UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMAN

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE GEODESIA Y TOPOGRAFÍA

CÁTEDRA DE GEOFÍSICA

PROCESAMIENTO DE DATOS GEOFÍSICOS

PARA ALUMNOS DE INGENIERÍA GEODESICA Y GEOFÍSICA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMAN

Prof. Ing. Luis A. Estrada
Año 2009

Traducción de:
Looking into the Earth. An introduction to Geological Geophisics – Capítulos 2 y 3.
An Introduction to Geophysical Exploration - Capítulo Geophysical Data Proccesing.

ADQUISICIÓN Y REDUCCIÓN DE LOS DATOS GEOFÍSICOS

1 - ADQUISICIÓN DE LOS DATOS

La mayoría de las mediciones geofísicas son hechas sobre la superficie de la Tierra, ya sea para ahorrar gastos y tiempo en perforaciones, o porque no es necesario ir bastante profundo. Por lo tanto, el primer paso después de la planificación de un trabajo geofísico es la adquisición de los datos, es decir una serie de mediciones con instrumental geofísico. Generalmente las medidas son tomadas en **perfiles de medición** (Figura 1.a) y no de un modo continuo, sino a intervalos regulares en lo posible, y cada uno de esos lugares es llamado **estación**. Luego las lecturas son ploteadas, generalmente después de algunos cálculos, de modo de construir un **perfil** (Figura 1.b).

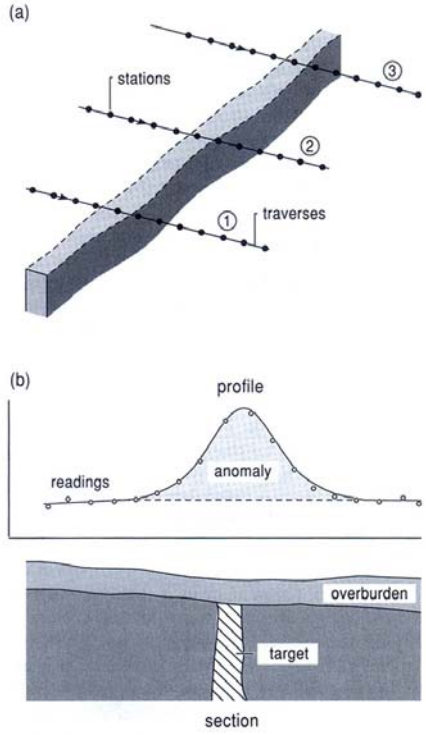


Figura 1. Poligonales, estaciones y perfiles

Si el cuerpo u objetivo a detectar con las mediciones es alargado, tal como una veta mineral o una falla, el perfil debe construirse perpendicular al arrumbamiento del cuerpo. A veces se construyen varios perfiles paralelos a ese para ver hasta donde se extiende o si cambia dimensiones. Si el cuerpo no es alargado, y especialmente si es irregular, los perfiles se toman bastante cerca unos de otros, de modo que las estaciones conformen un arreglo o grilla para que los resultados puedan ser mostrados como curvas de un mismo valor (Figura 2)

2 - REDUCCIÓN DE LOS DATOS

A menudo las lecturas crudas no son útiles. Por ejemplo, en una medición gravimétrica deben hacerse correcciones para eliminar el efecto de la altura de las estaciones sobre el nivel del mar y por las irregularidades de la topografía. En una medición magnética se hace correcciones por el cambio del campo con el tiempo. La conversión de las lecturas en datos de utilidad es la **reducción de los datos**.

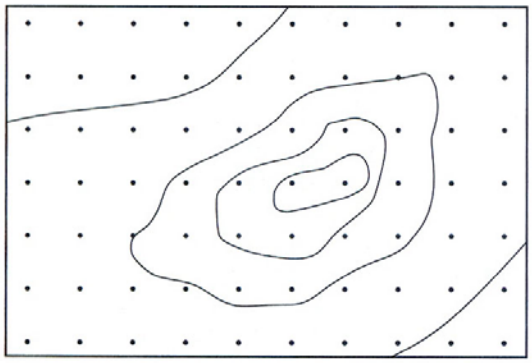


Figura 2. Grilla de estaciones y curvas de igual valor

La presencia del objetivo de las mediciones se conoce como anomalía, la parte del perfil o curvas de igual valor (isoanómalas) que está por encima o debajo de los valores medios de la vecindad (Figuras 1.b y 3.b).

No todos los objetivos geofísicos revelan una anomalía espacial. En la Refracción Sísmica, las mediciones de tiempo y distancia se plotean en un gráfico, y desde este se obtienen las profundidades de las interfaces. Es también una forma de reducción de los datos.

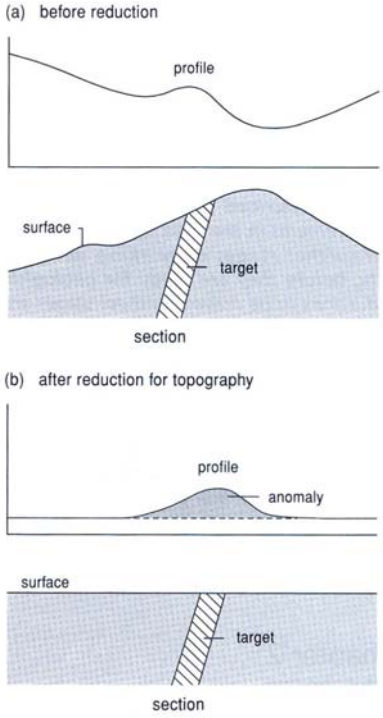


Figura 3. Mediciones gravimétricas antes y después de la reducción.

3 - SEÑAL Y RUIDO

Aún después que los datos han sido reducidos, puede ocurrir que a causa de ruido el perfil no revele la presencia del objetivo tan claramente como se querría. El ruido es una variación o fluctuación en los valores medidos y que se superpone con los valores buscados llamados señal. En Sismología, el ruido es generalmente pequeñas vibraciones del suelo por el paso de pesados vehículos y de fuertes vientos (Figura 4.a). En una medición magnética el ruido puede ser debido a cercas alambradas o a basura metálica enterrada.

Cuál es el ruido y cuál la señal depende del propósito de la medición. Cuando se investiga la débil anomalía magnética de una intrusión granítica, la fuerte anomalía de diques basálticos será el ruido, pero si estamos buscando los diques, el granito será el ruido y ellos la señal. Aquí el término ruido es equivalente a la definición de maleza o yuyo, una hierba no deseada en medio de una plantación. Figura 4.b.

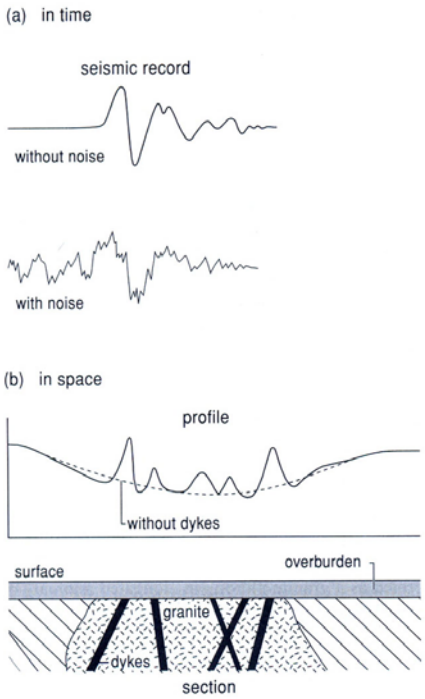


Figura 4. Ruido en el tiempo (a) y en el espacio (b).

Un método simple para mejorar la **relación señal-ruido** es repetir las lecturas y tomar su promedio: La señal se suma mientras que el ruido, generalmente aleatorio, tiende a anularse. Esto se llama stacking y también puede hacerse con perfiles, lo que es muy importante en Reflexión Sísmica. Un método más complejo para mejorar dicha relación implica realizar el **procesamiento de señales**. La mejora de viejas grabaciones musicales se realiza con esta técnica.

4 – MODELADO

Un modelo es una versión simple y pequeña de algo real, pero en la terminología geofísica es un cuerpo o estructura descripta por sus propiedades físicas, tales como profundidad, tamaño, densidad, etc. (Figura 5). Encontrar la forma de un cuerpo a partir de una anomalía se conoce como el **problema inverso**, que es difícil de resolver en la práctica y hasta casi imposible en teoría, porque más de un cuerpo pueden producir el mismo resultado. A causa del ruido y los errores de medición, puede ser difícil discernir la exacta forma y tamaño de la anomalía (Figura 4.b.). Las estaciones pueden no estar lo suficientemente cerca como para revelar todos los detalles de la señal, y por lo tanto del objetivo (Figura 6), entonces decimos que la **resolución** no es suficiente.

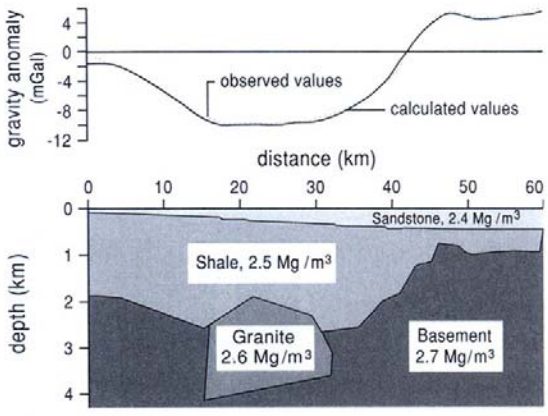


Figura 5. Modelo de densidades en gravimetría

A veces es posible deducir el cuerpo directamente desde los resultado: este es el **modelado inverso o interpretación directa**. Más aún, es más fácil usando una computadora, inventar un modelo, calcular los valores anómalos que produciría y compararlos con los medidos. Luego modificarlos hasta que el ajuste de curvas es suficientemente bueno. Este método iterativo de prueba y error es llamado **modelado indirecto**. Aún con modernas computadoras este proceso puede llevar mucho tiempo, por lo que es conveniente construir modelos simples (Figura 5) con secciones constantes conocidas como modelos 2D.
Un tipo de modelo más avanzado es el 2.5D, en el cual el cuerpo es considerado de sección constante hasta una determinada distancia en la cual desaparece. Si no hay claridad respecto a la forma alargada del cuerpo, se utiliza el modelado en 3D que implica sección variable.
Un modelo generalmente tiene una forma simple, límites bien definidos y propiedades físicas uniformes, mientras que el cuerpo tiene forma irregular, límites graduales y propiedades que varían espacialmente.

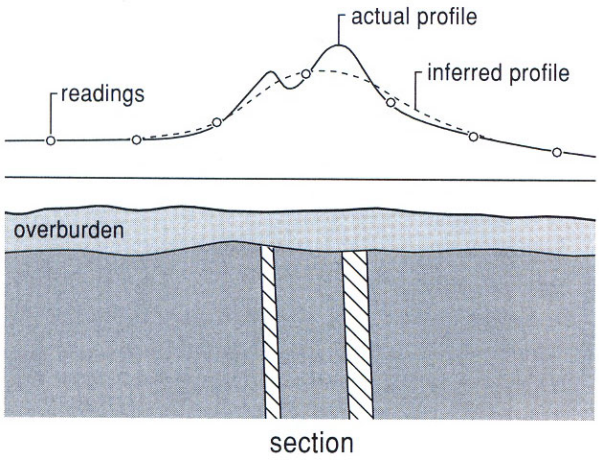


Figura 6. Anomalías aparentes con diferente separación de estaciones

5 – INTERPRETACIÓN GEOLÓGICA

Finalmente, el modelo físico tiene que ser traducido a términos geológicos. Una masa cilíndrica con densidad menor que el resto del subsuelo puede ser interpretado como un plutón granítico, una anomalía alargada de baja resistencia eléctrica como un filón de galena, por ejemplo. Este estado de la interpretación requiere tener información geológica general disponible, de afloramientos, pozos y de cualquier otra medición geofísica. Toda esa información permitirá elegir con más seguridad entre los diferentes modelos físicos que se ajustan a las observaciones geofísicas.

6 - PRESENTACION DE LOS RESULTADOS

Al final de las mediciones, los resultados deben ser presentados de alguna manera, y esto ofrece la oportunidad de destacar algunas características, particularmente para los datos grillados en 2D. Una manera de hacerlo es construyendo curvas de igual valor, similares a las de nivel topográfico. Puesto que muchas mediciones geofísicas son números distribuidos en una determinada área, ellos pueden ser mostrados como en la Figura 2 y los trataremos igual que las curvas de nivel topográfico. La Figura 7.a por ejemplo, muestra curvas de gradiente del campo magnético. El relieve también puede ser mostrado en perspectiva, a veces combinadas con curvas de nivel. El relieve topográfico a veces suele ser mejorado con iluminación oblicua, lo que es explotado en arqueología. Existen programas de computadora que generan una falsa iluminación a los datos grillados. La dirección elegida de la iluminación es importante porque puede destacar “valles” o “fosas” de interés.

Una alternativa común es la proyección isométrica (Figura 7.b), que construye un modelo superficial con valores grillados y unidos como perfiles perpendiculares uniformemente espaciados.
Otra opción es el uso de colores para enfatizar ciertas características, pero debe ser usada con cuidado porque el ojo es llevado a los límites entre colores contrastantes y tiende a asumir que ese límite es importante. También suele presentarse la información mediante puntos en una escala de grises según el valor del dato a mostrar.

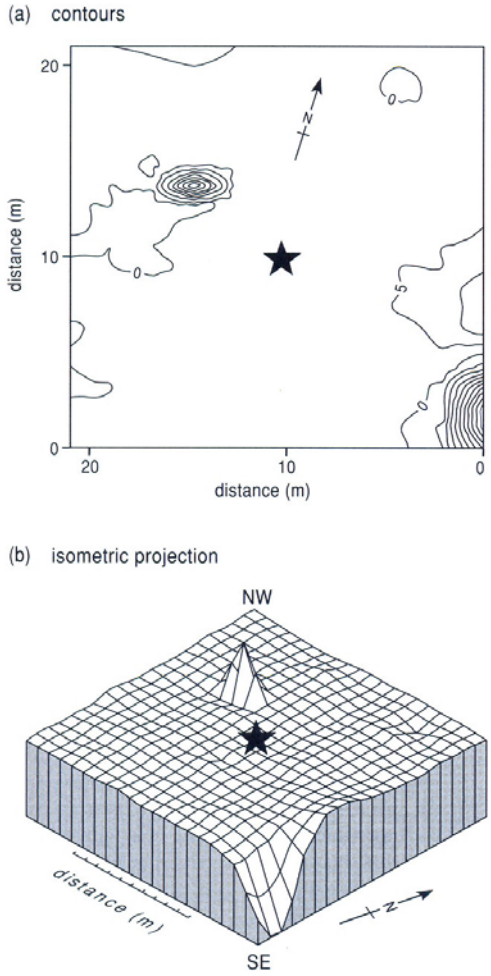


Figura 7. Curvas de igual valor y proyección isométrica en relevamiento magnético

PROCESAMIENTO DE DATOS

Aún cuando los resultados de una medición hayan sido reducidos y graficados, las características de interés pueden no ser obvias. Si es así, será necesario un procesamiento que permita mejorar las características buscadas.

1 - ANÁLISIS DE FOURIER

1.1 - Longitud de Onda

Para fijar las ideas, inventaremos un ejemplo simple. Supongamos una intrusión granítica en un área que luego estuvo expuesta a la erosión. Hoy, la superficie irregular del granito y la roca de caja están tapadas por un relleno sedimentario (Figura 1).

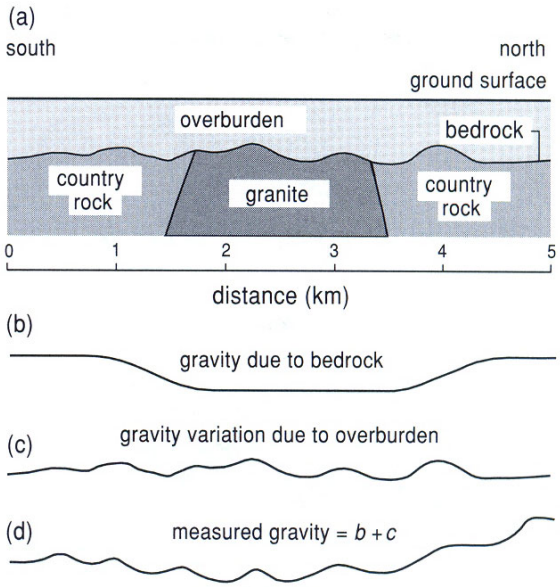


Figura 1. Componentes de una anomalía gravimétrica

Para detectar la presencia y extensión del granito, partimos del supuesto que el granito tiene densidad más baja que la roca de caja y mediremos la variación de la gravedad a lo largo de un perfil.

El granito generará un valor de gravedad menor en el medio del perfil, es decir una anomalía negativa (Figura 1.b). Sin embargo, el espesor variable del relleno producirá diferentes valores de la gravedad porque su densidad es menor que la de la roca de caja (Figura 1.c).

Juntas las anomalías (Figura 1.d), producirán un perfil de anomalía donde la correspondiente al granito no es tan obvia, aunque sea responsable del aumento de la anomalía de interés en el centro del perfil.

La esencia del Análisis de Fourier es detectar anomalías por sus anchos, los que se miden como longitudes de onda.

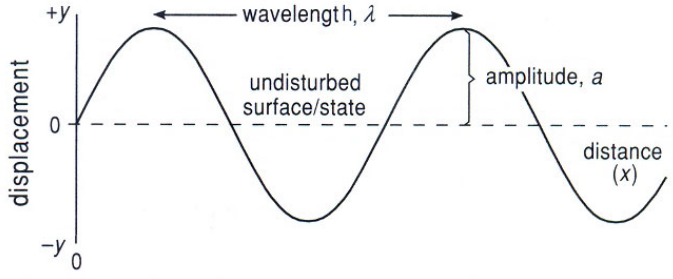


Figura 2. Longitud de onda y amplitud

Las ondas son similares en su naturaleza. Un ejemplo obvio son las ondas en el agua. Las ondulaciones que producen sacuden de uno a otro extremo. En Geofísica encontraremos tanto ondas sísmicas como electromagnéticas. En general, nosotros no las consideramos como que ellas se mueven. Lo importante aquí será considerar que ellas tienen la misma forma en general, como muestra la Figura 2.
La distancia repetitiva, convenientemente medida entre dos crestas sucesivas es **la longitud de onda** λ (Lambda) y la máxima desviación desde la posición no perturbada es la **amplitud a**. Esta curva es llamada sinusoide porque es descripta por la función matemática seno.

1.1.1 - Ecuaciones para el análisis armónico de Fourier

Una sinusoide tiene la forma matemática descripta por una curva seno. Por lo tanto,

$$y = a.\text{sen}\left[\frac{2\pi x}{L}\right] \qquad (1)$$

Donde **x** es la distancia a lo largo del perfil. Entonces con esta ecuación podremos calcular el valor del desplazamiento **y** para cualquier distancia. Cuando **x** sea cero, el desplazamiento **y** también será cero. Cuando **x** aumenta, **y** aumenta hasta un máximo **a** en $x = \lambda/4$, luego disminuye, siendo cero en $x = \lambda/2$, y continúa decreciendo hasta un mínimo de $-a$ en $x = 3\lambda/4$, volviendo a aumentar para alcanzar cero en $x = \lambda$. Este ciclo se repite como muestra la figura.
Cuando la cantidad entre corchetes toma los valores π, 2π, 3π, etc., **y** está pasando por cero.
Todo esto vale también para la curva coseno, pero está desplazada un cuarto de λ a lo largo del eje **x** respecto de la curva seno.
Una serie armónica consta de varias sinusoides, cada una con un número exacto de medias longitudes de onda **L** de la señal. Es decir $\lambda/2=L$, $3\lambda/2=L$, $\lambda=L$, $2\lambda=L$, etc. Entonces,

$$y = a_0 + a_1.\text{sen}\left[2\pi(x/2L)\right] + a_2.\text{sen}\left[2\pi(2x/2L)\right] + a_3.\text{sen}\left[2\pi(3x/2L)\right] + k \qquad (2)$$

Entonces sus longitudes de onda serán **2L**, **L**, **2L/3**, **L/2**, etc. Esta suma es la señal en la serie de Fourier, la cual se construye dando un valor particular a la amplitud de cada armónica. Por lo tanto la serie se obtiene reemplazando λ de la (1) por **2L**, **L**, etc. y dando diferentes valores a a_1, a_2, a_3, etc.; a_0 es un término extra usado para ajustar subiendo o bajando la totalidad de la curva; **y** es la suma de la serie y da el valor de la señal para cualquier valor de **x**.
Estas mismas ideas se aplican para señales que varían con el tiempo. Las ecuaciones pueden ser convertidas reemplazando cada valor espacial por el correspondiente valor temporal.

Valores espaciales	Valores temporales
L: Longitud de la señal	**T**: Duración de la señal
x: Distancia a lo largo de la señal	**t**: Tiempo desde el comienzo de la señal
λ: Longitud de la onda	τ: Período de la armónica = 1/frecuencia **f**

τ es el tiempo que toma una oscilación en un lugar para completar un ciclo, es decir, el tiempo entre dos crestas. Sin embargo, es más conveniente usar la frecuencia **f**, de modo que la (1) queda

$$y = a.\text{sen}(2\pi ft) \qquad (3)$$

Para encontrar los valores de las amplitudes de la señal se utilizan las siguientes expresiones:

$$a_0 = (1/L)\int_0^L y.dx \quad \text{ó} \quad (1/T)\int_0^T y.dt \quad \text{(igual al valor medio de la señal)} \qquad (4)$$

$$a_n = (2/L)\int_0^L y.\text{sen}(n\pi x/L)dx \quad \text{ó} \quad (2/T)\int_0^T y.\ \text{sen}(n\pi t/T)dt \qquad (5)$$

1.2 - Análisis Armónico

Son pocos los perfiles que lucen como los de la Figura 2. La esencia del análisis de Fourier es que una línea "culebrera" como la del perfil de gravedad de la figura 1 puede ser representada por la suma de una serie de ondas. Solamente pueden ser utilizadas ciertas longitudes de onda, tales que 1, 2, 3, etc. longitudes medias de ondas, se ajusten en la longitud del perfil. Estas funciones son llamadas **armónicas**. Sus amplitudes son ajustadas de modo que, una vez sumadas, reproduzcan la señal original.

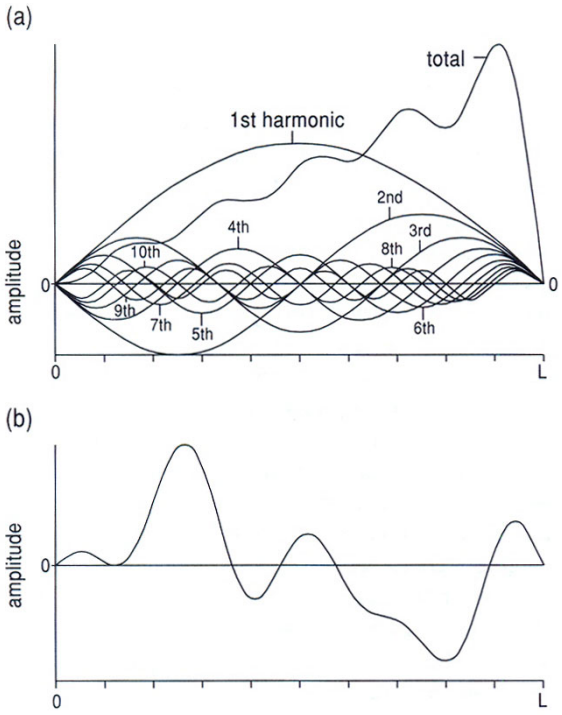


Figura 3. Suma de ondas

La Figura 3a muestra que una señal de forma escalonada ascendente puede ser construida utilizando las 10 primeras armónicas, en razón de que a diferentes distancias las armónicas tienen diferentes valores, los cuales pueden sumarse o cancelarse parcialmente. Se logra una mayor aproximación cuanto mayor es la cantidad de armónicas.

La Figura 3b muestra otro perfil producido por diferentes proporciones de las mismas armónicas. En resumen, cualquier perfil puede ser construido por armónicas, pero los detalles más finos requieren armónicas más altas, es decir de menor longitud de onda.

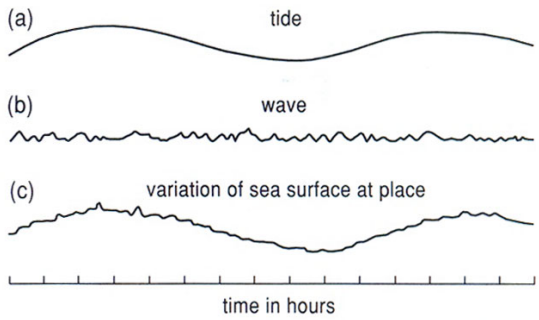


Figura 4. Variación del nivel del mar en un punto debido a las olas y la marea

Algunas señales varían con el tiempo, como por ejemplo la altura de la superficie del mar en un punto (Figura 4). La altura fluctúa debido al paso de las olas y también debido al efecto de la marea que tiene un período de unas 13 horas. Esto puede ser analizado tal como se vio en el perfil de gravedad, excepto que el tiempo reemplaza a la distancia. Por ello usaremos ahora la frecuencia **f** medida en Hertz, es decir el número de veces que un ciclo completo se repite en un segundo.
En el procesamiento de señales, las señales que varían con el tiempo son a menudo referidas como si lo hicieran en el espacio, y viceversa, de modo que una señal de baja frecuencia (una que varía lentamente con el tiempo) puede ser descripta como que tiene una gran longitud de onda, o un granito que produce una anomalía de baja frecuencia, como dijimos al comienzo.

1.3 - Análisis de Fourier en un Perfil

Ahora aplicaremos todos estos conceptos al perfil de gravedad de la Figura 1. El perfil debido al granito solamente tiene una gran longitud de onda (Figura 5.a) del orden de los 6 km de longitud, mientras el perfil del relleno sedimentario tiene varias longitudes de onda más cortas.
Entonces podemos hacer que la anomalía del granito sea más clara si analizamos el perfil medido (Figura 1.d) en armónicas y luego despreciamos las longitudes de onda menores que la quinta armónica. La mejor combinación de armónicas podrá ser evaluada al analizar la diferencia entre la señal original y la construida con la suma de las armónicas. Esta será una anomalía residual (Figura 5.b), que también indica si quedan partes no deseadas de cortas longitudes de onda.

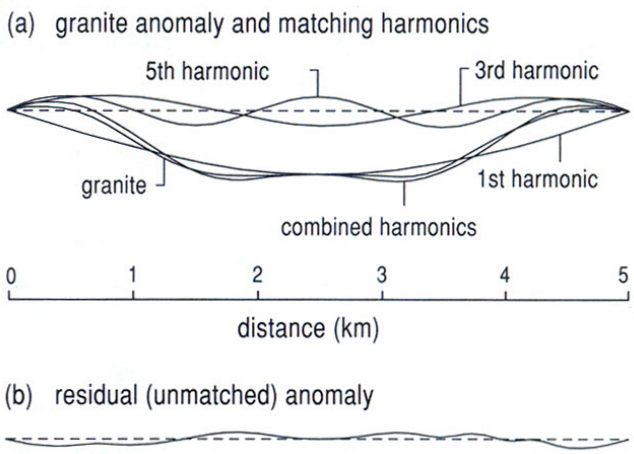


Figura 5. Análisis de anomalías

Aunque este proceso mejora la anomalía buscada, hay todavía algunos puntos a tener en cuenta. Primero, cada curva componente es debida a diferentes cuerpos geológicos y generalmente contiene un rango de longitudes de onda, de modo que la separación del granito y el relleno sedimentario es solo parcial. Segundo, las longitudes de onda de las armónicas deducidas dependen de la longitud total del perfil analizado, porque ellas tienen que ajustarse exactamente, y como esta longitud es arbitraria, las armónicas también lo son. Todo esto no hace más que demostrar que el análisis armónico de Fourier es solo un procedimiento matemático que no tiene nada de geofísico ni de geológico y por lo tanto debe ser considerado como tal. Tercero, al quitar longitudes de onda más pequeñas se están anulando anomalías de cuerpos pequeños cercanos a la superficie. Si bien es cierto que un cuerpo angosto cerca de la superficie da una anomalía más angosta (Figura 6), también es cierto que una anomalía ancha puede ser producida por un gran cuerpo ancho de poco contraste de densidad, o por un cuerpo angosto de gran contraste de densidad a mayor profundidad (Figura 7).

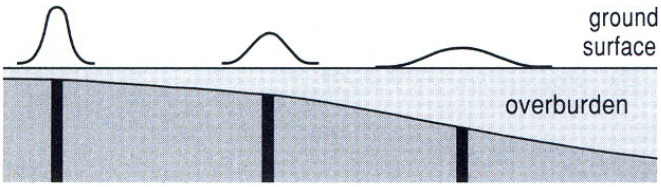


Figura 6. Ancho de las anomalías según la profundidad del cuerpo

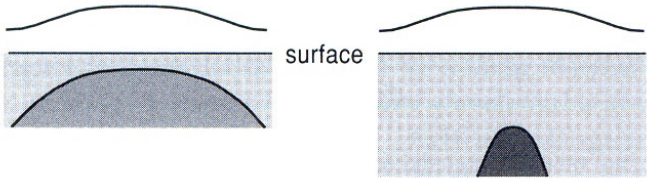


Figura 7. Anomalía similar para cuerpos diferentes

Las anomalías no deseadas del fondo del relleno de la Figura 3.1 son un ejemplo de ruido. Como el ruido tiene una longitud de onda más corta que la señal, al remover el ruido también se pueden eliminar las anomalías pequeñas.

1.4 - Análisis de Fourier en 2D. Datos en una grilla

Los ejemplos vistos hasta aquí han sido tratados en una dimensión, es decir como Perfiles. Pero, como los datos generalmente son tomados en una grilla y luego contorneados en curvas de igual valor, la eliminación de las anomalías de cortas longitudes de onda no será tan simple.
Tales mediciones son analizadas por perfiles paralelos y perpendiculares entre si, de modo que lucirán como papel corrugado o una huevera (Figura 8)

Figura 8. Combinación de ondas a ángulos rectos

Entonces, el análisis en series armónicas deberá ser realizado por perfiles en cada una de las dos direcciones detectadas, para poder decidir finalmente en cual dirección se eliminan las cortas longitudes de onda.
Como se ve, el análisis de Fourier es muy subjetivo, y puede ser, por ejemplo, ampliado a extensiones mayores donde influya la curvatura terrestre. Para ello, el análisis tratará con superficies armónicas esféricas que no consideraremos aquí.

1.5 - Porqué una serie armónica?

Qué tiene de especial una armónica? Porqué no se usan series que no se ajusten exactamente a la longitud de la señal? O alguna otra curva que no sea sinusoidal? Hay dos razones para ello: La primera es que algunas señales están naturalmente compuestas por tales series. Por ejemplo, las oscilaciones de un instrumento musical, tal como una cuerda de guitarra vibrando, son analizadas en armónicas del mismo modo ya comentado. La diferente proporción de las armónicas es justamente lo que hace que la guitarra suene diferente que otro tipo de instrumento tocando la misma nota. Y hasta un músico bien entrenado puede oír las armónicas individuales. En efecto, el término armónica que usamos en el análisis de Fourier proviene de la música.
La segunda razón, y la más importante, es matemática, ya que la amplitud de cada armónica puede ser calculada independientemente. Esto es que, para calcular la amplitud de la tercera armónica, no es necesario conocer previamente la primera, ni la segunda ni la cuarta por ejemplo.

2 - FILTRADO DIGITAL

2.1 - Filtros Simples

Un modo alternativo de eliminar las longitudes de onda o frecuencias no deseadas es mediante el filtrado. En el lenguaje diario, un filtro es algo que separa partes grandes de pequeñas. Una mezcla de arroz y porotos puede ser separados adecuadamente con una malla tipo colador que deje pasar solo los granos de arroz. En electrónica los filtros se usan para eliminar frecuencias no deseadas, tales como las de picos agudos y los pulsos de una fuente eléctrica, o cambiar las proporciones de bajos y agudos de un registro musical. Aunque ninguno de estos filtros trabaja igual que un filtro digital como los que estamos considerando, el principio que ellos utilizan es el mismo. Los filtros digitales hacen esto matemáticamente y tienen mucho en común con el análisis de Fourier.

Los filtros digitales son generalmente aplicados a valores tomados a intervalos de muestra espaciados regularmente. Si las lecturas son continuas los valores son leídos de la curva. Si son espaciadas irregularmente, los valores son leídos por interpolación.

Uno de los filtros digitales más simples toma el promedio de tres lecturas sucesivas y lo coloca en el lugar del punto del medio (Figura 9). Esto es repetido en cada punto de muestreo, de modo que cada lectura es “usada” tres veces. Este promedio simple o corriente es también llamado “ventana moviente”. Imaginemos una tarjeta con un agujero de un tamaño tal que solo permite ver tres valores, los promedia y a este valor lo pone en el central. Luego es desplazada al punto siguiente y hace lo mismo.

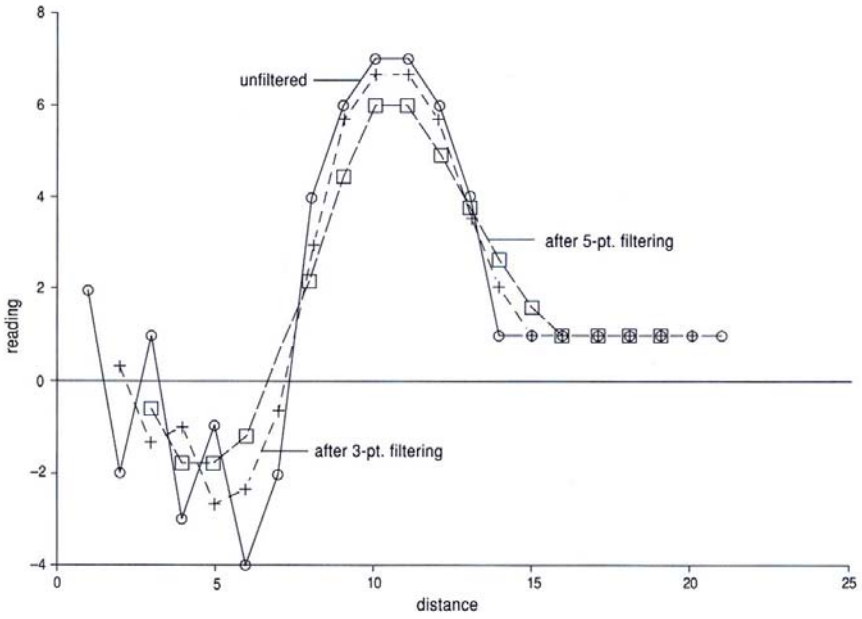


Figura 9.

El citado valor medio es obviamente $\bar{y}_n = (y_{n-1} + y_n + y_{n+1})/3$ (6)

El subíndice denota el punto donde se debe ubicar el resultado, es decir el punto medio de las tres lecturas.

Las cortas longitudes de onda, como dientes en la parte izquierda de la curva, son mucho más “alisadas” que la joroba del medio, mientras que la línea recta de la derecha no es afectada. En términos del análisis de Fourier, diríamos que las amplitudes de las longitudes de onda más cortas, o más altas frecuencias para señales en el dominio del tiempo, son las más reducidas. Un filtro algo más complejo podría tener una ventana con cinco puntos. En la figura se ve que suaviza mejor que el anterior las cortas longitudes de onda.

Otros filtros podrían tener todavía más puntos, pero una forma de cambiar su efectividad es usar una media pesada en lugar de una media simple, es decir que los valores de los puntos son multiplicados por diferentes coeficientes. Por ejemplo un filtro de siete puntos sería:

$$y_n = (-0.115y_{n-3} + 0y_{n-2} + 0.344y_{n-1} + 0.541y_n + 0.344y_{n+1} + 0y_{n+2} - 0.115y_{n+3}) \quad (7)$$

Para averiguar cuáles longitudes de onda están siendo reducidas y en que medida, podemos aplicar filtros para un rango de onda sinusoidal pura y ver cuanto son reducidos (Figura 10).
Las longitudes de onda de varias veces el intervalo de muestra son fuertemente afectadas (10.a), y las de un valor cercano al de la muestra son fuertemente reducidas (10.d) Los filtros de 5 y de 7 puntos las reducen más que los de 3 puntos.
Estos filtros son llamados **pasa-bajo** porque dejan pasar longitudes de onda mayores, con poca o ninguna reducción, pero reducen enormemente las cortas. En la Figura 10 se ve este corte de longitudes de onda. Estos son también llamados filtros de **alisado** o **suavizado** porque el "dentado" es reducido, como se vio en la Figura 9.
Lo opuesto a un filtro pasa-bajo es el filtro **pasa-alto**, que deja pasar solamente las longitudes de onda más cortas, mientras que el filtro **pasa-banda** es aquel que deja pasar solo un rango de longitudes de onda o frecuencias.
Los filtros tiene varias limitaciones. Una es que difieren en como dejan pasar o eliminan las diferentes longitudes de onda. Otra es que las diferentes longitudes de ventanas (3, 5 ó 7 puntos) tienen diferente efectividad: a veces puede resultar que la de 7 puntos sea menos efectiva que la de 3 puntos (comparando la curva filtrada de la Figura 10.c.) Una tercera cuestión es que los valores muestreados en las gráficas de la izquierda de la Figura 10.c, d y e, cuando son unidos entre si no definen una onda regular, aún cuando ellos están a intervalos regulares en una sinusoide. Esto puede dar como resultado una longitud de onda más corta, que a veces no es reducida tanto como la más grande (comparando la 10.d y e). Este efecto será considerado en la próxima sección. Aunque los filtros son muy útiles, no tienen que ser aplicados sin un claro entendimiento del caso particular en estudio.

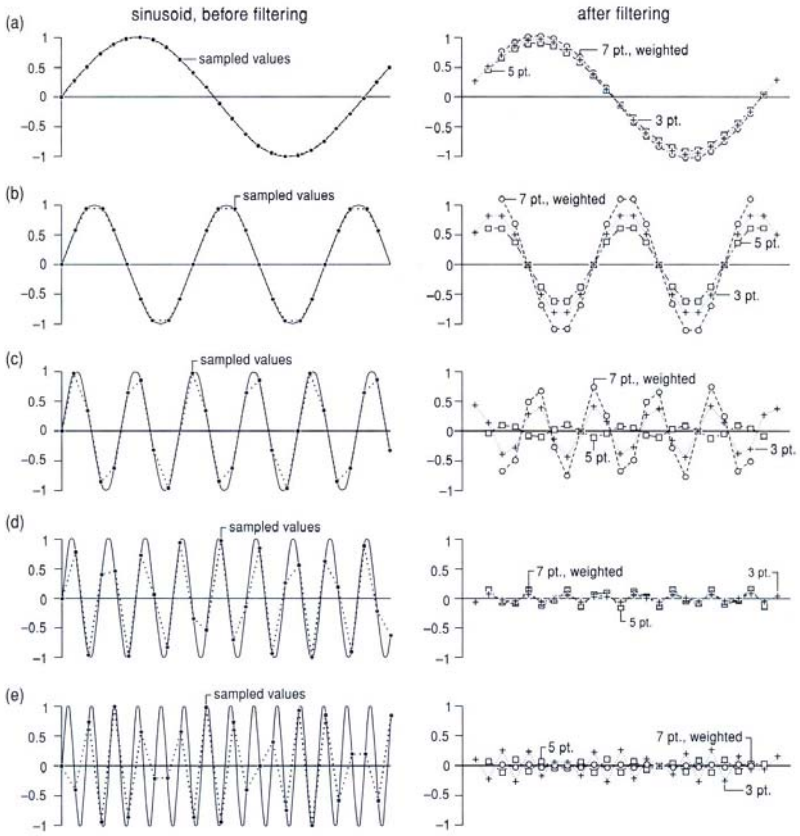


Figura 10. Efecto de filtros de diferentes longitudes de onda

2.2 - Alisado

Si se redibujara la señal con muestras a ciertos intervalos desiguales, podrían verse longitudes de onda que no parecían estar presentes.

Consideremos una simple sinusoide muestreada a diferentes intervalos, como la de la Figura 11. Cuando el intervalo de muestreo es corto comparado con la longitud de onda, se repiten las ondulaciones de la onda (11.a). Aún cuando hay dos muestras por onda (11.b.), la longitud de onda se conserva aunque cambia la amplitud. Pero cuando el intervalo es incrementado más, ocurre algo curioso: Si el intervalo es exactamente igual a la longitud de onda (11.d.) todas las lecturas son las mismas y pareciera que no hay variación alguna. Los valores dependen del lugar del ciclo donde se toman las muestras (11.d.i y 11.d.ii). Cuando el intervalo es solo un poco diferente a la longitud de la onda (11.c y e), la señal parece tener una gran longitud de onda que es espuria. Esta producción de longitudes de onda espurias es llamada alisamiento, y si la señal real tuviera una armónica con una longitud de onda cercana al intervalo de muestra, también se encontrará una longitud de onda espuria. Este efecto siempre ocurrirá cuando el intervalo de muestra sea próximo a un múltiplo de la longitud de onda, en efecto, una vez que el intervalo de muestreo exceda la mitad de la longitud de onda, la aparente longitud de onda será siempre mayor que la verdadera.

Una longitud de onda crítica, dos veces el intervalo de muestreo, es llamada **longitud de onda Nyquist**.

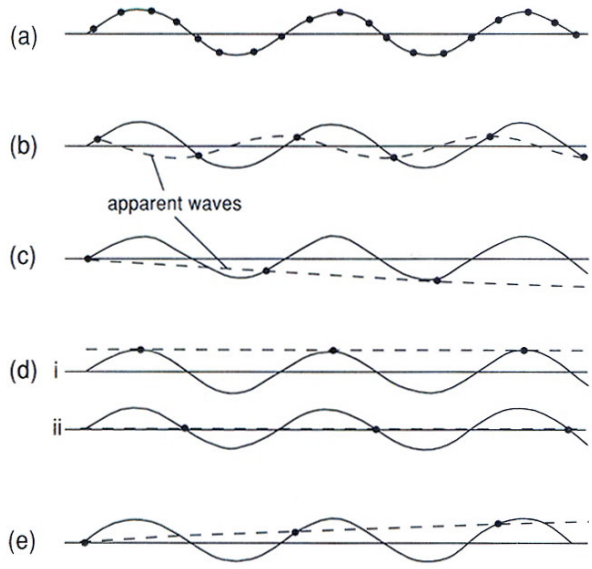


Figura 11. Efectos de diferentes intervalos de muestreo

El alisado puede ocurrir en el tiempo y en el espacio. Un ejemplo típico es cuando las ruedas de las carretas de las películas del lejano Oeste parecen estar quietas o aún girando al revés. Esto ocurre porque, entre los cuadros del film, cada rayo de la rueda gira aproximadamente hacia la posición anterior del otro rayo, pero el ojo no puede decirnos que un rayo ha sido reemplazado por otro. Para evitar este efecto, el tiempo entre cuadros no debe ser mayor que la mitad del tiempo que toma un rayo en reemplazar al próximo. En general, el alisamiento produce períodos espurios cuando una armónica tiene un período menor que dos veces el intervalo de la muestra. Puesto que el período es recíproco de la frecuencia (1/f), es lo mismo decir que las frecuencias espurias son producidas cuando el número de muestras por segundo es menor que el doble de la frecuencia de la armónica. Esta frecuencia crítica es llamada **frecuencia Nyquist**. Para evitar frecuencias espurias, las más altas frecuencias deben ser eliminadas antes del muestreo usando un filtro electrónico no digital.

En geofísica, el alisamiento es un problema más serio para las señales en el dominio del tiempo, como en el registro de las ondas sísmicas, que para las anomalías espaciales.

2.3 - Diseño de un filtro simple

Los filtros pueden ser diseñados para remover cualquier rango de longitudes de onda, con solo elegir el intervalo de muestreo, el número de puntos en la ventana, y los valores de los coeficientes o peso de los puntos. Como se vio, el intervalo de muestreo es importante porque las longitudes de onda mucho menores que el intervalo de la muestra son automáticamente eliminadas (aunque pueda ocurrir un alisamiento). El intervalo es por lo tanto elegido siempre más corto que la menor longitud de onda que se desea conservar. Un cuarto de esa longitud es una distancia adecuada para el intervalo. Decidido el intervalo de muestreo no hay mejora alguna en elegir un filtro con más de siete puntos. Luego se eligen los coeficientes mediante cálculos matemáticos específicos, para dar una mayor discriminación a las longitudes de ondas deseadas y no deseadas, o frecuencias, aunque esto también puede hacerse mediante el análisis de Fourier.

2.4 - Filtrado en 2D. Datos en una grilla

En la sección 1.4 se vio que el análisis de Fourier podía ser aplicado a datos en una grilla o en 2D. Similarmente, los filtros pueden ser usados en 2D con puntos de muestra alrededor del punto en cuestión. Los puntos más grandes de la Figura 12 son las posiciones muestreadas para un filtro particular, y los números son los pesos que son los mismos para cualquier punto de un mismo circulo.

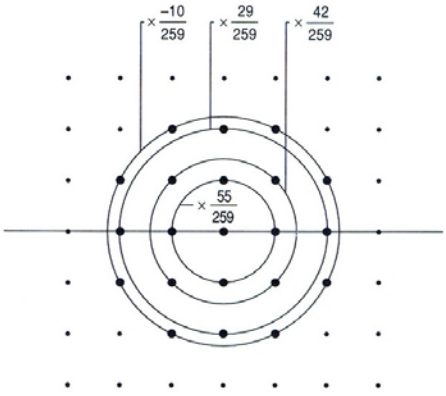


Figura 12. Ventana y coeficientes de filtros para datos grillados

La Figura 13 muestra el efecto de aplicar un filtro pasa-bajo que progresivamente reduce las longitudes de onda en el rango 16 a 10 km y elimina totalmente las menores de 10 km. Esto revela una gran anomalía aproximadamente circular. La anomalía está en realidad un poco más hacia el Norte porque todavía queda una anomalía regional que también deberá ser eliminada.

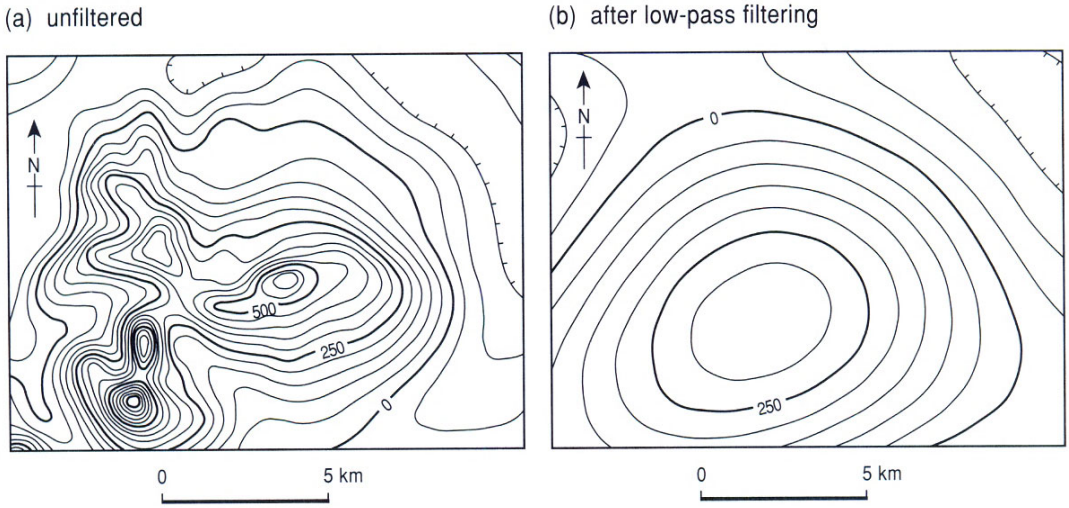


Figura 13. Datos grillados antes y después de un filtro pasa-bajo

2.5 - Filtros que mejoran ciertas características

Los filtros descriptos pueden mejorar la señal reduciendo longitudes de onda no deseadas o ruidos. Sin embargo, con los datos en 2D hay otras posibilidades, como las vistas con el análisis de Fourier. Una es el uso direccional de los filtros para eliminar ciertas características en una determinada dirección. Por ejemplo, esta técnica podría ser usada para enfatizar anomalías debidas a vetas o filones de minerales en una región donde esa dirección ya es conocida.

Otro tipo de filtro puede ser usado para enfatizar bordes de anomalías y así ayudar a precisar el cuerpo que las causa. Al seleccionar las cortas longitudes de onda allí concentradas, el efecto será opuesto al del mejoramiento de las grandes anomalías, por lo que deben usarse con cuidado.

Un modo alternativo para detectar bordes es buscar donde los valores cambian más rápidamente. En la Figura 1.3 y 1.4 los valores de anomalía cambian más rápidamente cerca de los bordes del granito, de modo que donde esto ocurre se puede pensar en la existencia de un cuerpo. Similarmente, las pendientes más fuertes o gradientes ocurren a los bordes de una montaña.

3 - RESUMIENDO: ANÁLISIS DE FOURIER Y FILTRADO

Los filtros logran muchos de los mismo resultados del análisis de Fourier, entonces cuál debe ser usado? El análisis de Fourier requiere que se analice la totalidad de la señal o perfil, mientras que un filtro necesita solo unas pocas lecturas en un cierto tiempo, aquellas de la ventana. Por lo tanto, el análisis de Fourier no puede realizarse si la señal no está completa, y por lo tanto requiere más cálculos porque usa más datos en el tiempo. Sin embargo, el análisis de Fourier da una más completa separación de frecuencias o longitudes de onda, y la perfomance de un filtro es especificada en términos del análisis de Fourier. Este puede analizar curvas contínuas mientras que un filtro opera con valores discretos. Como la mayoría de los datos geofísicos son discontinuos, esto no tiene mucha importancia, siempre que el intervalo de muestreo sea elegido convenientemente y se tomen precauciones respecto del alisamiento. En la práctica, los filtros son más usados que el análisis de Fourier.

El análisis armónico de Fourier y los distintos tipos de filtros son usados para enfatizar las características buscadas en 1 y 2D, pero ninguno de los métodos garantizan el mejoramiento deseado, porque el cuerpo causante de la anomalía a menudo genera una señal con un cierto rango de longitudes de onda que pueden solaparse con aquellas debidas al ruido. El procesamiento de señales no sustituye al cuidadoso diseño de una medición ni optimiza la calidad de los datos que puedan ser adquiridos con el adecuado esfuerzo y costo, pero puede ser útil para extraer más información de los datos relevados, y es ampliamente usado en las mediciones geofísicas.

AN INTRODUCTION TO GEOPHYSICAL EXPLORATION

Introducción

Las mediciones geofísicas detectan variaciones de algunos parámetros físicos respecto de una posición o del tiempo. Una medida puede ser, por ejemplo la intensidad del campo magnético terrestre a lo largo de un perfil sobre una intrusión ígnea, o el movimiento del suelo como una función del tiempo asociado al paso de una onda sísmica. En cada caso la forma de presentar los datos es en gráficas como muestra la figura 1.

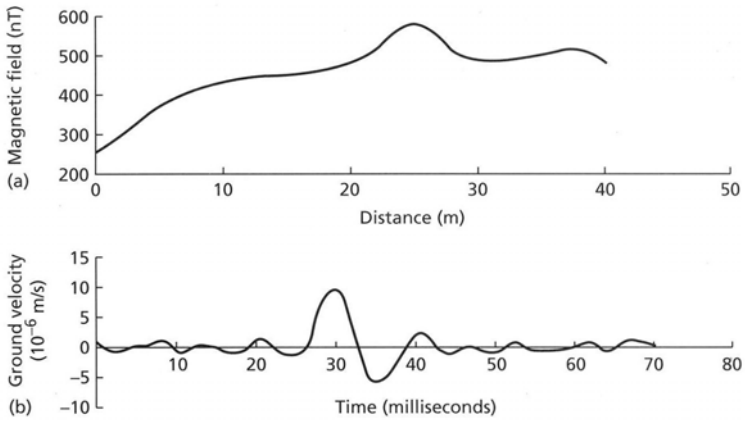


Figura 1

Las gráficas mostrarán algunas formas de ondas más o menos complejas, pero reflejarán las variaciones físicas de la geología subyacente, superpuestas con variaciones no deseadas de alguna característica no geológica como el efecto eléctrico de cables con corriente en el ejemplo magnético, imprecisiones del instrumental y en la captura de los datos. Al estar separadas las estaciones de medición, la forma exacta de la onda puede ser incierta por el hecho de que se interpolan datos en la curva. La tarea del geofísico es entonces separar la "señal" de los "ruidos" e interpretar los datos en términos de estructuras geológicas.

El análisis de la forma de las ondas es entonces un aspecto esencial del procesamiento e interpretación de los datos geofísicos. Los fundamentos físicos y matemáticos utilizados no son una novedad, fueron descubiertos en el Siglo 19 y comienzo del 20. El uso de estas ideas ya fue utilizado en otras tecnologías como la radio y la televisión, astronomía, meteorología, imágenes médicas, aplicaciones militares como el radar, el sonar e imágenes satelitales. Antes de la disponibilidad de las computadoras, el procesamiento de una gran cantidad de datos y la complejidad de su análisis estuvieron muy restringidos al uso de esta tecnología. Hoy todas las técnicas que se describirán a continuación pueden ser implementadas hasta en una simple hoja de cálculos de una computadora personal.

Los principios fundamentales en que se basan los diferentes análisis de los datos se describen aquí. Estos son acompañados por una discusión de las técnicas del procesamiento digital de los datos en computadora. En todo momento la forma de las ondas se considerarán una función del tiempo, pero todos los principios son también aplicables a funciones de distancia. En este caso la frecuencia, número de ciclos por segundo es reemplazada por la frecuencia espacial o número de ciclos por unidad de distancia.

Digitalización de los datos geofísicos

La forma de las ondas de interés geofísico es generalmente una función continua del tiempo o la distancia. Para aplicar la potencia de una computadora digital al análisis, los datos necesitan ser expresados en forma digital, cualquiera que sea la forma en que se registren.

Una función continua (análoga) del tiempo o la distancia puede ser expresada digitalmente muestreando la función a un intervalo fijo y registrando los valores instantáneos en cada punto de muestra. Entonces, la función análoga f(t) de la figura 2(a) puede ser representada como una función digital g((t) de la figura 2(b), en la cual se reemplazó la función continua por una serie de valores discretos a intervalos iguales y fijos de tiempo. Este proceso es común a muchas mediciones geofísicas donde las lecturas son los valores de algún parámetro, por ejemplo la intensidad del campo magnético terrestre, en puntos de una línea de medición.

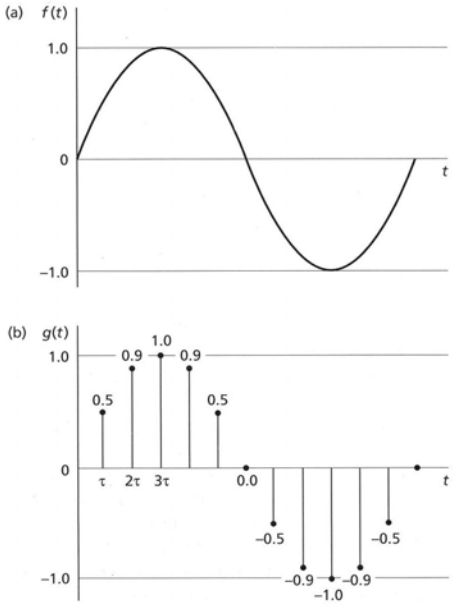


Figura 2

La extensión para la cual los valores digitales mejor representan la forma original de la onda dependerá de la precisión de la medición de las amplitudes y de los intervalos de las muestras. Formalmente, estos dos parámetros de un sistema de digitalización son la precisión de muestreo (rango dinámico) y la frecuencia de la muestra.

El **rango dinámico** es una expresión del cociente entre la máxima $\mathbf{A_{max}}$ y la mínima $\mathbf{A_{min}}$ amplitud. A mayor rango dinámico mayor variación de amplitudes, lo que será representado en la versión digitalizada de la onda. Este rango dinámico es generalmente expresado en **decibeles** (**dB**), escala utilizada para definir la relación entre dos potencias eléctricas P_1 y P_2. Esta relación viene dada por $10 \times \log_{10}(P_1/P_2)$ dB. Puesto que la potencia es proporcional al cuadrado de la amplitud, el rango dinámico será:

$$\mathbf{10 \times \log_{10}(P_1/P_2) = 10 \times \log_{10}(A_1/A_2)^2 = 20 \times \log_{10}(A_1/A_2)}$$

Entonces, un muestreo digital de amplitudes sobre un rango de 1 a 1024 unidades de amplitud, tendrá el siguiente rango dinámico:

$$\mathbf{20 \times \log_{10}(A_{max}/A_{min}) = 20 \times \log_{10}(1024) = 60\ dB}$$

Las muestras digitales en las computadoras se expresan en forma binaria, es decir que son una secuencia de dígitos que tienen solo los valores 0 y 1. Cada dígito binario es conocido como un bit y la secuencia de bits que representa el valor de la muestra se conoce como un word. El número de bits en cada word determina el rango dinámico de la onda digitalizada.

Por ejemplo, un rango dinámico de 60 dB requiere un word de 11 bits, puesto que la relación de amplitudes apropiada de 1024 ($=2^{10}$) es representada como 10000000000 en la forma binaria. Un rango dinámico de 84 dB representa una relación de amplitudes de 2^{14} y, por lo tanto, requiere muestras con word de 15 bits. Entonces, el aumento del número de bits en cada word incrementa el rango dinámico de la función digital.

El **muestreo de frecuencia** es el número de puntos de muestra en la unidad de tiempo o distancia. Intuitivamente, puede parecer que el muestreo digital de una función continua implica una pérdida de información, puesto que se especifica solo por valores discretos en una serie de puntos. Pero intuitivamente también, no habrá una pérdida significativa mientras la frecuencia de muestreo sea mayor que la más alta frecuencia de la onda original. Puede demostrarse por ejemplo que si la onda original fuera senoidal, podrá ser reconstruida desde un muestreo digital siempre que haya un mínimo de dos muestras por período.
Entonces, si una onda es muestreada cada 2 milisegundos, la frecuencia de muestreo será de 500 muestras por segundo (500 Hz), y un muestreo a esta frecuencia conservará todas las frecuencias hasta los 250 Hz de la función original. Esta frecuencia de la mitad de la frecuencia de muestreo es conocida como la **Frecuencia Nyquist (f_N)** y el **Intervalo Nyquist** es el rango de frecuencia desde cero hasta f_N. Entonces,

$$f_N = 1/(2\Delta t)$$

donde Δt es el intervalo de muestreo.
Si hay frecuencias por encima de f_N se producirá una distorsión conocida como alisamiento y desaparecerán las más altas frecuencias.

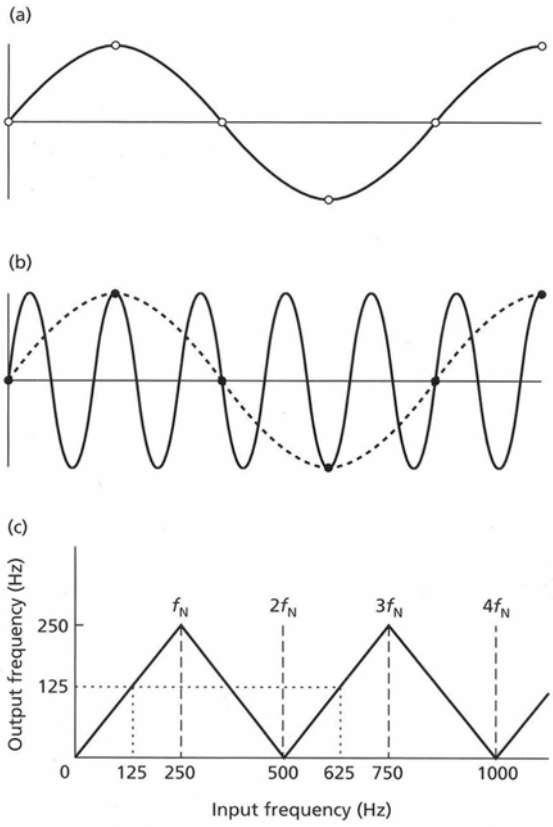


Figura 3

Consideremos el ejemplo de la Figura 3 donde se muestrea la onda seno a diferentes frecuencias. La más baja frecuencia es reproducida exactamente, Figura 3(a), pero la más alta frecuencia, línea llena de la Figura 3(b) es representada con una frecuencia ficticia, línea de trazos en la figura. La relación entre las frecuencias de entrada y de salida en el caso de una muestreo a 500 Hz se muestra en la Figura 3(c). Pareciera que una frecuencia de entrada 125 Hz por ejemplo, es conservada en la salida, pero una frecuencia de 625 Hz es alisada.

Para superar este problema de alisado, la frecuencia de muestreo debe ser al menos dos veces más alta que la mayor frecuencia presente en la función. Si la función tiene frecuencias por encima de la Frecuencia de Nyquist, esta debe ser limpiada con un filtro pasa-bajo previo a la digitalización.

Análisis Espectral

Existe una importante distinción matemática entre la forma de las ondas: **Periódicas** que se repiten cada un período fijo T y **Transitorias** que no son repetitivas. Figuras 4(a y b).

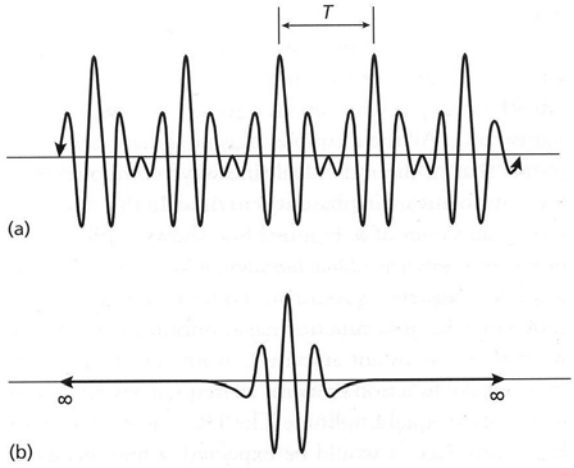
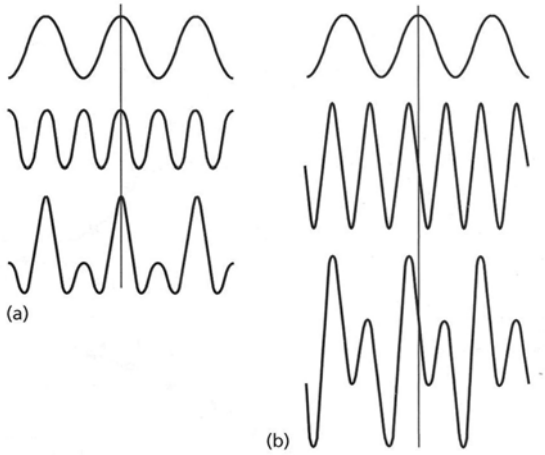


Figura 4

Con la técnica matemática del **Análisis de Fourier**, cualquier onda periódica, por más compleja que sea puede ser descompuesta en una serie de ondas seno (o coseno) cuyas frecuencias sean múltiplo entero de la frecuencia de básica de repetición **1/T**, conocida como **frecuencia fundamental**. Las frecuencias componentes más altas, a frecuencias de n/T (con n=1, 2, 3,...) se conocen como armónicas. La compleja forma de la onda de abajo de la Figura 5(a) está construida con la suma de dos ondas seno de arriba. Para expresar cualquier onda en términos de sus ondas seno componentes, es necesario definir no solo la frecuencia de cada componente, sino también su amplitud y fase. Si en el ejemplo anterior se alteran la amplitud y fase de las ondas componentes, la suma resultante será bastante diferente, que es lo que se ve en la Figura 5(b).

Figuras 5



De esto sigue que una onda periódica puede ser expresada de dos formas: En el **dominio del tiempo**, que expresa la amplitud en función del tiempo, o en el **dominio de la frecuencia**, que expresa la amplitud y fase de las ondas seno componentes, como una función de la frecuencia.

La forma de las ondas de la Figura 5(a y b) están representadas en la Figura 6(a y b) en función de sus amplitudes y fases espectrales. Estas últimas se conocen como líneas espectrales, y están compuestas de una serie de valores discretos de la amplitud y fase componentes de la onda en un juego de valores de frecuencia distribuidos entre 0 y la Frecuencia de Nyquist.

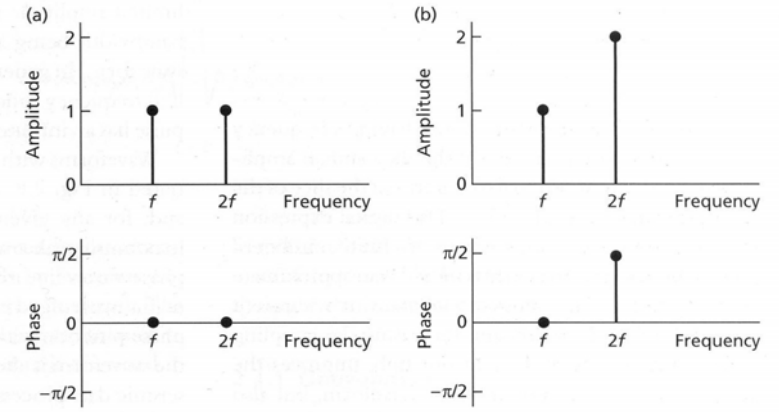


Figura 6

La ondas Transitorias que no se repiten así mismas, tienen un período infinitamente largo. Ellas deben ser consideradas, por analogía con las ondas periódicas, como teniendo una frecuencia infinitesimal fundamental que tiende a cero ($1/T \rightarrow 0$), y, consecuentemente, armónicas que ocurren a intervalos de frecuencia infinitesimal para dar amplitudes y fases espectrales continuas en lugar de la línea espectral de las ondas periódicas. Sin embargo, es imposible manejar analíticamente un espectro que contenga un número infinito de ondas seno componentes.

La digitalización de las ondas en el dominio del tiempo es un medio para tratar con espectros continuos de ondas de forma Transitorias. Una de estas muestreada digitalmente tiene su espectro de amplitud y fase subdividido en un número de delgadas “rebanadas” (slices) de frecuencia, con cada una teniendo una frecuencia igual a la frecuencia media de la rebanada y una amplitud y fase proporcionales al área de la rebanada del correspondiente espectro, lo que se muestra en la Figura 7.

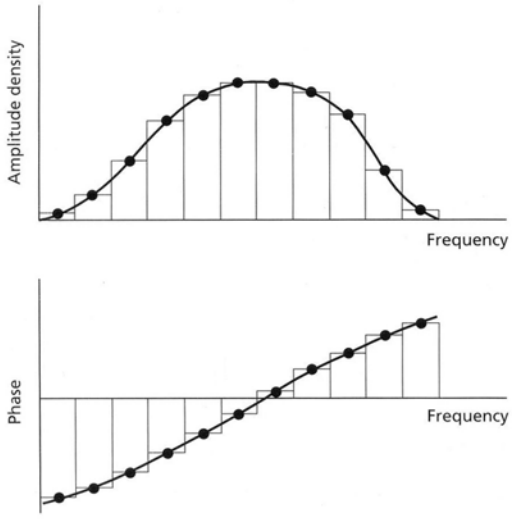


Figura 7

La expresión digital de un espectro continuo en función de un número finito de frecuencias discretas componentes, da una representación aproximada en el dominio de la frecuencia de una onda transitoria en el dominio del tiempo. El aumento de la frecuencia de muestreo en el dominio del tiempo no solo mejora la representación tiempo-dominio de la onda, sino que aumenta el número de rebanadas de frecuencia en el dominio de la frecuencia, y mejora la precisión de la aproximación.

La transformación de Fourier puede ser usada para convertir una función del tiempo g(t) en sus amplitud A(f) y fase ϕ(f) espectrales equivalentes, o en una compleja función de la frecuencia G(f) conocida como el espectro de frecuencia donde,

$$G(f) = A(f).e^{i\phi(f)}$$

La representación en el dominio del tiempo y de la frecuencia g(t) y G(t) son conocidas como Pares de Fourier cuya notación es

$$g(t) \leftrightarrow G(t)$$

Las componentes de las Pares de Fourier son intercambiables, de modo que si G(f) es la transformada de Fourier de g(f), entonces g(f) es la Transformada de Fourier de G(t). La Figura 8 muestra las Pares de Fourier para diferentes ondas características de la Geofísica. Todas tienen espectro fase cero, es decir que todas las ondas componente están en fase en el tiempo cero. En este caso ϕ(f) = 0 para todos los valores de ϕ.

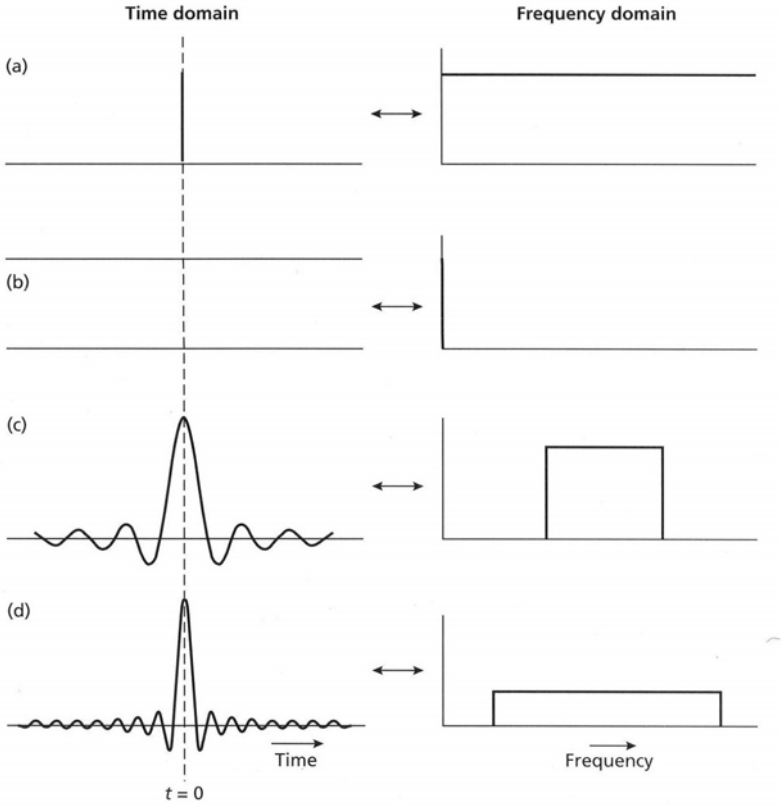


Figura 8

La Figura 8(a) muestra una función spike (espiga), también conocida como Función de Dirac, la cual es la más corta posible onda Transitoria. La Transformada de Fourier muestra que la función pico tiene un espectro de frecuencia continuo de amplitud constante desde cero hasta infinito. Entonces, esta función tiene todas las frecuencias desde cero a igual amplitud.
La Figura 8(b) muestra una onda DCbias que tiene, como debía esperarse, una línea espectral de una sola componente a frecuencia cero. Nótese que las Figuras 8(a y b) demuestran el principio de intercambiabilidad de las Pares de Fourier.
Las Figuras 8 (c y d) muestran ondas transitorias del tipo de los pulsos sísmicos, así como su espectro de amplitud. Ambas tienen una banda o rango limitado de espectro de amplitud. El espectro de más angosto ancho de banda es asociado a una mayor onda transitoria entonces. En general, a más corto pulso en el tiempo corresponde más ancha es la banda de frecuencia y en el caso límite de un pico, el pulso tiene un ancho de banda infinito.

Ondas con fase cero como las de la Figura 8 son simétricas respecto del tiempo y producen un pico en la onda para cualquier espectro de amplitud. Si la fase varía linealmente con la frecuencia, la onda permanece invariable en su forma pero desplazada en el tiempo. Si la variación no es lineal se altera la forma de la onda. Un caso particular importante en el procesamiento de los datos sísmicos es el espectro de fase asociado con un retardo mínimo, en el cual hay una concentración de energía máxima en el frente final de la onda. El análisis de los pulsos sísmicos a veces supone ellos tienen ese retardo.
La transformación de ondas digitalizadas puede ser calculada fácilmente en computadoras usando el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) con el método Cooley-Tukey (Brigham 1974). Esta transformada es provista como una función de la hoja de cálculos de Microsoft Excel. La transformación de Fourier puede ser extendida en dos dimensiones (Rayner 1971) y por lo tanto puede aplicarse a una distribución areal de los datos, tales como curvas isoanómalas de gravedad o magnetismo. En este caso la variable tiempo es reemplazada por la distancia horizontal y la variable frecuencia por el número de ciclos de ondas por unidad de distancia.

Procesamiento de las ondas

La Convolución, Deconvolución y Correlación son la base del procesamiento de datos de muchos métodos geofísicos, y muy especialmente de la Reflexión Sísmica. Su importancia es que describen cuantitativamente como es afectada una onda por un filtro. El filtrado modifica las ondas discriminando entre sus ondas seno componentes y altera su amplitud relativa, o relación de fases o ambas. La mayoría de los sistemas de audio son provistos de simples filtros para cortar abajo o arriba de una frecuencia aguda (hiss), o para enfatizar las bajas frecuencias bajas (bass). El filtrado es una característica típica de cualquier sistema que transmita señales.

<u>Convolución</u>
Es una operación matemática que define el cambio de forma de una onda que pasa a través de un filtro (Kanasewich 1981). Entonces, por ejemplo, un pulso sísmico generado por una explosión es filtrado primero por el suelo que atraviesa y luego por el sistema de registración. Entonces el sismograma (output) difiere bastante de la señal inicial (input).

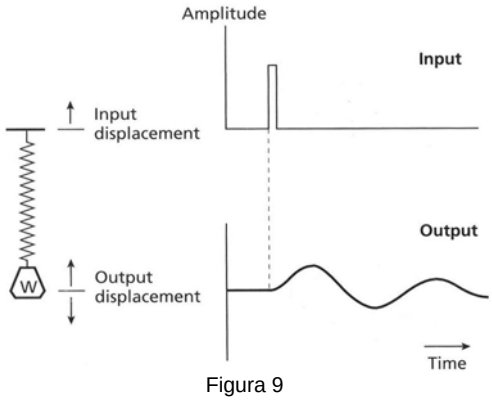


Figura 9

Como un simple ejemplo de filtrado, consideremos un peso suspendido del extremo de un resorte vertical (Figura 9). Si el soporte del resorte es perturbado por un movimiento agudo hacia arriba y abajo (input), el movimiento de la masa (output) es una serie de oscilaciones amortiguadas fuera de fase con la perturbación original.

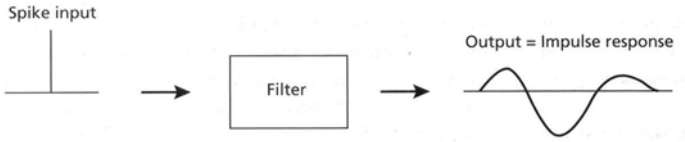


Figura 10

El efecto del filtro puede ser categorizado por su impulso, que es definido como la salida (output) del filtro cuando la entrada (input) es una función espiga (Figura 10). El impulso es una onda en el dominio del tiempo, pero puede ser transformada al dominio de la frecuencia. La Transformación de Fourier de un impulso se conoce como la Función Transferencia y especifica la amplitud y fase respuesta del filtro. El efecto de un filtro es descripto matemáticamente por una operación de convolución, tal que, si la señal de entrada g(t) al filtro es convolucionada con el impulso f(t) del filtro, conocido como el operador convolución, la salida filtrada y(t) es

$$y(t) = g(t) * f(t)$$

donde el asterisco $*$ denota la operación convolución.

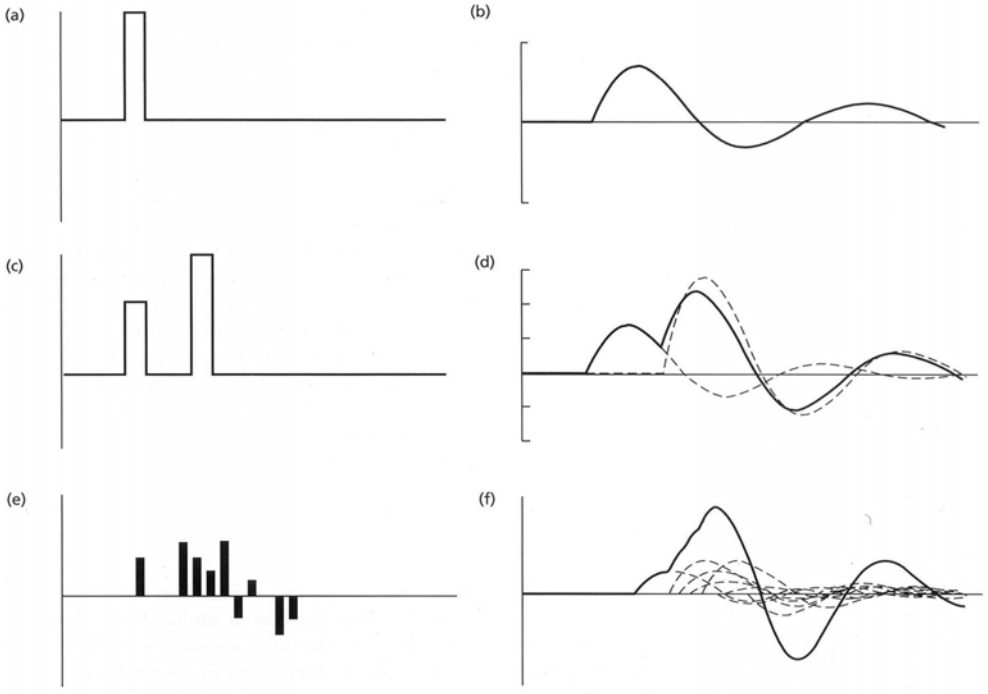


Figura 11

La Figura 11(a) muestra una función espiga de entrada a un filtro cuyo impulso es mostrado en la Figura 11(b). Claramente, esta última también está filtrada en la salida ya que, por definición, el impulso representa la salida de una entrada espiga. La Figura 11(c) muestra una entrada compuesta por dos funciones espiga, y la salida filtrada en la Figura 11(d) es ahora la superposición de dos funciones impulso separadas en tiempo por la misma separación de las entradas espiga y escaladas conforme a las amplitudes de cada espiga. Puesto que cualquier onda transitoria puede ser representada por una serie de funciones espiga, como en la Figura 11(e), la forma general de una salida filtrada puede ser considerada como la suma de un juego de impulsos relacionados a una sucesión de espiga simulando la forma total de la onda de entrada.

La implementación matemática de la convolución implica la inversión del tiempo de una de las funciones, y su progresiva desplazamiento hacia la otra función, el término individual en la salida convolucionada, siendo derivada de la suma de la multiplicación cruzada de los productos sobre las partes superpuestas de las dos funciones. En general, si $\mathbf{g_i}$(i = 1, 2,...,m) es una función de entrada y $\mathbf{f_j}$(j = 1, 2,...,n) es un operador convolución, entonces la función convolución de salida $\mathbf{y_k}$ viene dada por

$$\mathbf{y_k} = \sum_{i=1}^{m} g_i . f_{k-i} \quad (k = 1, 2, \ldots , m+n-1)$$

En la Figura 12 se muestran los pasos en el proceso de convolución para dos funciones digitales, una doble función espiga dada por $\mathbf{g_i} = \mathbf{g_1}, \mathbf{g_2}, \mathbf{g_3} = 2, 0, 1$ y una función impulso dada por $\mathbf{f_i} = \mathbf{f_1}, \mathbf{f_2}, \mathbf{f_3} = 4, 3, 2, 1$, donde los números son los valores discretos de amplitud de los puntos de muestra de las dos funciones. Desde la Figura 11 se puede ver que la salida convolucionada será $\mathbf{y_i} = \mathbf{y_1}, \mathbf{y_2}, \mathbf{y_3}, \mathbf{y_4}, \mathbf{y_5}, \mathbf{y_6} = 8, 6, 8, 5, 2, 1$. Nótese que la salida es más larga que las ondas de entrada. Si las funciones a ser convolucionadas tienen longitudes m y n, la salida tendrá longitud m+n-1.

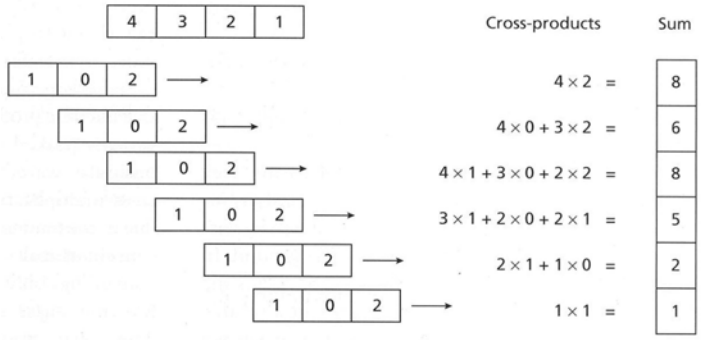


Figura 12

La convolución de dos funciones en el dominio del tiempo viene a ser bastante laboriosa y resulta ser una función más larga. Las típicas aplicaciones geofísicas pueden tener funciones con 250 a unos pocos miles de muestras. El mismo resultado matemático puede obtenerse transformando las funciones en el dominio de la frecuencia, luego multiplicarlas por sus frecuencias equivalentes de sus espectros de amplitud y sumar los términos de sus fases espectrales. La amplitud y fase espectral de salida resultante puede entonces ser transformada al dominio del tiempo. Entonces, el filtrado digital puede ser establecido en ya sea el dominio del tiempo o de la frecuencia. Con grandes cantidades de datos, el filtrado por computadora es más eficiente en el dominio de la frecuencia, ya que involucra menos operaciones matemáticas.
La convolución, o su equivalente en el dominio de la frecuencia tiene muchas aplicaciones en el procesamiento de datos geofísicos, fundamentalmente en el filtrado digital de datos sísmicos y de campos potenciales, así como en la construcción de sismogramas sintéticos.

<u>Deconvolución</u>
Es un proceso de filtrado inverso que implica una convolución previa. Partiendo de la ecuación ya vista

$$\mathbf{y(t) = g(t) * f(t)}$$

y(t) es la salida filtrada que se obtiene de pasar una onda g(t) a través de un filtro de impulso f(t). Conociendo y(t) y f(t), la g(t) obtenida representa la deconvolución. Supongamos que f'(t) es la función a ser convolucionada con y(t) para recuperar g(t).

$$\mathbf{g(t) = y(t) * f'(t)}$$

Sustituyendo y(t) por el valor de la primera ecuación

$$\mathbf{g(t) = g(t) * f(t) * f'(t) = g(t) * \delta(t)}$$

Donde $\boldsymbol{\delta(t)}$ es una función spike de amplitud unitaria a tiempo cero. Es decir que, una función tiempo g(t) convolucionada con una función spike produce una invariable función de salida g(t). De las ecuaciones anteriores surge que

$$\mathbf{f(t) * f'(t) = \delta(t)}$$

Entonces si el impulso f(t) es conocido, f'(t) puede ser obtenido de la segunda ecuación para recuperar la señal de entrada g(t). La función f'(t) representa el operador de deconvolución.
La deconvolución es un aspecto esencial del procesamiento de datos sísmicos, siendo usada para mejorar los registros y quitar los efectos adversos del filtrado. En este caso, refiriéndonos a la primera ecuación, y(t) es el registro sísmico resultante del pasaje de una onda sísmica g(t) a través de la Tierra, que actúa como un filtro con un impulso f(t). El problema al deconvolucionar un registro sísmico es que la onda de entrada g(t) y el impulso f(t) son en general desconocidos. Entonces el intento "determinístico" explicado más arriba no puede ser usado y el operador deconvolución tiene que ser diseñado mediante métodos estadísticos.

Correlación

La croscorrelación o correlación cruzada de dos ondas digitales implica la multiplicación cruzada de los elementos de cada onda y la suma de los productos para un intervalo de tiempo común a ambas ondas. La función de croscorrelación implica desplazar progresivamente una onda sobre la otra y, para cada cambio de tiempo, o retraso (lag), sumar los productos cruzados para obtener la correlación cruzada como una función de valores de retraso. Esta operación es similar a la convolución pero no implica una inversión del tiempo o repliegue (folding) de una de las ondas. Dadas dos ondas digitales de longitud finita, x_i e y_i (i= 1, 2, ..., n), la función de croscorrelación está dada por,

$$\phi_{xy} = \sum_{i=1}^{n-\tau} x(i+\tau)\, y_i \quad (-m<\tau<+m)$$

Donde τ es el retraso y m es el máximo valor de retraso de la función. Puede demostrarse que la croscorrelación en el dominio del tiempo es matemáticamente a la multiplicación del espectro de amplitudes y a la resta del espectro de fases en el dominio de la frecuencia.

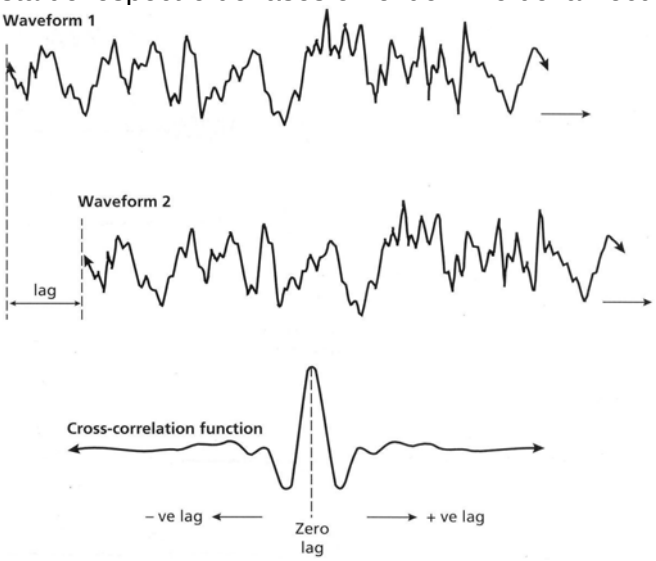


Figura 13

Claramente se ve que si dos ondas no-periódicas idénticas son croscorrelacionadas (Figura 13), todos los productos sumarán cero retraso y darán un valor positivo máximo. Cuando las ondas están desplazadas en el tiempo, sin embargo, los productos tenderán a cancelarse y darán pequeños valores. Entonces la función croscorrelación tiene picos en retraso cero y se reduce a pequeños valores para grandes cambios del tiempo. Dos ondas muy parecidas también producirán una función croscorrelación con un pico máximo en retraso cero. Por otro lado, si las ondas son muy diferentes, la suma de los productos será próxima a cero debido a la tendencia a cancelarse los productos fuera de todos los valores de retraso. De echo, para dos ondas que contengan solo ruido aleatorio, la función $\phi_{xy}(\tau)$ es cero para todos los valores distintos de cero de τ. Entonces, la función croscorrelación mide el grado de similitud entre dos ondas.

Una aplicación importante de esta función es la detección de débiles señales embebidas en ruido. Si una onda tiene una señal conocida pero oculta en un ruido desconocido, la croscorrelación con la función señal producirá una función croscorrelación centrada en el valor tiempo al cual la función señal y su equivalente oculta están en fase. Figura 14.

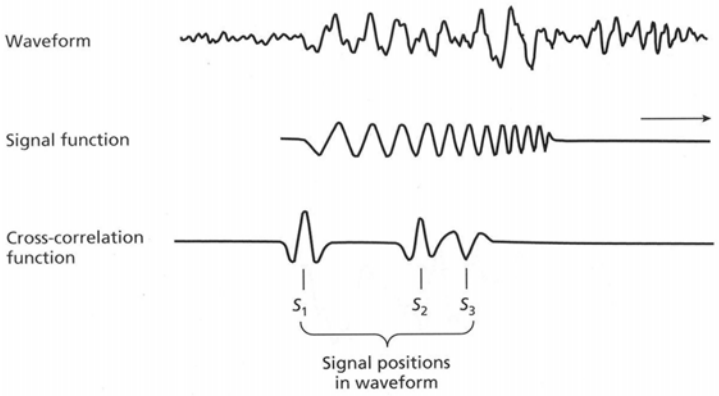


Figura 14

Un caso especial de croscorrelación es aquel en el que una onda es croscorrelacionada consigo misma para dar la función de autocorrelación $\phi_{xy}(\tau)$. Esta función es simétrica respecto de la posición retraso cero. De modo que

$$\phi_{xy}(\tau) = \phi_{xy}(-\tau)$$

La función autocorrelación de una onda periódica también es periódica, con una frecuencia igual a la de repetición. Entonces, por ejemplo, la función de autocorrelación de la onda coseno es también una onda coseno. Para ondas transitorias la función autocorrelación decae a pequeños valores para grandes valores de retraso. Estas propiedades determinan uno de los principales usos en el procesamiento de datos geofísicos, como es la detección de periodicidades ocultas en una onda dada.

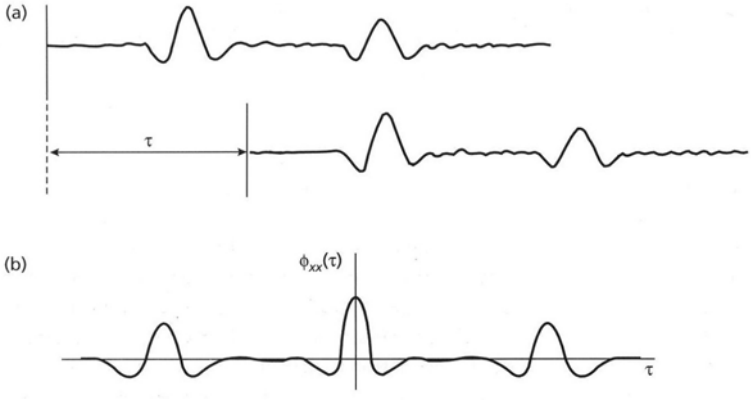


Figura 15

Los picos más chicos repetidos a ambos lados del pico máximo en la función autocorrelación (Figura 15), son un indicador de la existencia de periodicidades en la onda original, y el espaciamiento de estos define el período de repetición. Esta propiedad es muy útil en la detección y supresión de reflexiones múltiples en registros sísmicos.

La función autocorrelación contiene toda la información respecto de las amplitudes de la onda original, pero no así sobre fase, ya que la relación de fases original es reemplazada por cero en el espectro de fase. De echo, la función autocorrelación y el cuadrado del espectro de amplitud A(f) pueden ser mostrados en forma de un par Fourier.

$$\phi_{xy}(\tau) \leftrightarrow A(f)^2$$

Puesto que el cuadrado de la amplitud representa potencia o energía, la función autocorrelación puede ser usada para calcular el espectro de potencia de una onda.

Filtrado Digital

Es común considerar a las ondas de interés geofísico compuestas de señal y ruido. La señal es la parte de la onda que informa sobre las estructuras geológicas a investigar. El ruido es todo lo demás, y puede ser dividido en dos componentes: aleatorio y coherente. El ruido aleatorio es el mismo estadísticamente aleatorio y generalmente originado en causas desconocidas. El ruido coherente es una componente de la onda que genera el propio experimento geofísico. Ninguno de estos es de interés en la interpretación geológica.
Por ejemplo, una señal sísmica debe ser un pulso que arriba a un detector después de haberse reflejado en un cambio de medios en el subsuelo. El ruido aleatorio serían las vibraciones del suelo causadas por el viento, la lluvia o el tránsito de vehículos a cierta distancia. El ruido coherente serían ondas (o ecos) generadas por la misma fuente sísmica y que también viajan por el subsuelo hasta el detector, oscureciendo la señal deseada.
En circunstancias favorables la relación señal-ruido (RSR) es alta, de modo que la señal es fácilmente identificable y extraíble para su análisis. Generalmente la RSR es baja por lo que se necesita un proceso especial que mejore la información contenida en la onda y elimine todos los ruidos. El ruido aleatorio se puede eliminar promediando mediciones repetidas. El ruido coherente debe ser filtrado, es decir que primero deben identificarse sus características y luego diseñarse el filtro correspondiente, pero la señal remanente puede quedar distorsionada si el filtro no es adecuado.
El filtrado digital es ampliamente utilizado en el procesamiento de datos geofísicos, para mejorar la RSR y por lo tanto la calidad de la señal. Existen una gran variedad de filtros digitales para uso geofísico y muy especialmente para sísmica (Robinson & Treitel 2000). Los dos principales tipos de filtros digitales son los de frecuencia y los inversos (deconvolución).

Filtros de Frecuencia
Son los que detectan seleccionadas frecuencias en una onda de entrada y pueden ser pasa-bajos (LP), pasa-altos (HP) y pasa-banda (BP) o rechaza-banda ((BR). Los filtros de frecuencia se emplean cuando la señal y el ruido tienen diferentes frecuencias y por lo tanto pueden ser separadas desde su origen.
La frecuencia de filtrado analógica es todavía muy usada y los filtros antialias (LP) son esenciales en los sistemas de conversión analógico-digital. Sin embargo, la frecuencia digital de filtrado por computadora ofrece una mayor flexibilidad en el diseño de filtros con mayor perfomance que los analógicos.

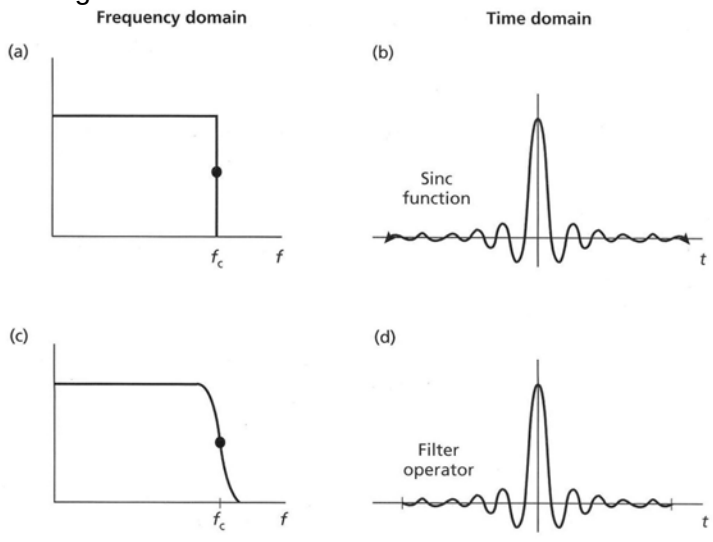


Figura 16

Para ilustrar sobre el diseño de los filtros digitales, consideremos el caso de un filtro LP cuya frecuencia de corte es f_c. La salida ideal de este filtro está representada por el espectro de la Figura 16(a). Este tiene una amplitud unitaria constante entre cero y f_c y amplitud cero fuera de este rango. El filtro dejaría pasar todas las frecuencias entre 0 y f_c sin atenuación y eliminaría totalmente las frecuencias mayores que f_c. Este espectro de amplitud representa la función transferencia de un filtro LP ideal.
La transformación Inversa de Fourier de la función transferencia en el dominio del tiempo da la respuesta impulso de este ideal filtro LP (Figura 16(b)). Sin embargo, este impulso (una función sinc) es infinitamente largo y por razones prácticas debe ser truncado con un operador convolución en un filtro digital.
Las Figuras 16(c y d) representan la frecuencia LP de un filtro operador de longitud finita prácticamente realizable. La convolución de una onda de entrada con este último resultará en un filtro LP con un corte suave en vez del corte instantáneo de un filtro LP ideal.
Los filtros HP, BP y BR en el dominio del tiempo pueden ser diseñados de un modo particular especificando una función de transferencia en el dominio de la frecuencia y usando esto para diseñar una función impulso de longitud finita en el dominio del tiempo. Igual que con el filtrado analógico, el filtrado digital de frecuencia generalmente altera el espectro de fase de la onda, y este efecto puede ser no deseable. Sin embargo, los filtros de fase cero alteran el espectro de fase de la señal filtrada.

Filtros inversos. Deconvolución
La principal aplicación del filtrado inverso es quitar los efectos adversos de los filtrados previos. Es una operación que se utiliza mucho en el procesamiento de datos sísmicos.

Imágenes y Modelado

Una vez que las ondas geofísicas han sido procesadas y maximizada la señal, debe lograrse una interpretación geológica de la información. Esto implica dos estrategias de trabajo.
Como el nombre lo indica, las imágenes son las mismas señales procesadas y presentadas de tal forma que simulan la estructura del subsuelo.
El modelado es el diseño de un modelo estructural del subsuelo, y que se usa para predecir la forma de las ondas a registrar.

Bibliografía

Looking into the Earth. An introduction to Geological Geophisics – Alan E. Musset and M. Aftab Khan – Cambridge University Press – 2000 - Capítulos 2 y 3.
An Introduction to Geophysical Exploration - Philip Kearey, Michael Brooks and Ian Hill – Blackwell-Science - Tercera Edición – 2002 - Capítulo Geophysical Data Proccesing.