

INVESTIGACION OPERATIVA

TRABAJO PRACTICO N°9 TEMA: SISTEMAS DE COLAS

1) Suponiendo que la llegada de los clientes sigue una distribución de Poisson y que el tiempo de servicio sigue una distribución exponencial, determine el número mínimo de servidores paralelos necesarios en cada una de las siguientes situaciones para garantizar que la operación del sistema de colas sea estable (es decir, para que la longitud de la cola no crezca indefinidamente)

- a) Los clientes llegan cada 5 minutos y son atendidos a razón de 10 clientes por hora.
- b) El tiempo promedio entre llegadas es de 2 minutos y el tiempo de servicio promedio es de 6 minutos.
- c) La tasa de llegadas es de 30 clientes por hora y la tasa de servicio en cada servidor es de 40 clientes por hora.

2) Un banco tiene dos cajeros. Al banco arriban un promedio de 80 clientes por hora y esperan en una sola cola para ser atendidos. El tiempo promedio que se necesita para atender a un cliente es 1,2 minutos. Suponga que los tiempos entre llegadas y los tiempos de servicio son exponenciales. Calcule:

- a) El número esperado de clientes en el banco.
- b) El tiempo esperado que pasará un cliente en el banco.
- c) La fracción de tiempo que cada cajero está desocupado.

3) Dos compañías de taxis atienden una comunidad. Cada empresa posee dos taxis y se sabe que ambas compañías comparten el mercado casi igualmente. Esto es evidente porque a las oficinas de ambas compañías llegan llamadas a una tasa de 8 por hora. El tiempo promedio por viaje es de 12 minutos. Las llamadas llegan de acuerdo con una distribución de Poisson y el tiempo de viaje sigue una distribución exponencial. Recientemente, las dos compañías fueron compradas por un inversionista que está interesado en consolidarlas en una sola oficina despachadora para proporcionar un servicio más rápido a los clientes. Analice la propuesta del nuevo propietario, basándose en el tiempo promedio que un cliente espera un viaje.

Calcule las siguientes medidas de rendimiento tanto para los casos de las compañías separadas como consolidadas.

- a) Probabilidad de que ningún cliente esté en el sistema.
- b) Número promedio de clientes en fila.
- c) Tiempo promedio de espera en el sistema.
- d) Probabilidad de que un cliente tenga que esperar.
- e) Probabilidad de que haya 1, 2, 3, 4, 5 y 6 clientes en el sistema.
- f) Utilización.

4) Una autopista cuenta con un único puesto de peaje. El tiempo que tarda el cajero en cobrar el peaje a cada auto varía según una distribución exponencial con media de 1 minuto. Los automóviles arriban al puesto de peaje con una distribución de Poisson a razón de una llegada cada 80 segundos.

- a. Calcule la probabilidad de que un auto llegue al peaje vacío.
- b. Por una ley nacional, si hay seis vehículos o más entre la cola y el puesto de peaje, las barreras deben abrirse y todos los autos deben pasar sin abonar. Calcule la probabilidad de que esto ocurra.
- c. Para brindar un mejor servicio, se agrega un segundo puesto de peaje. Calcule cuánto se reduce porcentualmente el tiempo promedio de un vehículo para pasar por el peaje.

5) En un bar al paso atiende un solo empleado. Fuera del horario comercial, la llegada de clientes tiene una distribución exponencial con un promedio de 1 cliente cada 10 minutos. Durante el horario comercial, la tasa de llegada promedio de 25 clientes por hora. En cualquier momento la atención de cada cliente requiere un promedio de 6 minutos.

- a. Fuera del horario comercial, ¿cuál es la probabilidad de que, habiendo entrado un cliente, el próximo ingreso dentro de los 4 minutos siguientes?
- b. ¿Alcanza un único empleado todo el día? De ser necesario personal adicional, indique en qué caso y cuál es la mínima cantidad de empleados adicionales necesaria.
- c. ¿Cuál es la longitud promedio de la cola fuera del horario comercial?
- d. Suponga que en el horario comercial hay cuatro servidores. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente, al llegar, encuentre en el bar dos clientes o menos?
- e. Suponga que en el horario comercial hay tres servidores. ¿Qué porcentaje del tiempo están desocupados los empleados en el horario comercial? ¿Y fuera del horario comercial?

6) Una cadena de comida rápida recibe un promedio de 25 clientes por hora. Los clientes forman una única cola y son atendidos en distintas cajas. El tiempo promedio que se necesita para atender a un cliente son 7 minutos. Se supone que los tiempos entre llegadas y los de servicio son exponenciales.

- a) Si se desea que el tiempo de espera promedio en la cola sea a lo sumo 3 minutos, ¿cuál es el número mínimo de cajas que debe haber?
- b) Si se pretende que el número promedio de personas en el sistema sea a lo sumo 5, ¿cuál es el número mínimo de cajas que debe haber?

7) Un banco desea determinar el número de servidores que debe tener una sucursal nueva. Se espera que a la sucursal lleguen 2 clientes en promedio por minuto. Independientemente del número de servidores, se sabe que en promedio cada servidor puede brindar el servicio a 65 clientes en una hora. Se supone que tanto la distribución del tiempo entre llegadas como la del tiempo de servicio son exponenciales.

El costo por hora de cada servidor es de \$20. Se sabe que, para una buena atención a los clientes, se gastará \$115.200 mensuales en el personal y en el alquiler de un local para 15 personas (para un número diferente de clientes en espera, se considerará que este gasto será proporcional). El personal de atención trabajará 8 horas por día y 20 días al mes.

- a) Determine el costo de servicio, el costo de espera y el costo total en función del número de servidores.
- b) Represente gráficamente la variación de estos costos con el número de servidores.
- c) ¿Cuál es el número de servidores que debe tener la sucursal?

8) A un sistema P/P/2/4 llega un cliente cada 5 minutos en promedio. La duración media un servicio es de 10 minutos. Los ingresos unitarios se estiman en 100 \$/cliente. Determine:

- a) La probabilidad de que un cliente que arribe al sistema no tenga que esperar.
- b) El porcentaje de ocupación de cada servidor.
- c) La probabilidad de que el sistema no admita el ingreso de un cliente.
- d) El número promedio de clientes por hora que se retiran sin ser atendidos.
- e) El número de clientes en promedio en cola.
- f) La longitud del sistema
- g) El ingreso esperado
- h) El tiempo que un cliente en promedio demora en el sistema.
- i) El lucro cesante

9) Una compañía que atiende al público con cajeros automáticos tiene un salón con capacidad total de 25 lugares (contando cajeros y clientes en espera). En este momento hay 2 cajeros disponibles y por lo tanto 23 lugares de espera para clientes. Por cada cajero adicional que se instale se disminuye un lugar de espera. La cantidad promedio de clientes que arriban al sistema es de 45 por hora, y el tiempo promedio de uso de un cajero es de 7 minutos. El ingreso unitario para la compañía es 20 \$/cliente. El costo de alquiler de cada cajero es de 35 \$/h. Se estima además que, por cada lugar de espera disponible, el costo es de 8 \$/h.

Si el gerente de la sucursal quiere que los clientes no esperen en la cola más de 20 minutos, ¿se deben agregar equipos en la sucursal? ¿Cuál es el número mínimo de cajeros que se deben agregar? ¿Cuál es el número de cajeros que maximiza las utilidades?