

INVESTIGACION OPERATIVA

TRABAJO PRACTICO Nº8 TEMA: SISTEMAS DE COLAS

1) Los trabajos de reparación llegan a un pequeño taller de manera totalmente aleatoria con una tasa de 10 clientes por día.

- ¿Cuál es el número promedio de trabajos que se reciben diariamente en el taller?
- ¿Cuál es la probabilidad de que ningún trabajo llegue durante una hora cualquiera, suponiendo que el taller abre ocho horas al día?

2) El número de tarros de cerveza pedidos en el Dick's Pub sigue una distribución de Poisson, con un promedio de 10 cervezas por hora.

- Calcule la probabilidad de que se pidan exactamente 12 cervezas entre las 10 y las 12 de la noche.
- Determine el número promedio de cervezas pedidas entre las 9 p.m. y la 1 a.m.
- Calcule la probabilidad de que el tiempo entre dos pedidos consecutivos sea menor a 1 minuto.

3) A un cajero automático llega un promedio de 10 vehículos por hora. Suponga que el tiempo promedio de servicio para cada cliente es de 4 minutos, y que los tiempos entre llegadas y los de servicio son exponenciales. Conteste las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la probabilidad de que el cajero automático se encuentre vacío?
- ¿Cuál es el número promedio de automóviles que esperan en la cola su turno? Se considera que un vehículo que está ocupando el cajero automático no está en la cola esperando.
- ¿Cuál es el tiempo promedio que un cliente pasa en el estacionamiento del banco, incluyendo el tiempo en el servicio?
- En promedio, ¿cuántos clientes por hora serán atendidos por el cajero automático?

4) Un único estudiante atiende la cantina universitaria durante la tarde. Tanto las llegadas como los servicios siguen distribuciones de Poisson. Los clientes arriban en promedio a una tasa de 10 por hora. El tiempo que le lleva al estudiante atender a un cliente en promedio es de 4 minutos. Responda las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la probabilidad de que no haya cola?
- ¿Cuál es la longitud promedio de la cola?
- ¿Cuál es el tiempo promedio que un cliente demora en el sistema?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente demore más de 5 minutos en la cola antes de ser atendido?
- El estudiante que atiende la cantina, en los tiempos muertos, traduce unos documentos. Trabajando continuamente, es capaz de traducir 22 hojas por hora en promedio. ¿Cuántas hojas puede traducir en promedio mientras trabaja en la cantina?

5) Una empresa de camiones refrigerados para transporte de alimentos tiene su propio centro de lavado para los vehículos. El centro puede lavar un solo camión por vez y se encuentra abierto 12 horas por día. El tiempo que insume un lavado depende del número de personas que realicen la tarea y está dado en horas por la siguiente expresión.

$$T_s = 0,64 \cdot e^{-0,11 \cdot n}, n \geq 1 \quad \text{en donde "n" es la cantidad de operarios asignados.}$$

De los registros de la empresa se observó que en promedio por día ingresan al lavadero 27,6 camiones. El costo por hora que no opera un camión se estima en \$250, mientras que el jornal de un empleado es de \$100 por hora. ¿Cuál es la cantidad

mínima de empleados que hay que contratar? ¿Cuál es la cantidad óptima de empleados? ¿Cuál es el costo asociado en cada caso?

6) En una farmacia con un único empleado, en promedio arriban 3 clientes por hora, y dedican en promedio 15 minutos en hacer el pedido, recibir el medicamento y pagar. Los tiempos de llegada y servicio siguen una distribución exponencial de probabilidad. El espacio físico es pequeño y entran 9 clientes con comodidad. Cualquier cliente que llega y encuentra el lugar lleno, se retira. Calcule:

- a) Número promedio de clientes en el sistema.
- b) Número promedio de clientes en la cola.
- c) Número promedio de clientes en el canal de atención por hora.
- d) Número promedio de clientes que ingresan al sistema por hora.
- e) Número promedio de clientes que salen del sistema por hora.
- f) Tiempo promedio que un cliente permanece en la cola.
- g) Tiempo promedio que un cliente permanece en el sistema.
- h) Tiempo promedio que un cliente permanece en el canal de atención.
- i) Probabilidad de que un cliente llegue al sistema y sea atendido de inmediato.
- j) Probabilidad de que un cliente llegue al sistema y no pueda ingresar por falta de espacio
- k) Porcentaje del tiempo que hay personas en cola.
- l) Porcentaje del tiempo que el canal de atención está en actividad.
- m) Porcentaje del tiempo que el canal de atención no está ocupado.

7) Una peluquería con un único peluquero trabaja ocho horas por día. Las utilidades de la peluquería por cada cliente son \$600. En promedio, el peluquero demora 24 minutos en cortarle el pelo a cada cliente, si bien este tiempo varía según una distribución exponencial. La llegada de clientes a la peluquería sigue una distribución de Poisson, y en promedio llegan 25 clientes por día.

Además del sillón donde se corta el pelo, la peluquería cuenta con cuatro sillas para esperar un turno. Los clientes esperan para ser atendidos siempre que haya alguna silla disponible, pero si todas las sillas están ocupadas se retiran a otra peluquería. Calcule:

- a) La probabilidad de que un cliente llegue a la peluquería y no tenga que esperar para un corte de pelo.
- b) El número promedio de clientes dentro de la peluquería.
- c) El tiempo promedio que un cliente espera antes de ser atendido.
- d) El aumento de utilidades diarias que generaría el agregado de una quinta silla en la sala de espera.

8) En un negocio de ventas de artículos electrónicos hay una sola persona dedicada a la atención y 9 sillas para que los clientes esperen a ser atendidos. Se observó que en promedio arriba 1 cliente cada 5 minutos siguiendo una distribución de Poisson. La duración media del servicio es de 6 minutos con una distribución exponencial. El dueño del negocio desea saber:

- a) La probabilidad de que un cliente no tenga que esperar.
- b) El porcentaje de ocupación del canal
- c) La probabilidad de que un cliente que llega encuentre 3 o más personas en el sistema.
- d) La probabilidad de que el cliente que llega encuentre menos de 2 personas en el sistema.
- e) El número promedio de personas en el sistema.
- f) El número de personas en promedio esperado en cola.
- g) El ingreso de dinero esperado si en promedio cada cliente gasta \$300.

- h) El tiempo promedio de espera en cola.
- i) El tiempo promedio de permanencia en el sistema.

9) En una estafeta postal para trámites especiales que tiene espacio para 5 personas como máximo, arriban los clientes según una distribución de Poisson a razón de 7 por hora. El proceso de servicio es también de Poisson y en promedio se atiende, en una única ventanilla, a 10 clientes por hora. Si cada servicio cuesta \$150, se quiere determinar el lucro cesante debido a los clientes que no ingresan por falta de espacio. Determine también el número esperado de clientes en cola y en el sistema, y el tiempo promedio que un cliente se demora en el sistema. ¿Cuál es el número esperado de clientes que ingresan y egresan del sistema?

10) Se está planificando abrir una sucursal de una empresa de servicios de entretenimientos y se quiere determinar el número de espacios de espera que conviene tener en la oficina de atención. El sistema contará con una persona para atender a los clientes. Se estima que arribarán 4 clientes cada 30 minutos en promedio y con la capacitación adecuada, al empleado le llevará en promedio 5 minutos atender a un cliente. El costo de cada lugar es de 50 \$/h y el precio del servicio brindado es de \$240. Si tanto el arribo como el servicio siguen una distribución exponencial, determine el número óptimo de espacios de espera. NOTA: Haga dos planteos con diferentes funciones objetivo: a) costos y b) utilidades.

11) A una empresa de servicios telefónicos arriban los clientes y hacen una cola para ser atendidos por un único empleado. En promedio arriba 1 cliente cada 7,5 minutos con una distribución de Poisson. El empleado es capaz de atender una media de 10 clientes por hora con una distribución exponencial. Los clientes presentan impaciencia y no ingresan a la empresa si observan una cola larga. La probabilidad de ingreso al sistema puede expresarse mediante la siguiente ecuación:

$$p(i/n) = e^{-\frac{\alpha n}{\mu}}$$

Donde el coeficiente de impaciencia α toma el valor 2 para esta población.

Calcule:

- a) La probabilidad de que un cliente que arriba al sistema no tenga que esperar a ser atendido.
- b) El porcentaje de ocupación del canal.
- c) La probabilidad de que un cliente que llega a la empresa encuentre que hay más de dos personas.
- d) La longitud de la cola.
- e) La longitud del sistema.
- f) El ingreso de dinero esperado si en promedio cada cliente gasta \$ 500.
- g) El lucro cesante.
- h) El tiempo de espera en cola en promedio.
- i) El tiempo de espera en promedio en el sistema.

12) Un pequeño taller de reparaciones de celulares tiene actualmente la capacidad de reparar, en promedio, 20 equipos diariamente, brindando un tiempo de servicio que varía según una distribución exponencial. Actualmente el costo de brindar este servicio, para el taller, escala a \$300 por día. Se cree que, con un mayor inventario de repuestos, se puede incrementar la velocidad de reparación y lograr reparar así hasta 28 equipos diarios inclusive. No obstante, esto implicaría un aumento en el costo de servicio. Se estima que esta dependencia puede ser cuadrática, según la siguiente fórmula:

$$\text{Costo de Servicio} = (\mu - 20)^2 + 300 \left[\frac{\$}{\text{día}} \right],$$

donde μ representa la tasa de servicio expresada en equipos por día.

Diariamente los clientes arriban al local según una distribución de Poisson y retiran un número de un expendedor para ser atendidos, uno por uno, según el orden de llegada. El ingreso por cada cliente satisfecho puede estimarse en 50 [\$/equipo]. Si bien arriban un promedio de 30 clientes diarios, algunos se retiran antes de tomar un número debido a la cantidad de gente en espera. No obstante, aquellos que toman un número del expendedor permanecen en el taller hasta ser atendidos. La probabilidad de que un cliente tome un número es mayor si hay menos gente, y puede calcularse según la siguiente expresión:

$$p(i/n) = e^{-\frac{\mu}{n}}$$

donde μ representa la tasa de servicio expresada en equipos por día y n el número de equipos en el local, contando el que está siendo reparado y los que están en espera. Si el servicio permite reparar diariamente 20 equipos, calcule:

- La probabilidad de que un cliente arribe al taller y no tenga que esperar para ser atendido.
- La tasa promedio de clientes que se retiran del local sin haber retirado un número para ser atendidos.
- La tasa óptima de servicio μ para minimizar los costos totales, considerando el costo de servicio y el lucro cesante.
- El porcentaje de actividad del taller para esta tasa.

13) En un sistema P/P/1/(5) cada cliente permanece en promedio media hora fuera del sistema. La duración media del servicio es de 20 minutos. Tanto el tiempo entre llegadas como el tiempo de servicio siguen una distribución exponencial. Determine:

- ¿Con qué frecuencia un cliente en promedio requiere del servicio?
- La probabilidad de que el sistema se encuentre ocupado.
- El porcentaje de clientes que se encuentran fuera del sistema.
- La cantidad de clientes que en promedio se atienden por hora.
- La longitud de la cola.
- El tiempo de espera en cola.
- El tiempo promedio de permanencia en el sistema.

14) Una carpintería utiliza 3 tornos idénticos para la elaboración de sus productos y tiene además un cuarto torno de iguales características que se utiliza como reemplazo cuando alguno de los otros sale de servicio por desperfectos en el funcionamiento. Cuando hay más de 3 tornos fuera de servicio la producción se debe detener. Cada máquina sufre un desperfecto cada 12 horas de funcionamiento en promedio y el proceso de aparición de desperfectos sigue una distribución de Poisson.

En la carpintería contratan un técnico de mantenimiento que tarda una media de 3 horas en reparar un torno. El tiempo necesario para una reparación sigue una distribución exponencial.

- ¿Cuál es la probabilidad que se detenga la producción?
- Determine el número de tornos en promedio que esperan ser reparados.
- Calcule el lucro cesante, sabiendo que el beneficio unitario que produce un torno funcionando es de \$1.500 por hora.