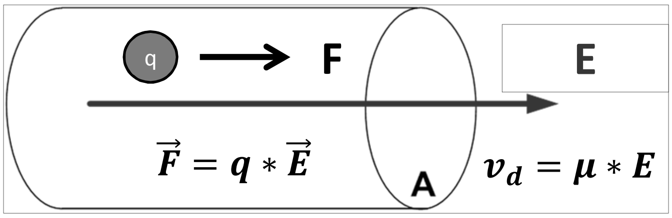
En conductores metálicos la carga se transporta por electrones, en plasmas o gases por electrones e iones positivos (carga total cero), en conductores líquidos (electrolitos) por iones positivos y negativos, en semiconductores por electrones y huecos

97

ELECTROMAGNETISMO I

Corriente eléctrica estacionaria

Fuerza que experimenta una carga dentro de un campo eléctrico.



$$\vec{F} = q * \vec{E}$$

$$v_d = \mu * E$$

μ *movilidad* $\frac{m^2}{Vseg}$

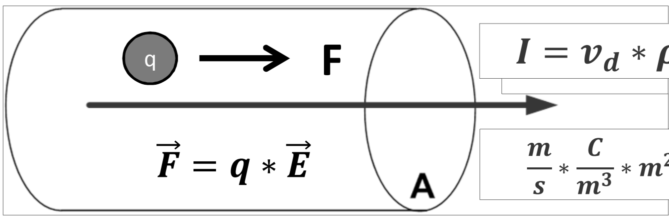
La carga se acelera en presencia del campo y lo haría infinitamente de no ser que esta choca con otras partículas presentes en el medio, por lo tanto podemos hablar de una velocidad promedio de desplazamiento dentro del material

98

ELECTROMAGNETISMO I

Corriente eléctrica estacionaria

Si el medio tiene una sección transversal A y una determinada densidad de cargas libres ρ para moverse, se formara una corriente eléctrica.



$$\vec{F} = q * \vec{E}$$

$$I = v_d * \rho * A$$

$$\frac{m}{s} * \frac{C}{m^3} * m^2 = \frac{C}{s}$$

También podemos hablar de la densidad de corriente eléctrica

$$J = \frac{I}{A} = v_d * \rho$$

99

ELECTROMAGNETISMO I

Resistencia y resistividad

George Ohm estableció que la diferencia de potencial en los extremos de un conductor es igual al producto de su resistencia por la corriente (Ley de ohm). Existen elementos lineales y no lineales.

La resistencia de un material depende de sus dimensiones, por eso se define la resistividad S, la cual es numéricamente igual a la Resistencia de un cubo homogéneo de material de 1 mt de lado, con una distribución de corriente uniforme

$$\boldsymbol{R = S\frac{l}{a}} \quad \left[\boldsymbol{\Omega.m.\frac{m}{m^2} = \Omega}\right] \qquad \boldsymbol{S = R\frac{a}{l}[\Omega.m]}$$

100

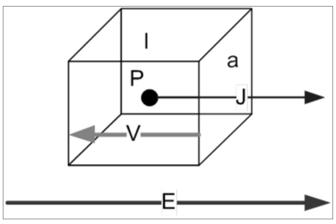
ELECTROMAGNETISMO I

Resistencia y resistividad

El reciproco de la resistividad S es la conductividad expresada en mho/m

$$\sigma = \frac{1}{S} \quad \left[\frac{1}{\Omega.m} = \frac{\mho}{m}\right]$$

Imaginemos una pequeña celda, dentro de un bloque de material, de longitud “l” y sección “a” alrededor de un punto P



$$V = E * l \qquad I = J * a$$

$$E * l = R * J * a$$

$$\boxed{J = \frac{l}{R * a}E = \sigma E}$$

Ley de Ohm en un pto

101

ELECTROMAGNETISMO I

Resistencia y resistividad

Otra expresión para la conductividad

$$\sigma = \frac{J}{E} = \frac{v_d \rho}{E} \qquad v_d = \mu * E \qquad \sigma = \mu * \rho \ \left[\frac{℧}{m}\right]$$

En enero de 1781, antes del trabajo de George Ohm, Henry Cavendish experimentó con botellas de Leyden y tubos de vidrio de diferente diámetro y longitud llenados con una solución salina. Como no contaba con los instrumentos adecuados, Cavendish calculaba la corriente de forma directa: se sometía a ella y calculaba su intensidad por el dolor. Cavendish escribió que la "velocidad" (corriente) variaba directamente por el "grado de electrificación" (tensión). Él no publicó sus resultados a otros científicos a tiempo, y estos fueron desconocidos hasta que Maxwell los publicó en 1879.

102

ELECTROMAGNETISMO I

Resistencia y resistividad

En 1825 y 1826, Ohm hizo su trabajo sobre las resistencias, y publicó sus resultados en 1827. Su inspiración la obtuvo del trabajo de la explicación teórica de Fourier sobre la conducción del calor.
¿Qué son las botellas de Leyden?

Material	Tipo	Conductividad siemens/mt
mica	aislador	10^{-17}
baquelita	aislador	10^{-9}
germanio	semiconductor	2
agua de mar	conductor	4
constantan	conductor	$2 \cdot 10^{6}$
aluminio	conductor	$3.5 \cdot 10^{7}$
cobre	conductor	$5.7 \cdot 10^{7}$

103

ELECTROMAGNETISMO I

Resistencia y resistividad

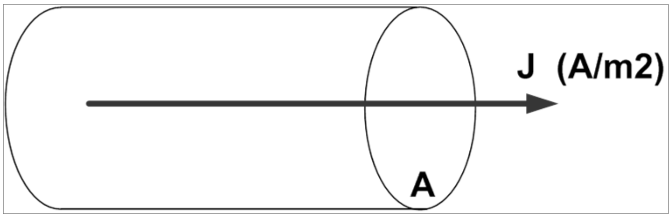
Calcular la conductividad de un alambre de 4 mm de diámetro y 5 mts de longitud.
Si la resistencia medida es R= 12 mΩ. Determine cuál es el material.

104

ELECTROMAGNETISMO I

Corriente eléctrica estacionaria

Podemos suponer la existencia de tubos de corriente dentro del área por la que circula una densidad de corriente J en analogía con los tubos de flujo eléctrico



Si los tubos de flujo de campo eléctrico inician y terminan en cargas (son discontinuos), ¿Como serán los tubos de corriente?

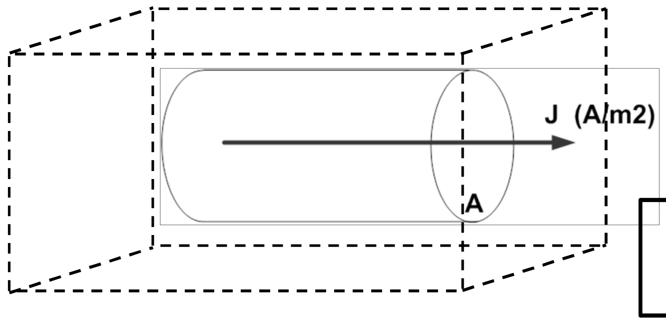
¡Los tubos de corriente son continuos o solenoidales!

106

ELECTROMAGNETISMO I

Corriente eléctrica estacionaria

Entonces tomando un volumen e integrando la densidad de corriente J sobre toda la superficie que contiene al volumen tendremos:



?

$$\boxed{\oint_S \vec{J}.ds = 0}$$

107

ELECTROMAGNETISMO I

Corriente eléctrica estacionaria

Relación válida para <u>*corrientes estacionarias*</u> y aplicables a cualquier volumen.

$$\oint_S \vec{J}.ds = 0$$

Como consecuencia de esto podemos establecer una relación puntual: *las corrientes estacionarias no tienen fuentes ni sumideros*, y en teoría de circuitos nos referimos a esto como… <u>***Las leyes de Kirchoff***</u>

Tomando en cuenta la expresión de arriba, ¿de que otra forma podemos escribir esto?

$$\boldsymbol{Div\,J = 0} \qquad \boldsymbol{\nabla . J} = \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z}\right) = 0$$

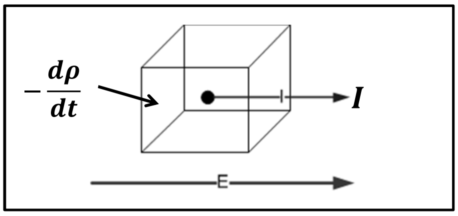
108

ELECTROMAGNETISMO I

Corriente eléctrica no estacionaria

La expresión integral contiene a J en una región finita, la diferencial en un punto, ambas hacen referencia a la naturaleza continua de la corriente

Si las *corrientes no son estacionarias*, el flujo neto de corriente que sale de un volumen (positivo) tiene que ser igual a la rapidez del cambio negativo de la carga en el tiempo dentro del volumen



$$\oint_S \vec{J}.ds = -\frac{d\rho}{dt}dv$$

109

ELECTROMAGNETISMO I

Ecuación de Conservación de la Carga

Dividiendo por *dv* y tomando el límite cuando tiende a cero tenemos la expresión diferencial de la divergencia.

$$\lim_{dv\to 0}\frac{\oint_S \vec{J}.ds}{dv} = -\frac{d\rho}{dt} \qquad \nabla.J = -\frac{d\rho}{dt}$$

Expresión de la divergencia de J para corrientes que varían en el tiempo

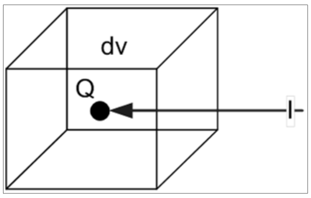
Esta es la *relación de continuidad general* entre la densidad de corriente J y la densidad de carga, también llamada *ecuación de conservación de la carga.*

110

ELECTROMAGNETISMO I

Ecuación de Conservación de la Carga

Consideremos una corriente circulando por un alambre que termina en un pequeño volumen dv donde se cumple



$$\oint_S \vec{J}.\,ds = -I$$

$$\rho * dv = Q \rightarrow \frac{d\rho}{dt} dv = \frac{dq}{dt} \qquad \boxed{I = \frac{dq}{dt}}$$

Relación de continuidad entre la corriente y carga en un alambre
(Integral sobre todo el volumen)

111

ELECTROMAGNETISMO I

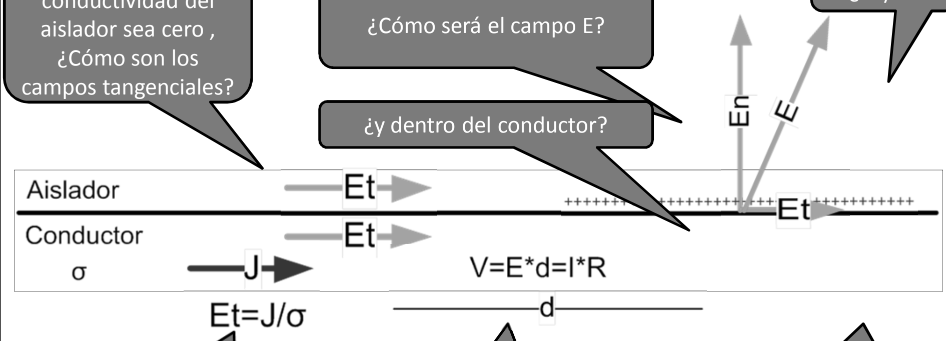
Condiciones de frontera

Suponiendo que la conductividad del aislador sea cero , ¿Cómo son los campos tangenciales?

¿Cómo será el campo E?

Si σ >> 1 ¿En/Et?

¿y dentro del conductor?



Cuando fluye una corriente eléctrica el campo E dentro del conductor no es nulo (conductor real, σ finito)

Este campo produce en el conductor …

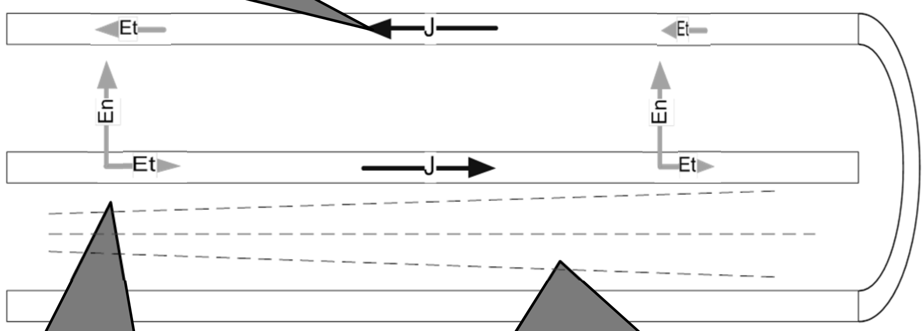
Si además existe una distribución superficial de carga en el conductor, tendremos una componente de campo…

112

ELECTROMAGNETISMO I

Línea coaxial

En una línea coaxial tenemos la corriente fluyendo en forma paralela al conductor ¿y el campo?



Si además se aplica un potencial en el extremo aparecerá un campo normal.

Las líneas equipotenciales, dibujadas en trazos, son normales a las líneas de campo, pero debe tenerse en cuenta que el campo tangencial Et va disminuyendo en intensidad.

113

ELECTROMAGNETISMO I

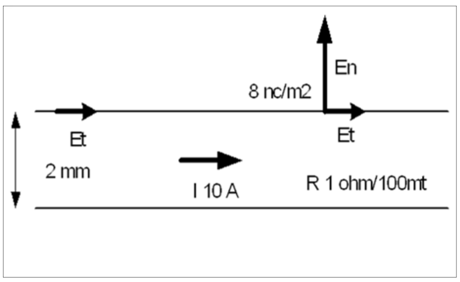
Problema: Campo E en la superficie de un alambre. Un alambre de 2 mm de diámetro tiene una resistencia de 1 Ω/100 mt, y por el mismo fluye una corriente de 10 Amp.

a) ¿Cuál es el campo eléctrico dentro del alambre?

Si se introduce una carga superficial estática de 8 nC/m2

b) ¿Cuánto vale el campo E fuera del alambre? ε_0

c) Según sus cálculos ¿Es un buen o mal cable?



114

ELECTROMAGNETISMO I

Campo magnético estático producido por una corriente eléctrica estacionaria

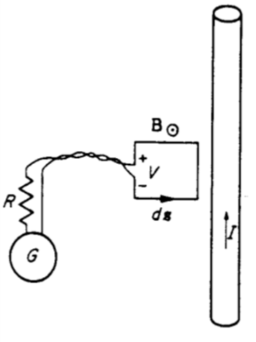


Figure 3-1. Measurement of magnetic flux.

Una corriente circula por un alambre y se acerca una espira conectada a un galvanómetro.

La aguja del instrumento deflecta.

Si la corriente se interrumpe, el galvanómetro vuelve a cero.

¿Lo explicamos?

117

ELECTROMAGNETISMO I

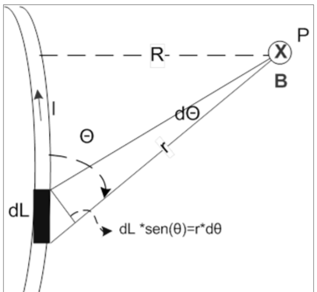
Campo magnético estático producido por una corriente eléctrica estacionaria

Hans Christian Oersted. Fue un gran estudioso del electromagnetismo. En 1813 ya predijo la existencia de los fenómenos electromagnéticos, que no demostró hasta 1819, junto con André-Marie Ampère, cuando descubrió la desviación de una aguja imantada al ser colocada en dirección perpendicular a un conductor eléctrico, por el que circula una corriente eléctrica, demostrando así la existencia de un campo magnético en torno a todo conductor atravesado por una corriente eléctrica, e iniciándose de ese modo el estudio del electromagnetismo.

118

ELECTROMAGNETISMO I

Campo magnético de un elemento de corriente



Ley de Biot Savart

Una corriente que circula por un elemento dl, genera un campo magnético B, tal que:

$$\boxed{\boldsymbol{dB = \frac{\mu}{4\pi}\frac{I * dl * sen(\theta)}{r^2}}}$$

$$\mu_0 = 400\pi 10^{-9} \quad Hy/m$$

$$B\ densidad\ de\ flujo\ magnetico\ \frac{Wb}{m^2}\ o\ Tesla$$

Si se desea conocer el campo B, en P, por causa de la corriente que circula por un conductor, supondremos el mismo formado por elementos dl, integrando a lo largo del conductor.

119

ELECTROMAGNETISMO I

Campo magnético estático producido por una corriente eléctrica estacionaria

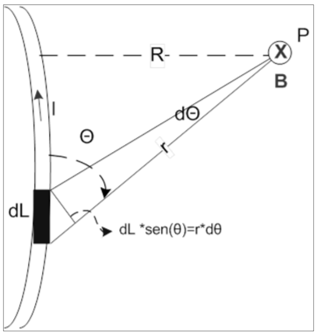
Jean-Baptiste Biot fue la primera persona en descubrir las propiedades ópticas únicas de la mica, gracias a su colaboración con el físico Félix Savart (1791-1841) elaboró la Ley de Biot-Savart que describe cómo se genera un campo magnético mediante una corriente eléctrica estacionaria. En 1804 elaboró un globo y ascendió con Joseph Gay-Lussac a una altura de cinco kilómetros en lo que sería las primeras investigaciones sobre la atmósfera terrestre.

Felix Savart Junto con Biot estudió el campo magnético creado por una corriente eléctrica. Se especializó en el estudio de la acústica, y hacia 1830 inventó la llamada «rueda dentada de Savart», un instrumento que sirve para medir la frecuencia de un sonido. También inventó un sonómetro y un polariscopio.

120

ELECTROMAGNETISMO I

Campo magnético de un elemento de corriente

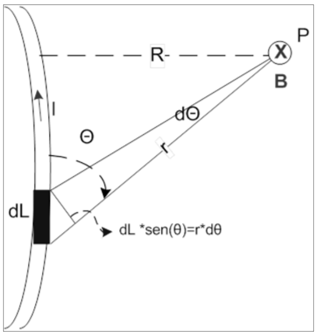


Esta expresión relaciona la densidad de flujo magnético B generado por un conductor contenido en el plano:

$$B = \frac{\mu * I}{4\pi} \int \frac{\operatorname{sen}(\theta)}{r^2} dl \quad T$$

ELECTROMAGNETISMO I

Campo magnético de un elemento de corriente



Para un conductor recto y largo

$$B = \frac{\mu * I}{4\pi} \int \frac{\operatorname{sen}(\theta)}{r^2} dl \quad T$$

$$dl * \operatorname{sen}(\theta) = r * d\theta$$

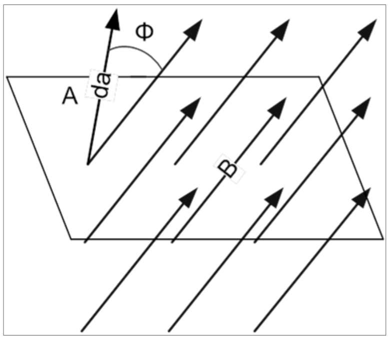
$$\operatorname{sen}(\theta) = \frac{R}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{r} = \frac{\operatorname{sen}(\theta)}{R}$$

$$B = \frac{\mu * I}{4\pi * R} \int_0^{\pi} \operatorname{sen}(\theta)\, d\theta \quad T$$

$$\boxed{\mathbf{B} = \frac{\boldsymbol{\mu} * \mathbf{I}}{\mathbf{2\pi} * \mathbf{R}} \ \boldsymbol{T}}$$

ELECTROMAGNETISMO I

Flujo magnético $\boldsymbol{\Psi_m}$



Flujo $\boldsymbol{\Psi_m}$ a través de una superficie

$$\Psi_m = B \cdot A \quad Wb$$

$$\Psi_m = B * A * cos(\varphi) \quad Wb$$

Flujo $\boldsymbol{\Psi_m}$ a través de una superficie, no uniforme

$$\Psi_m = \int_S B \cdot ds \quad Wb$$

123

ELECTROMAGNETISMO I

Ec.Max: Ley de Gauss para campos magnéticos

Flujo $\boldsymbol{\Psi_m}$ a través de una superficie cerrada será:

$$\Psi_m = \oiint B \cdot ds \quad = 0$$

El flujo magnético a través de una superficie cerrada será nulo, debido a la naturaleza continua (solenoidal) del campo magnético

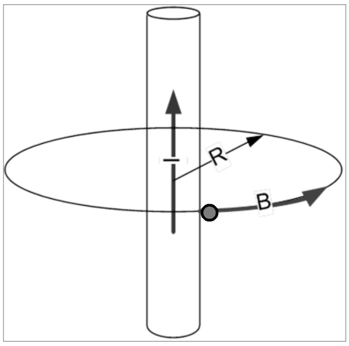
$$\oiint \boldsymbol{B \cdot ds = 0} \qquad \boldsymbol{\nabla \cdot B = 0}$$

Ecuacion de Maxwell a partir de la Ley de Gauss para campos magneticos

124

ELECTROMAGNETISMO I

Ley de Ampere



Integrando la densidad de flujo magnético B producida por un conductor recto largo alrededor de una trayectoria de radio R tendremos

$$\oint_l B dl = \oint_l \frac{\mu I}{2\pi R} dl = \mu I$$

Valido para cualquier trayectoria cerrada.
Podemos independizarnos del material definiendo el vector H tal

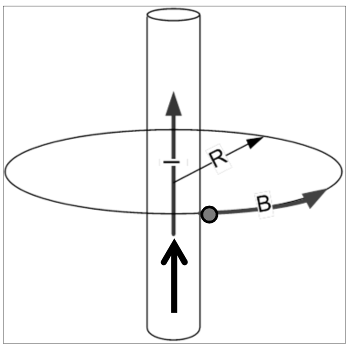
$$\boxed{\mathbf{H} = \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{\mu}} \quad \boldsymbol{Campo\,magnetico} \quad \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{mt}}}$$

125

ELECTROMAGNETISMO I

Ley de Ampere

¨La integral de H alrededor de una trayectoria cerrada sencilla es igual a la corriente encerrada¨



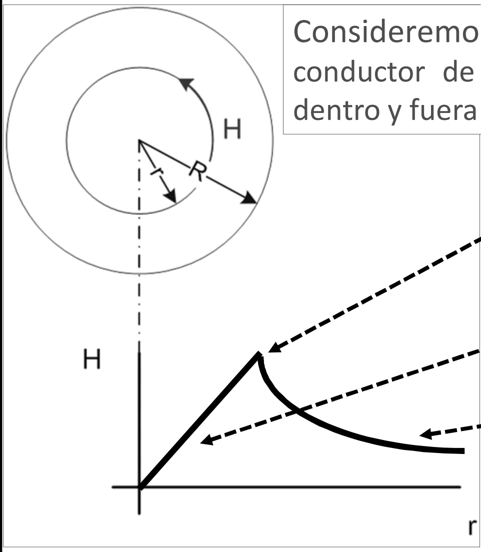
$$\boxed{\oint_{\boldsymbol{l}} \boldsymbol{Hdl} = \boldsymbol{I} \;\; \boldsymbol{A}}$$

126

ELECTROMAGNETISMO I

Ley de Ampere

Consideremos el campo H generado por un conductor de radio R y corriente uniforme I, dentro y fuera del conductor



$$\frac{\mathrm{I}}{2\pi R}$$

$$\frac{\mathrm{I}}{2\pi R^2}r$$

$$\frac{\mathrm{I}}{2\pi r}$$

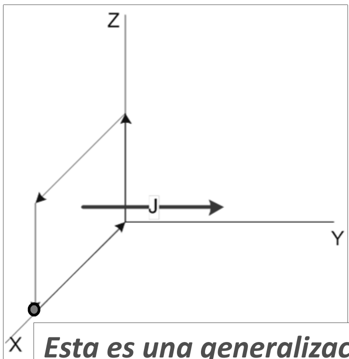
¿Unidades?

127

ELECTROMAGNETISMO I

Generalización de la Ley de Ampere

¨La integral de H alrededor de una trayectoria cerrada sencilla es igual a la corriente encerrada…



..la cual es igual a la integral de la componente normal de la densidad de corriente J sobre la superficie limitada por la trayectoria

$$\boxed{\oint_{l} \boldsymbol{Hdl} = \oiint_{S} \boldsymbol{Jds} = \boldsymbol{I\ A}}$$

Esta es una generalización de la Ley de Ampere y constituye una de las ecuaciones de Maxwell. Veremos aquí una aporte fundamental de Maxwell.

128

ELECTROMAGNETISMO I

Ley de Ampere

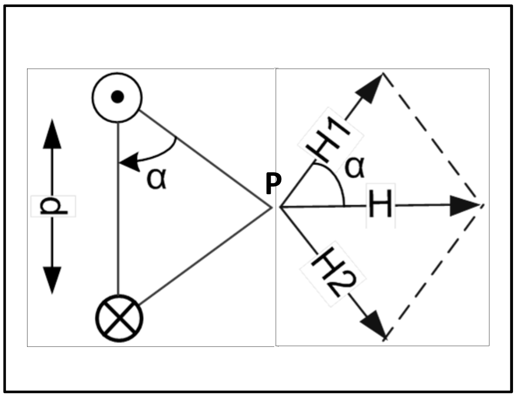
Problema: un alambre recto y largo, porta una corriente de 10 Amp.
¿A que distancia tenemos un campo de 1 A/mt?

129

ELECTROMAGNETISMO I

Ley de Ampere

Problema: Calcular el campo magnético H en el punto P

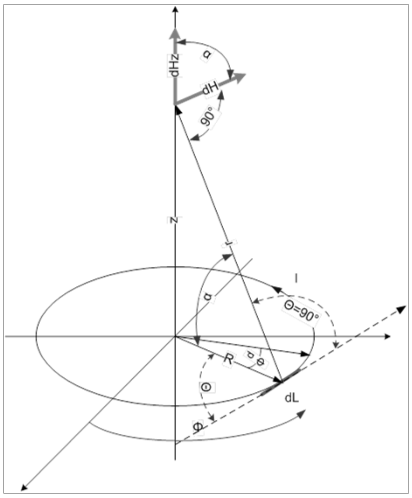


$I = 100\ A \quad \alpha = \dfrac{\pi}{6} \quad d = 0{,}8\ mt$

131

ELECTROMAGNETISMO I

Ley de Ampere



a) ¿Cuánta corriente debe circular en una espira de R=0,5 mt. para producir en el centro un campo H = 1mA/mt?
b) ¿Cuál es el campo H a una distancia de 2 mt. a lo largo del eje de la espira?

133

ELECTROMAGNETISMO I

Rotor de H

Al igual que con la divergencia es útil poder relacionar en un punto del espacio el campo Magnético H y la Corriente I.

Para ellos desarrollamos la expresión del rotor de H.

Partimos de la ley de Ampere, dividimos ambos términos por el área encerrada por la trayectoria, y tomamos el límite cuando esta tiende a cero, lo cual es por definición el rotor de H

137

ELECTROMAGNETISMO I

El Rotor de H

$$\oint_l \vec{H}.dl = I \qquad\qquad \frac{\oint_l \vec{H}.dl}{ds} = \frac{I}{ds}$$

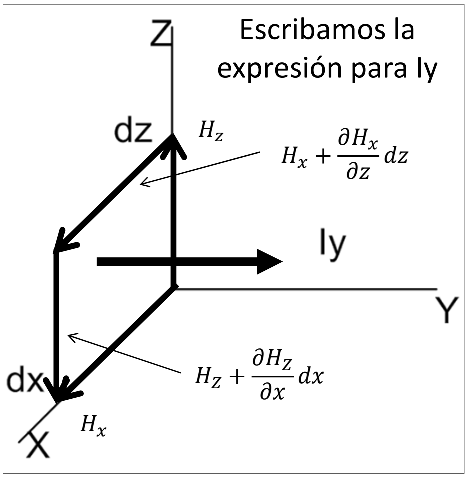
$$\boxed{\lim_{ds \to 0} \frac{\oint_l \vec{H}.dl}{ds} = J \quad \frac{A}{m^2} \qquad \textbf{Rotor de H}}$$

Al igual que con la Divergencia deduciremos una expresión para el Rotor

138

ELECTROMAGNETISMO I

El Rotor de H



$$\oint_l \vec{H}.dl =?\ I$$

$$-H_x dx \ + H_z dz \ + \left(H_x + \frac{\partial H_x}{\partial z} dz\right) dx$$

$$-\left(H_z + \frac{\partial H_z}{\partial x} dx\right) dz =$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} dxdz - \frac{\partial H_z}{\partial x} dxdz = I_y$$

esto es igual a la corriente dentro del área analizada

139

ELECTROMAGNETISMO I

El Rotor de H

Dividiendo ambos miembros por el área dxdz y tomando el límite cuando esta tiende a cero, tenemos la definición de la componente y del rotor de H

$$\lim_{dxdz \to 0} \frac{\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}}{dxdz} = Rotor\ H_y = J_y$$

Haciendo lo mismo para Ix e Iz tendremos la expresión general del rotor

140

ELECTROMAGNETISMO I

El Rotor de H

$$\boxed{\nabla \times \mathbf{H} = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right)\vec{x} + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}\right)\vec{y} + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right)\vec{z}}$$

$$\boxed{\nabla \times \mathbf{H} = \overrightarrow{J_x} + \overrightarrow{J_y} + \overrightarrow{J_z} = \vec{J} \quad \frac{A}{m^2}}$$

El Rotor tiene valor donde sea que haya una corriente

141

ELECTROMAGNETISMO I

El Rotor de H

Podemos expresar el rotor como un determinante

$$\boxed{\nabla \times \mathrm{H} = \begin{vmatrix} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}}$$

142

ELECTROMAGNETISMO I

Ecuación de Maxwell deducida a partir de la Ley de Ampere

$$\boxed{\oint_l \overrightarrow{\boldsymbol{H}}.\boldsymbol{dl} = \boldsymbol{I}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{H} = \boldsymbol{J}}$$

143

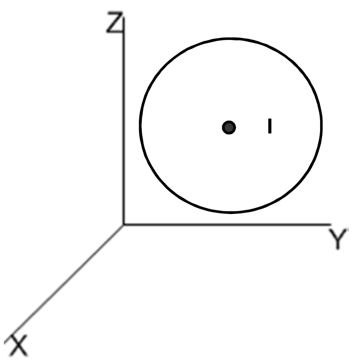
ELECTROMAGNETISMO I

Problema: Encontrar el rotor de *F*

$$F = y\vec{x} + x\vec{y}$$

ELECTROMAGNETISMO I

Problema: ¿Cuánto vale el rotor dentro y fuera de un alambre de sección R con corriente I constante y uniformemente distribuida?



ELECTROMAGNETISMO I

Comparación entre Divergencia y Rotor

Para que haya rotor debe haber variación a lo largo de una línea normal a la dirección del campo.

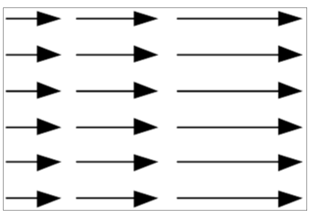
Para que exista divergencia debe haber variación del campo a lo largo de una línea que tiene la misma dirección del campo.

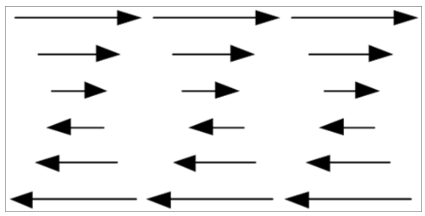
Condiciones necesarias pero no suficientes.
Ambas son definiciones puntuales

148

ELECTROMAGNETISMO I

Comparación entre Divergencia y Rotor





Campo con divergencia pero sin rotacional

Campo con rotacional pero sin divergencia

149

ELECTROMAGNETISMO I

Operaciones que involucran al operador ∇ nabla dos veces

La divergencia del rotor

$$\boxed{\boldsymbol{\nabla} \cdot (\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{F}) = \mathbf{0}}$$

La divergencia del rotor de una función vectorial es cero

150

ELECTROMAGNETISMO I

Operaciones que involucran al operador ∇ nabla dos veces

La divergencia del rotor

Entonces podemos decir que si la divergencia de una función vectorial es cero, entonces esta función puede ser expresada como el rotor de otro vector

$$\boldsymbol{Si} \quad \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{B} = \mathbf{0} \qquad \boldsymbol{Entonces}\ \boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{A}$$

152

ELECTROMAGNETISMO I

Operaciones que involucran al operador ∇ nabla dos veces

El rotor del gradiente de una función escalar

$$\boxed{\boldsymbol{\nabla}\ \mathbf{x}\ (\boldsymbol{\nabla}.\mathbf{V}) = \mathbf{0}}$$

El rotor del gradiente una función escalar es cero

153

ELECTROMAGNETISMO I

Operaciones que involucran al operador ∇ nabla dos veces

Entonces…

Si un campo vectorial no tiene rotor entonces es un campo… *laminar* (campo E)

Si un campo vectorial no tiene divergencia, entonces es un campo… *solenoidal* (campo B)

155

ELECTROMAGNETISMO I

Generalización de la ley de Biot Savart

Habíamos definido el campo B en un punto producido por una corriente que circula por un conductor contenido en el plano (ley de Biot Savart), podemos expresar B en una forma más general para un conductor de cualquier forma con ayuda del producto vectorial.

156

ELECTROMAGNETISMO I

Producto Vectorial

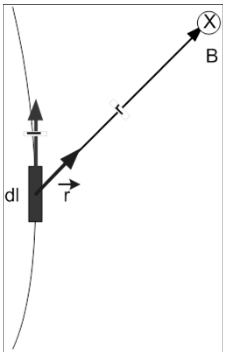
El producto cruz de dos vectores es un tercer vector con dirección perpendicular al plano que contiene los vectores y magnitud igual al producto de los módulos por el seno del ángulo entre ellos. (sistema dextrosumo)

157

ELECTROMAGNETISMO I

Generalización de la ley de Biot Savart

Campo magnético B producido en un punto P por un conductor donde circula una corriente I



Vector unitario $\vec{r}$ desde el elemento ¨dl¨ hasta el punto ¨P¨

$$B = \frac{\mu}{4\pi}\int \frac{Ix\vec{r}}{r^2}dL \quad T$$

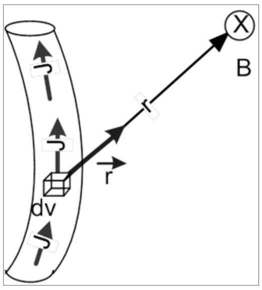
Producto Vectorial de ¨I¨ y el vector unitario ¨ $\vec{r}$ ¨

158

ELECTROMAGNETISMO I

Generalización de la ley de Biot Savart

Campo magnético B producido en un punto P por una distribución de corriente I a través de un volumen



$$B = \frac{\mu}{4\pi}\iiint \frac{Ix\vec{r}}{r^2}dv \qquad T$$

159

ELECTROMAGNETISMO I

Potencial Vectorial A

Consideremos el campo generado por una corriente que circula por un conductor, si la divergencia de B es…

$$Si \quad \nabla \cdot B = 0 \qquad\qquad Entonces\; B = \nabla \text{ x A}$$

Donde A es llamado vector potencial o potencial vectorial.

A los fines de que esté completamente definido ponemos como condición que la divergencia de A sea cero:

$$\nabla \cdot A = 0$$

160

ELECTROMAGNETISMO I

Potencial Vectorial A

Por la Ley de Ampere sabemos….

$$B = \nabla \text{ x } A \qquad\qquad \nabla \text{ x H} = \text{J} \qquad\qquad \text{B} = \mu H$$

$$\nabla \text{ x B} = \mu * J$$

$$\nabla \text{ x } (\nabla \text{ x A}) = \mu * J$$

La expresión anterior es el rotor de un rotor y se puede demostrar que esto es igual a …

161

ELECTROMAGNETISMO I

Potencial Vectorial A

La expresión anterior es el rotor de un rotor y se puede demostrar que esto es igual a …

$$\nabla \times (\nabla \times A) = \mu * J \qquad \nabla \times (\nabla \times A) = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A = \mu * J$$

¿Cómo se lee?

$$como\ habiamos\ supuesto\ que\ \ \nabla \cdot A = 0\ entonces\ tendremos$$

$$\nabla^2 A = -\mu * J$$

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2}\vec{x} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2}\vec{y} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}\vec{z} = -\mu(J_x\vec{x} + J_y\vec{y} + J_z\vec{z})$$

162

ELECTROMAGNETISMO I

Potencial Vectorial A

Tenemos la expresión para el laplaciano de A como la suma vectorial de cada componente del laplaciano.

$$\nabla^2 A_x = -\mu * J_x \qquad \nabla^2 A_y = -\mu * J_y \qquad \nabla^2 A_z = -\mu * J_z$$

Esta toma la forma similar a la ecuación de Poisson, cuya solución para cada componente A será

$$A_x = \frac{\boldsymbol{\mu}}{\mathbf{4\pi}} \iiint \frac{J_x}{\boldsymbol{r}} \boldsymbol{dv} \qquad A_y = \frac{\boldsymbol{\mu}}{\mathbf{4\pi}} \iiint \frac{J_y}{\boldsymbol{r}} \boldsymbol{dv} \qquad A_z = \frac{\boldsymbol{\mu}}{\mathbf{4\pi}} \iiint \frac{J_z}{\boldsymbol{r}} \boldsymbol{dv}$$

$$\boxed{\boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{\mu}}{\mathbf{4\pi}} \iiint \frac{\boldsymbol{J}}{\boldsymbol{r}} \boldsymbol{dv} \quad \frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{m}} \quad \boldsymbol{o} \quad \frac{\boldsymbol{W}}{\boldsymbol{m}}}$$

163

ELECTROMAGNETISMO I

Potencial Vectorial A

El potencial vectorial no tiene un significado físico, su utilidad es matemática y permite, si se conoce la distribución de corriente encontrar A y con ella el campo B

$$\boxed{\boldsymbol{A = \frac{\mu}{4\pi}\iiint \frac{J}{r}dv \quad \frac{T}{m} \quad o \quad \frac{W}{m}}}$$

Expresión del potencial vectorial producido por una distribución de corriente J/r integrada en el volumen ocupado por la distribución de corriente.

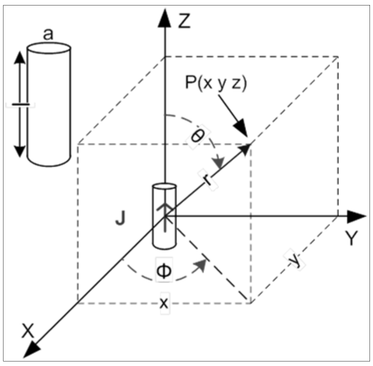
164

ELECTROMAGNETISMO I

Potencial Vectorial A

Consideremos un alambre corto de longitud l y sección a, la densidad de corriente J es uniforme en la dirección de z.

Queremos encontrar la densidad de flujo magnético B a una gran distancia del alambre (r >> l)



$$A = \frac{\mu}{4\pi}\iiint \frac{J}{r}dv \quad \frac{T}{m}$$

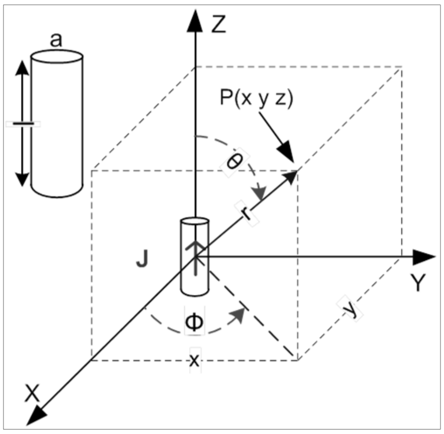
$$si\ r \gg l, \qquad se\ puede\ considerar\ cte. \Rightarrow$$

$$A = \frac{\mu}{4\pi r}\iiint J dv \quad \frac{T}{m}$$

165

ELECTROMAGNETISMO I

Potencial Vectorial A



$$J = \vec{z}J_z$$

$$A_z = \vec{z}\frac{\mu}{4\pi r}\iiint Jdv \quad \frac{T}{m}$$

$$A_z = \vec{z}\frac{\mu}{4\pi r}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\iint_{s} J\,dsdl \quad \frac{T}{m}$$

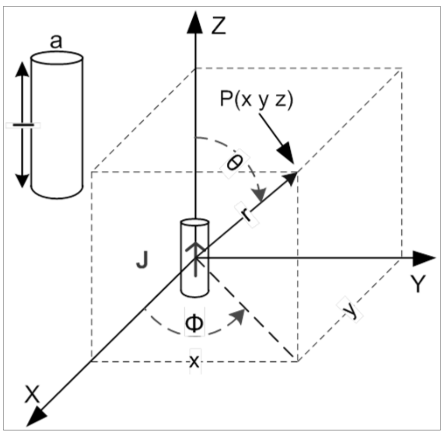
$$como\ J\ es\ uniforme$$

$$A_z = \vec{z}\frac{\mu * I}{4\pi r}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}dl \quad \frac{T}{m}$$

166

ELECTROMAGNETISMO I

Potencial Vectorial A



$$A_z = \vec{z}\frac{\mu * I}{4\pi r}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}dl = \vec{z}\frac{\mu * I}{4\pi r}l \quad \frac{T}{m}$$

$vector\ potencial\ A,\ a\ una\ gran\ distancia\ del\ alambre$

Ahora podemos calcular el campo B a partir del vector potencial A

$$B = \nabla \text{ x } A$$

Campos cercanos y lejanos

167

ELECTROMAGNETISMO I

Potencial Vectorial A

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad A_z = \vec{z}\,\frac{\mu * I}{4\pi r}\,l \quad \frac{T}{m} \qquad B = \nabla \times A \;\; T$$

Lo hacemos?

$$\nabla \times \mathrm{A} = \left(\frac{\partial Az}{\partial y} - \frac{\partial Ay}{\partial z}\right)\vec{x} + \left(\frac{\partial Ax}{\partial z} - \frac{\partial Az}{\partial x}\right)\vec{y} + \left(\frac{\partial Ay}{\partial x} - \frac{\partial Ax}{\partial z}\right)\vec{z}$$

$$\nabla \times \mathrm{A} = \frac{\partial Az}{\partial y}\vec{x} - \frac{\partial Az}{\partial x}\vec{y}$$

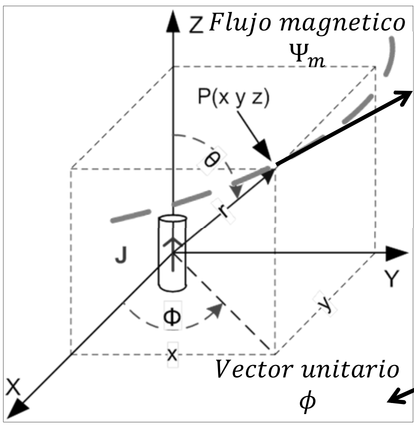
$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu\,\mathrm{I}\,l}{4\pi} * \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) = -\frac{\mu\,\mathrm{I}\,l}{4\pi} * \frac{y}{r^3} \qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu\,\mathrm{I}\,l}{4\pi} * \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) = -\frac{\mu\,\mathrm{I}\,l}{4\pi} * \frac{x}{r^3}$$

168

ELECTROMAGNETISMO I

Potencial Vectorial A

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu\,\mathrm{I}\,l}{4\pi} * \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) = -\frac{\mu\,\mathrm{I}\,l}{4\pi} * \frac{y}{r^3} \qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu\,\mathrm{I}\,l}{4\pi} * \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) = -\frac{\mu\,\mathrm{I}\,l}{4\pi} * \frac{x}{r^3}$$



¿Cómo serán las líneas de campo magnético?

$$\mathrm{B} = \nabla \times \mathrm{A} = -\frac{\mu\,\mathrm{I}\,l}{4\pi} * \frac{y}{r^3}\,\vec{x} + \frac{\mu\,\mathrm{I}\,l}{4\pi} * \frac{x}{r^3}\,\vec{y} \quad \frac{Wb}{m^2}$$

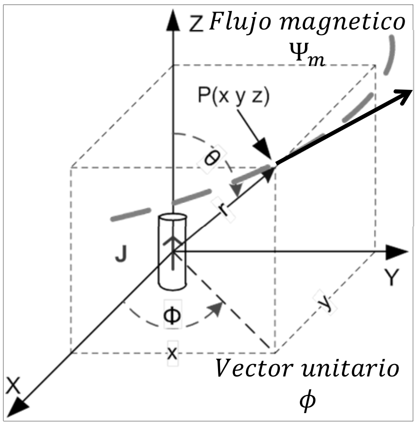
$$\mathrm{B} = \frac{\mu\,\mathrm{I}\,l}{4\pi r^2} * \left(-\frac{y}{r}\,\vec{x} + \frac{x}{r}\,\vec{y}\right)\frac{Wb}{m^2}$$

$$\mathrm{B} = \vec{\phi}\,\frac{\mu\,\mathrm{I}\,l}{4\pi r^2} * \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{r} \quad \frac{Wb}{m^2}$$

169

ELECTROMAGNETISMO I

Potencial Vectorial A



$$Considerando\ que\quad sen(\theta) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r}$$

$$\mathrm{B} = \vec{\phi}\,\frac{\mu\,\mathrm{I}\,l}{4\pi r^2} * sen(\theta) \qquad \frac{Wb}{m^2}$$

La densidad de flujo magnético B es en todas partes en la dirección del ángulo Φ (paralelo al plano XY), es decir círculos concéntricos alrededor del eje Z.

B también es proporcional al sen (θ) e inversamente proporcional a r.

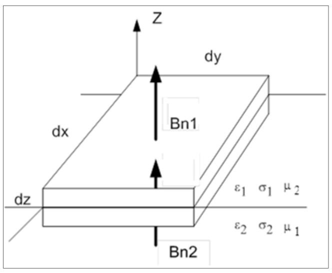
El problema pudo resolverse casi directamente de la expresión general, pero sirve para ejemplificar el uso del vector potencial magnético, el cual es indispensable en problemas mas complejos.

170

ELECTROMAGNETISMO I

Condiciones de frontera

Como estudiantes avanzados de electromagnetismo están en condiciones de deducir las condiciones de frontera para campos magnéticos



Por la ley de gauss para campos magnéticos tenemos que el flujo magnético total sobre una superficie cerrada es nulo

$$B_1 dxdy - B_2 dxdy = 0$$

$$\boxed{\boldsymbol{B_1 = B_2}}$$

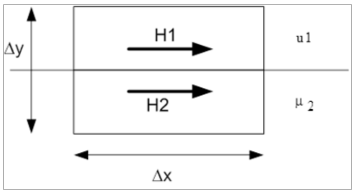
La componente normal de la densidad de flujo magnético B es continua a través de la frontera de dos medios

171

ELECTROMAGNETISMO I

Condiciones de frontera

Como estudiantes avanzados de electromagnetismo están en condiciones de deducir las condiciones de frontera para campos magnéticos



Aplicando la ley de Ampere alrededor de la trayectoria cerrada dx dy, tendremos la integral de H a lo largo de una trayectoria cerrada debe ser igual a la corriente encerrada

$$H_1 dx - H_2 dx = I$$

$$\boxed{\boldsymbol{dy \rightarrow 0 \qquad H_1 - H_2 = K}}$$

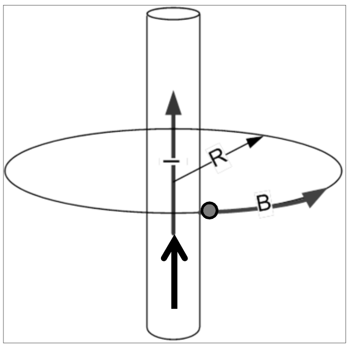
Por lo tanto el cambio del campo magnético H a través de una frontera es igual a la densidad de corriente pelicular de la frontera.

172

ELECTROMAGNETISMO I

Campos eléctricos y magnéticos que varían en el tiempo

Sabemos que una corriente fluyendo por un conductor genera un campo magnético.



Faraday y Henry (por separado) encontraron que un campo magnético puede generar corriente en un circuito cerrado si el campo está cambiando (es variable).

173

ELECTROMAGNETISMO I

Campos eléctricos y magnéticos que varían en el tiempo

Michael Faraday, (1791 - 1867), fue un físico que estudió el electromagnetismo y la electroquímica .
Ha sido conocido principalmente por su descubrimiento de la inducción electromagnética, que ha permitido la construcción de generadores y motores eléctricos, y de las leyes de la electrólisis, por lo que es considerado como el verdadero fundador del electromagnetismo y de la electroquímica.

Con sus investigaciones se dio un paso fundamental en el desarrollo de la electricidad al establecer que el magnetismo produce electricidad a través del movimiento.

Recibió escasa formación académica, entrando a los 13 años a trabajar de aprendiz con un encuadernador de Londres. Durante los 15 años que pasó allí leyó libros de temas científicos y realizó experimentos en el campo de la electricidad, desarrollando un agudo interés por la ciencia que ya no le abandonó. A pesar de ello prácticamente no sabía matemáticas, desconocía el cálculo diferencial pero en contrapartida tenía una habilidad sorprendente para trazar gráficos y diseñar experimentos.

174

ELECTROMAGNETISMO I

Campos eléctricos y magnéticos que varían en el tiempo

Los seis Principios de Faraday:

- *Llevar siempre consigo un pequeño bloc con el fin de tomar notas en cualquier momento.*
- *Mantener abundante correspondencia.*
- *Tener colaboradores con el fin de intercambiar ideas.*
- *Evitar las controversias.*
- *Verificar todo lo que le decían.*
- *No generalizar precipitadamente, hablar y escribir de la forma más precisa posible.*

175

ELECTROMAGNETISMO I

Campos eléctricos y magnéticos que varían en el tiempo

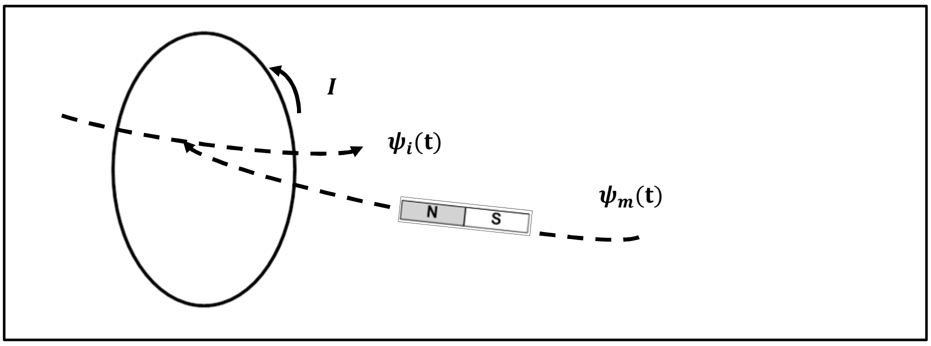
Joseph Henry (1797 -1878) fue un físico estadounidense conocido por su trabajo acerca del electromagnetismo, en electroimanes y relés.
Descubrió la inducción electromagnética aunque luego averiguó que Faraday se le había adelantado.
Los dos provenían de familias muy humildes y se vieron obligados a trabajar desde muy jóvenes por lo que no pudieron seguir sus estudios. Henry fue aprendiz de relojero a los trece años
Como Faraday, Henry se interesó por el experimento de Oersted y, en 1830, descubrió el principio de la inducción electromagnética, pero tardó tanto tiempo en publicar su trabajo que el descubrimiento se le concedió a Faraday.

176

ELECTROMAGNETISMO I

Campos eléctricos y magnéticos que varían en el tiempo

Si acercamos o alejamos un imán de una espira se genera una corriente en la misma de tal forma que la dirección de la corriente genera un campo magnético que se opone al movimiento del imán (Ley de Lenz).

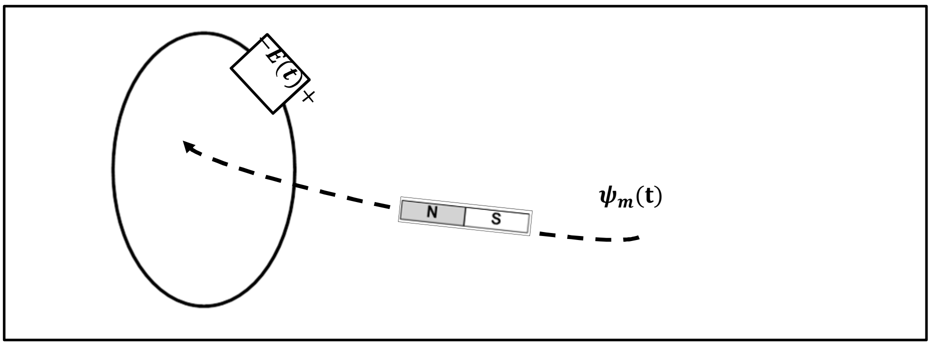


177

ELECTROMAGNETISMO I

Campos eléctricos y magnéticos que varían en el tiempo

Si la espira está abierta aparece en sus terminales una fem inducida que es igual a la rapidez de la disminución del flujo magnético de enlace sobre la espira (Ley de Faraday).



178

ELECTROMAGNETISMO I

Campos eléctricos y magnéticos que varían en el tiempo

Esa fem está relacionada con el campo eléctrico E que genera la corriente en la espira, por lo tanto

$$\gamma(t) = -\frac{\partial \psi_m}{\partial t} \qquad \gamma(t) = \oint E dl$$

$$\psi_m = \iint B ds \qquad \gamma(t) = -\frac{\partial}{\partial t}\iint B ds$$

$$\gamma(t) = \oint E dl = -\iint \frac{\partial B}{\partial t} ds$$

$$Ec\ de\ Maxwell\ a\ partir\ de\ la\ ley\ de\ Faraday$$

$$(espira\ fija)$$

179

ELECTROMAGNETISMO I

Campos eléctricos y magnéticos que varían en el tiempo

Esta ecuación nos da la fem inducida por la variación de B (ecuación de inducción del transformador) en el tiempo para una espira o circuito que es estacionario o fijo con respecto a un observador (caso contrario considerar la primera ecuación: primero se integra B y luego se deriva en el tiempo).

$$\gamma(t) = \oint Edl = -\frac{\partial}{\partial t}\iint Bds$$

$Ec\ de\ Maxwell\ a\ partir\ de\ la\ ley\ de\ Faraday$

180

ELECTROMAGNETISMO I

Conductor que se mueve en un campo magnético

Según Lorentz una carga *Q* moviéndose en un campo magnético *B* con una velocidad v experimenta una fuerza *F* según la expresión:

$$F = Q.(v \times \mathrm{B}) \qquad E = v \times \mathrm{B} \quad \mathrm{v/m}$$

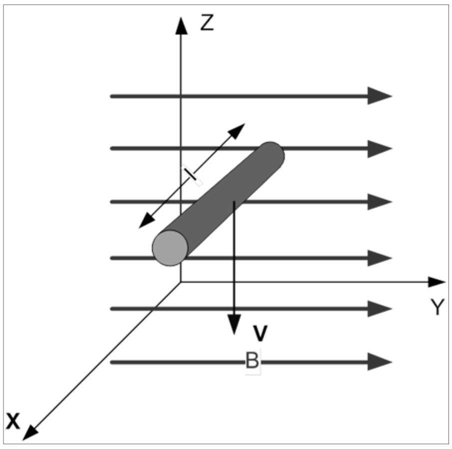
Si la partícula cargada es una de muchas en un alambre conductor, formando un circuito cerrado, que se mueve dentro de un campo magnético genera en sus extremos una fem inducida por el movimiento tal que (ecuación de inducción del movimiento)

$$\boldsymbol{\gamma(t) = \oint Edl = \oint (v \times B) dl}$$

181

ELECTROMAGNETISMO I

Conductor que se mueve en un campo magnético



Si v, B y el alambre son mutuamente perpendiculares tenemos que la expresión se reduce a:

$$\boldsymbol{\gamma(t) = v.B.l = E.l}$$

182

ELECTROMAGNETISMO I

Conductor que se mueve en un campo magnético

Si están presentes la variación temporal de la densidad de flujo *B(t)* y el movimiento, la fem inducida será la suma de las dos,

$$\boldsymbol{\gamma(t) = \oint (v \times B) dl - \iint \frac{\partial B}{\partial t} ds}$$

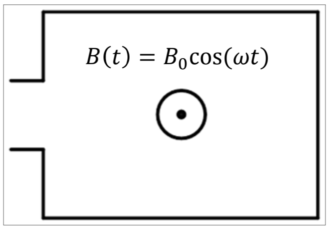
$$\boldsymbol{Expresión\ general\ para\ la\ fem\ inducida}$$
$$\boldsymbol{por\ variaciones\ del\ campo\ \ y\ movimiento}$$

La integral de línea se toma alrededor de todo el circuito (integral cerrada), mientras que la de superficie se toma en el área limitada por el circuito.

183

ELECTROMAGNETISMO I

Considérese un espira rectangular y un campo B armónico atravesándola perpendicularmente al plano de la espira. ¿Cuánto vale la fem inducida?



$$\gamma(t) = \oint (v \times B)dl - \iint \frac{\partial B}{\partial t} ds$$

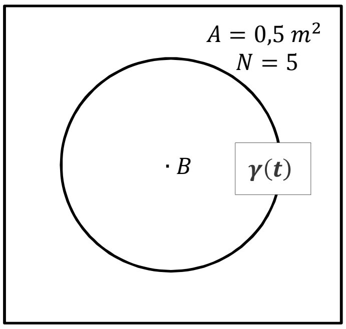
$$\gamma(t) = -\iint \frac{\partial B}{\partial t} ds$$

$$\gamma(t) = A \cdot \omega \cdot B_0 \cdot sen(\omega t)$$

184

ELECTROMAGNETISMO I

Inducción de una espira a) Una espira de 5 vueltas con un área de 0.5 m2. tiene un campo magnético B uniforme y normal al plano. Si la densidad de flujo cambia 8 mT/s ¿cuál es la fem inducida? en los terminales de la espira



$$\gamma(t) = \oint (v \times B)dl - \iint \frac{\partial B}{\partial t} ds$$

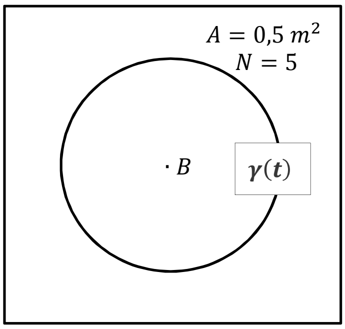
$$\gamma(t) = -\iint \frac{\partial B}{\partial t} ds$$

$$\gamma(t) = N \cdot A \cdot \frac{\partial B}{\partial t} = 0{,}02\ V$$

185

ELECTROMAGNETISMO I

Inducción de una espira b) Si la fem en los terminales de la espira es 150mv, ¿cuál es la velocidad de cambio del campo magnético?



$$\boldsymbol{\gamma(t) = \oint (v \times B) dl - \iint \frac{\partial B}{\partial t} ds}$$

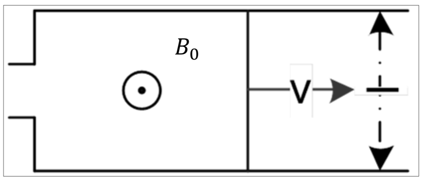
$$\boldsymbol{\gamma(t) = -\iint \frac{\partial B}{\partial t} ds}$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\gamma(t)}{N \cdot A} = 0,06\ T/s}$$

186

ELECTROMAGNETISMO I

Considérese la misma espira rectangular con ancho l constante y su lado derecho desplazándose hacia la derecha a velocidad *v* y un campo *B* estacionario atravesándola perpendicularmente al plano de la espira. ¿Cuánto vale la fem inducida?



$$\boldsymbol{\gamma(t) = \oint (v \times B) dl - \iint \frac{\partial B}{\partial t} ds}$$

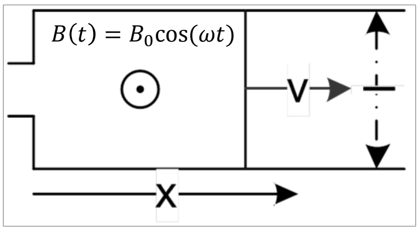
$$\boldsymbol{\gamma(t) = \oint (v \times B) dl}$$

$$\boldsymbol{\gamma(t) = v \cdot B \cdot l}$$

187

ELECTROMAGNETISMO I

Considérese un espira rectangular con uno de sus lados deslizándose a una velocidad *v* y un campo *B* armónico atravesándola perpendicularmente al plano de la espira.
¿Cuánto vale la fem inducida?



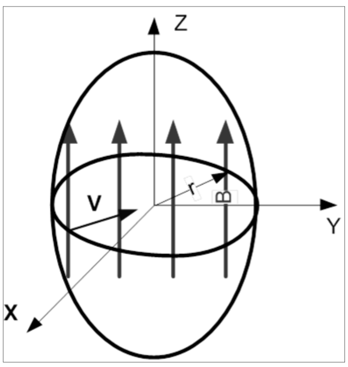
$$\boldsymbol{\gamma(t)} = \oint (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})\boldsymbol{dl} - \iint \frac{\boldsymbol{\partial B}}{\boldsymbol{\partial t}}\boldsymbol{ds}$$

$$\boldsymbol{\gamma(t) = v \cdot B_0 \cdot l \cdot cos(\omega t) + l \cdot x \cdot \omega \cdot B_0 \cdot sen(\omega t)} \quad \boldsymbol{V}$$

188

ELECTROMAGNETISMO I

Una espira conductora se pinta alrededor del ecuador de un globo de plástico. Un campo magnético $B(t) = 0{,}2\cos(4t)$ T atraviesa la región en forma perpendicular. El globo se contrae hacia dentro con velocidad radial *V*. Cuando el radio del globo es 0.5 m, la tensión inducida rms vale 500 mv. Determinar *V* m/s

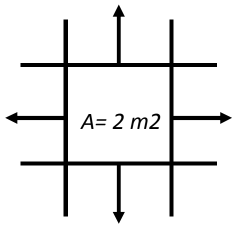


189

ELECTROMAGNETISMO I

Cuatro conductores rectos forman un cuadrado con un campo magnético B perpendicular al mismo. Si todos los conductores se mueven hacia afuera con la misma velocidad *V* (manteniendo la continuidad eléctrica) Encontrar la tensión rms inducida cuando el área es *A= 2 m2*

$$B(t) = \cos(\omega t)\ T \quad f = 2000\ Hz \qquad v = 4\ m/s$$



191

ELECTROMAGNETISMO I

Teorema de Stokes

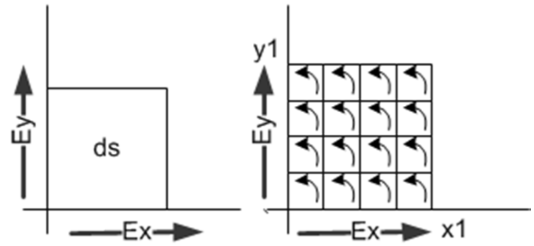
El teorema de Stokes establece que la integral de línea de una función vectorial sobre un contorno cerrado C es igual a la integral de superficie de la normal del rotor de esa función vectorial sobre una superficie que tenga el contorno C como límite.

193

ELECTROMAGNETISMO I

Teorema de Stokes

El trabajo por Coulomb (fem) para mover una carga de prueba alrededor del perímetro de “ds” será igual a:



$$\gamma = \oint E\,dl$$

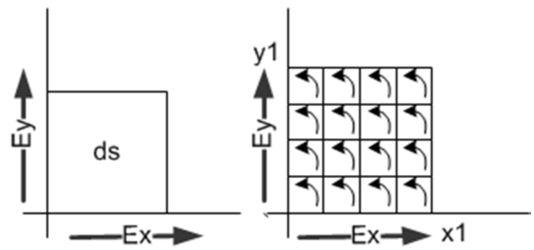
(si E es uniforme este trabajo seria nulo, pero si E no es uniforme tendremos una fem)

194

ELECTROMAGNETISMO I

Teorema de Stokes

Si dividimos por “ds” y tomamos el límite cuando el área tiende a cero tenemos la definición de rotor:



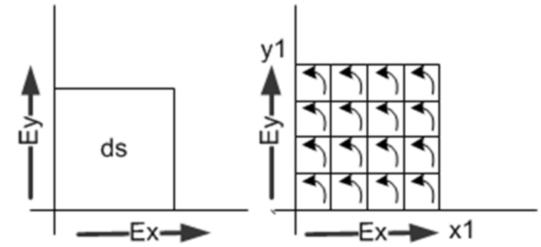
$$\lim_{ds\to 0} \frac{\oint E\,dl}{ds} = (\nabla \times E).\vec{z}$$

195

ELECTROMAGNETISMO I

Teorema de Stokes

Dividamos el área x1 y1 en pequeñas celdas infinitesimales, donde el trabajo por unidad de carga dividido por el área de la misma, es por definición el rotor. Si integramos el rotor en toda el área x1 y1, tenemos que las contribuciones interiores de las celdas al trabajo total se cancelan y por lo tanto solo queda el trabajo en la periferia, con lo cual tenemos :



$$\boxed{\begin{array}{c}\oint \boldsymbol{E}\,\boldsymbol{dl} = \iint (\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{E})\ \boldsymbol{ds} \\ \boldsymbol{Teorema\ de\ Stokes}\end{array}}$$

196

ELECTROMAGNETISMO I

Teorema de Stokes

Haciendo uso del teorema de Stokes llegamos a la forma diferencial de la ecuación de Maxwell obtenida a partir de la ley de Faraday.

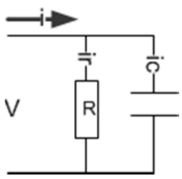
$$\oint E\,dl = -\iint \frac{d}{dt} B\,ds \qquad \rightarrow \qquad \iint (\nabla \times E)\,ds = -\iint \frac{d}{dt}\,B\,ds$$

$$\boxed{(\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{E}) = -\frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{dt}}\mathbf{B}}$$

197

ELECTROMAGNETISMO I

Corriente de desplazamiento

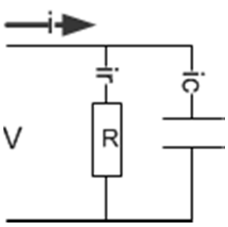


Por la resistencia tenemos una corriente de conducción, un flujo de cargas se mueven a través de la misma.
Si bien no fluyen cargas a través del capacitor, la variación de la carga en las placas del mismo, produce una corriente externa, de forma que lo que sale por un terminal, entra por el otro.

198

ELECTROMAGNETISMO I

Corriente de desplazamiento



$J_R = \sigma \cdot E$ *Corriente de conduccion*

$$i_c = \frac{\partial Q}{\partial t} \qquad i_c = C \cdot \frac{\partial V}{\partial t} \qquad i_c = \varepsilon \frac{A}{d} \frac{\partial (E \cdot d)}{\partial t}$$

$$J_D = \frac{\partial (\varepsilon \cdot E)}{\partial t} \qquad \boxed{\boldsymbol{J_D = \frac{dD}{dt}} \ \textbf{\textit{Corriente de desplazamiento}}}$$

199

ELECTROMAGNETISMO I

Corriente de desplazamiento

El concepto de corriente de desplazamiento fue introducido por Maxwell para explicar la producción de campos magnéticos en el vacío donde no existen corrientes de conducción.
En base a lo anterior expresamos nuevamente la ecuación de Maxwell a partir de la ley de ampere de modo que se incluya a las corrientes de desplazamiento

$$\boxed{\oint \boldsymbol{H}\, \boldsymbol{dl} = \iint \left(\boldsymbol{\sigma E} + \frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{dt}}\boldsymbol{D}\right) \boldsymbol{ds}}$$

Ec. de Maxwell obtenida a partir de la ley de Ampere

200

ELECTROMAGNETISMO I

Corriente de desplazamiento

Aplicando el teorema de Stokes tenemos que:

$$\oint H\, dl = \iint (\nabla \times H)\, ds$$

$$\boxed{\boldsymbol{\nabla \times H = \sigma E} + \frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{dt}}\boldsymbol{D} = \boldsymbol{J} + \frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{dt}}\boldsymbol{D}}$$

201

ELECTROMAGNETISMO I

Corriente de desplazamiento

Un material tiene conductividad σ y permitividad ε, el campo eléctrico es E. Encontrar las densidades de corriente de conducción y desplazamiento. ¿A que frecuencia son iguales?:

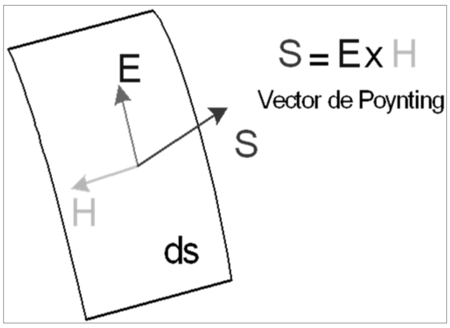
$$E(t) = 250 \cdot sen(10^{10}t)\ \frac{V}{m} \quad \varepsilon_r = 1 \qquad \sigma = 5\ S/m$$

202

ELECTROMAGNETISMO I

Vector de Poynting

El vector de Poynting nos da la densidad superficial de potencia instantánea, si integramos sobre un área A tendremos el flujo de potencia a través de esa superficie y si consideramos un área cerrada tenemos la potencia generada dentro del volumen.

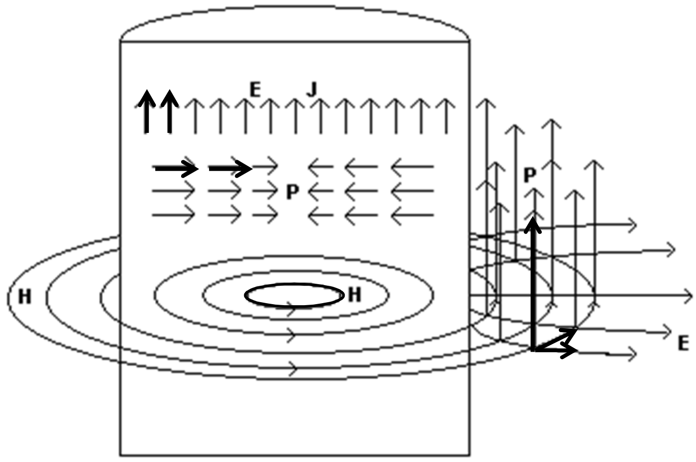


Teorema de Poynting:
El vector S = E x H en cualquier punto es la razón del flujo de energía por unidad de área en ese punto. La dirección del flujo es perpendicular a E y H en la dirección del vector E x H

204

ELECTROMAGNETISMO I

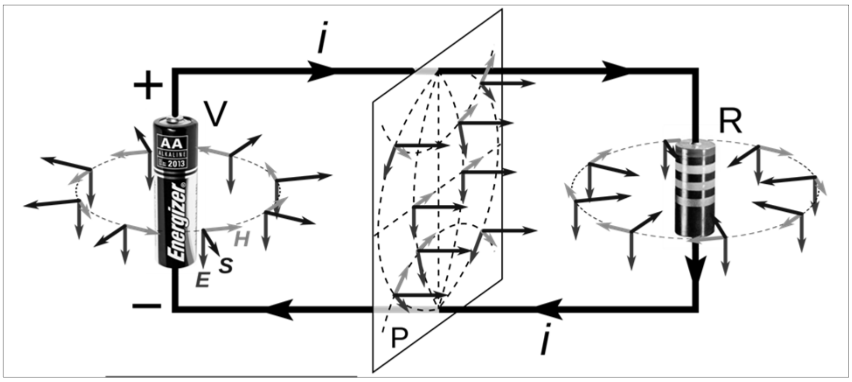
Vector de Poynting



205

ELECTROMAGNETISMO I

Vector de Poynting



206

ELECTROMAGNETISMO I

Vector de Poynting

E y H son en general fasores por lo que se define el vector promedio de Poynting integrando S sobre un periodo y dividiendo en el mismo, lo cual puede ser expresado también en forma compleja como

$$S_{av} = \frac{1}{2} Re(Ex\overline{H})$$

En un circuito V e I están relacionados por la impedancia Z, en el espacio tenemos

$$\frac{E}{H} = \eta \qquad \eta = 120\pi \quad \text{impedancia del espacio libre}$$

Problema sea E un campo variable en el tiempo, se desea conocer la potencia a través de una área circular de 2.5 m de radio

ELECTROMAGNETISMO I

Vector de Poynting

Problema :sea E un campo variable en el tiempo, se desea conocer la potencia a través de una área circular de 2.5 m de radio

$$E_t = 50\cos(\omega t - \beta x) \quad v/m$$

$$P = 65{,}104\ w$$

Problema sea E un campo variable en el tiempo, se desea conocer la potencia a través de una área circular de 2.5 m de radio

ELECTROMAGNETISMO I

Vector de Poynting

Problema: Las ondas solares que llegan tienen una densidad de potencia por unidad de frecuencia S_{hz}, considerando que el ancho de banda de medición es de 1 ghz (suponiendo que la densidad se mantiene constante en todo el AB), calcular S, E y la potencia radiada por el sol

$$S_{hz} = 10^{-20}\ \frac{w}{m^2\ hz} \qquad AB = 1\ Ghz \qquad R = 150 \cdot 10^9\ m$$

$$W = 2{,}83 \cdot 10^{12} w$$

210

ELECTROMAGNETISMO I

¡FIN DE LA PRIMERA PARTE!

212