

UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMAN

**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE GEODESIA Y TOPOGRAFÍA**

CATEDRA DE GEOFÍSICA

CLASES DE

PROSPECCIÓN GRAVIMÉTRICA

**PARA ALUMNOS DE INGENIERÍA GEODÉSICA Y GEOFÍSICA
DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍA
DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMAN**

Prof. Ing. Luis A. Estrada

Año 2012

INTRODUCCIÓN

A causa de que un objeto sobre la superficie terrestre es atraído por la masa de la Tierra, el Método de Exploración o Prospección Gravimétrica permite detectar variaciones en la densidad de materiales bajo la superficie, midiendo la gravedad e interpretando los valores registrados.

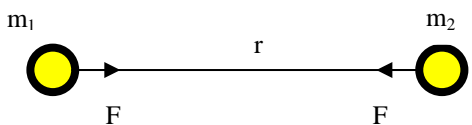
Pero aquí se nos presenta una aparente dificultad si consideramos la magnitud de las variaciones que medimos. El valor medio de la gravedad de la Tierra es casi constante, es del orden de los 980 cm/seg², y para que podamos detectar los cambios de densidad que mencionamos, es necesario que midamos 10⁻⁵ de este valor. No obstante esto es posible pero requiere instrumentos muy sensibles.

El cálculo del efecto que producen las masas de densidad y formas variables no es tan complicado, sí en cambio, el hecho de que distintas configuraciones de forma y densidad, producen idénticos valores de gravedad observada.

Dada esta particularidad, es un método de prospección que detecta fundamentalmente grandes estructuras de carácter regional, y tratándose de pequeños yacimientos de minerales, el requisito será un fuerte contraste de densidad y una buena información geológica de base. Generalmente se lo complementa con otros métodos geofísicos, sirviendo como de reconocimiento previo a la sísmica para prospección petrolífera.

FUNDAMENTO FÍSICO

La primera ley de Newton establece que existe una fuerza de atracción entre dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r , representada por la relación.



$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Donde **G** es el valor de la constante de Gravitación Universal determinado por Cavendish y que vale $6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

Si suponemos que la tierra es esférica e irrotacional con masa **M**, y radio **R**, la fuerza o atracción newtoniana a una masa genérica **m** sobre su superficie será:

$$F = G \frac{m.M}{R^2}$$

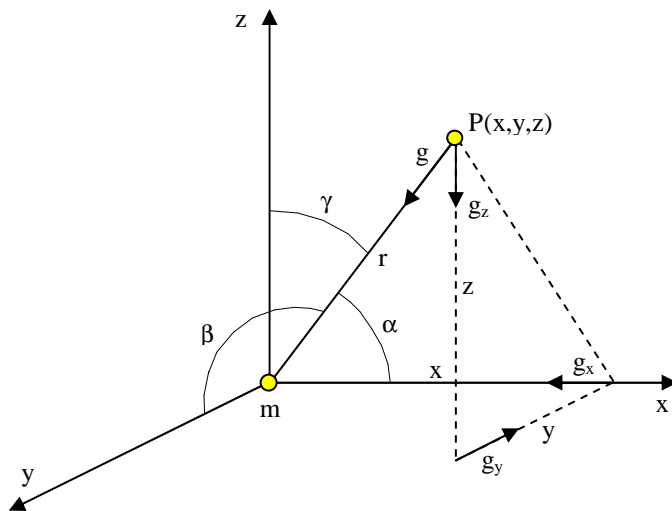
La segunda ley de Newton establece que $F = m.a$. Entonces definimos como **g** a la aceleración de la gravedad, causada por la atracción de la masa de la tierra, por lo tanto:

$$F = m.g = G.m.M/R^2 \quad \text{y finalmente tendremos que}$$

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

Por el principio de equivalencia sabemos que un campo gravitacional es exactamente equivalente a un movimiento acelerado ($g = F/M$), por ello consideramos a la aceleración de la gravedad como un vector en el espacio.

Analicemos las tres componentes de este vector para una masa puntual **m**.



$$g = Gm/r^2$$

$$g_x = Gm/r^2 \cdot \cos\alpha$$

$$g_y = Gm/r^2 \cdot \cos\beta$$

$$g_z = Gm/r^2 \cdot \cos\gamma$$

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

Si la masa m fuera un cuerpo compuesto de diferentes masas m_i :

$$g_x = G\sum m_i/r_i^2 \cdot \cos\alpha_i$$

$$g_y = G\sum m_i/r_i^2 \cdot \cos\beta_i$$

$$g_z = G\sum m_i/r_i^2 \cdot \cos\gamma_i$$

Y si el cuerpo fuera una esfera:

$$g_x = G\iiint \sigma dv/r_i^2 \cdot \cos\alpha_i$$

$$g_y = G\iiint \sigma dv/r_i^2 \cdot \cos\beta_i$$

$$g_z = G\iiint \sigma dv/r_i^2 \cdot \cos\gamma_i$$

Particularizando para la Tierra, que está rotando sobre su eje, además de la atracción por la masa debemos incluir la **Fuerza Centrífuga** w^2R , entonces

$$g_x = Gm/r^2 \cdot \cos\alpha + w^2x$$

$$g_y = Gm/r^2 \cdot \cos\beta + w^2y$$

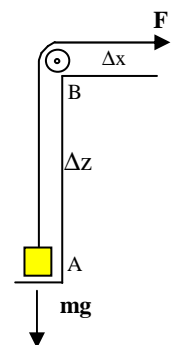
$$g_z = Gm/r^2 \cdot \cos\gamma + 0$$

El radio de giro para cada componente es \underline{x} , \underline{y} y \underline{z} , siendo obvio que para la componente z es cero. El signo más es genérico.

Como resulta bastante complejo resolver la integración con los cosenos directores, se utiliza el concepto de Trabajo o Potencial que es una fuerza por una distancia.

Se realiza un trabajo cuando se vence una resistencia a lo largo de un camino.

El trabajo por ese desplazamiento es $T = F \cdot \Delta x$



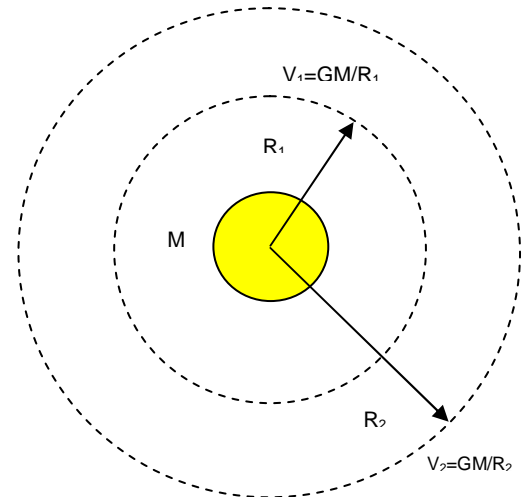
El mismo trabajo permite subir un peso una altura Δz . Es llamado energía potencial $E = m \cdot g \cdot \Delta z$. Esa energía, o potencial gravitatorio V en nuestro caso, será entonces el trabajo a realizar para llevar una masa unitaria m desde el centro de la Tierra hasta su superficie. La fuerza F será GmM/R^2 y la distancia Δz es R . Es decir que,

$$E = m \cdot g \cdot R \quad \text{o simplemente} \quad V = G \frac{M}{R}$$

Definimos ahora la **superficie equipotencial** como aquella superficie en la que el potencial es constante. La fuerza debida a la gravedad será siempre perpendicular a dicha superficie, ya que en caso contrario se produciría un trabajo para transportar una masa a lo largo de una superficie equipotencial.

La superficie equipotencial estaría representada por la superficie exterior de una masa líquida en equilibrio sometida a la acción de la gravedad. Si R es constante V también es constante.

En definitiva lo que nos interesa es la diferencia de potencial $\Delta V = V_2 - V_1$. Entonces,



$$V_2 - V_1 = GM(1/R_2 - 1/R_1) \Rightarrow \Delta V = GM(R_1 - R_2)/R_1 R_2$$

$$\text{Si } R_1 \approx R_2 = R \text{ y llamamos } \Delta R \text{ a } (R_2 - R_1) \Rightarrow \Delta V = GM(-\Delta R)/R^2 \quad \text{y} \quad -\Delta V/\Delta R = GM/R^2$$

Tomando el límite cuando ΔR tiende a cero

$$\lim_{\Delta R \rightarrow 0} (-\Delta V/\Delta R) = -dV/dR = -d(GM/R)/dR = GM/R^2 = g$$

En síntesis,

$$g = -dV/dR$$

Por ello se trabaja con el potencial que es un escalar, se lo deriva y se le cambia el signo para obtener la gravedad.

UNIDADES

El valor de g en el Sistema Internacional vendría dado en m/seg^2 , pero en honor a Galileo se definió el **Gal** = $1\text{cm}/\text{seg}^2$. Como dijimos, necesitaremos valores tan pequeños como el **miligal** = $1\text{mgal} = 0,001 \text{ Gal}$ o la **unidad gravimétrica ug** = $0,1 \text{ mgal}$. Para trabajos de microgravimetría se utiliza el centésimo de miligal, es decir **0,01 mgal**.

MEDICION DE LA GRAVEDAD

Absoluta:

La determinación del valor absoluto de la gravedad requiere de instrumentos sofisticados, difíciles de transportar y un tiempo considerable para efectuar la medición con un sinnúmero de cuidados.

El **péndulo** es uno de estos instrumentos. Una masa suspendida a una longitud L , oscila con un período T , y la gravedad es la fuerza recuperadora del sistema

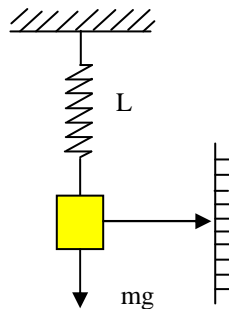
$$T = 2\pi\sqrt{L/g}$$

El método de **caída libre** que utiliza la conocida relación $z = \frac{1}{2} g t^2$, puede asegurar el 0,01 miligal cuando el tiempo y la distancia se miden electrónicamente. Para ello se arroja un cuerpo hacia arriba, pasando por dos marcas en subida y dos en bajada (z_1 y z_2) y se miden los correspondientes tiempos (t_1, t_2, t_3 y t_4). Entonces:

$$g = 8(z_2 - z_1) / ((t_4 - t_1)^2 - (t_3 - t_2)^2)$$

Relativa:

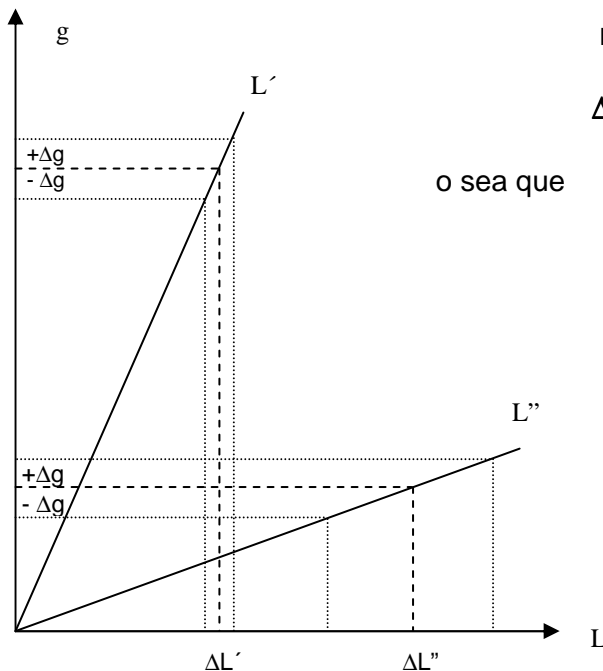
La determinación del valor relativo de la gravedad requiere de instrumentos de diseño más simple, prácticos y de fácil traslado, y son los que determinan la diferencia de gravedad entre dos estaciones.



Un péndulo también podría ser usado para medir la diferencia de gravedad con lo que se obtendría 0,1mgal, pero no son muy prácticos para el campo. El principio de medición relativa surge del equilibrio de fuerzas en una masa suspendida de un muelle donde

$$mg = k(L - L_0)$$

Entonces en dos lugares de distinta gravedad, el muelle tendrá distinta longitud:



$$mg_1 = k(L_1 - L_0) \text{ y } mg_2 = k(L_2 - L_0)$$

$$\Delta g = g_2 - g_1 = k/m(L_2 - L_0 - L_1 + L_0)$$

o sea que

$$\Delta g = \Delta L \ k/m$$

Los instrumentos tipo dinamómetro se conocen como **gravímetros lineales**, porque cambiando la constante del sistema (k/m) puede obtenerse mayor sensibilidad, aunque siempre en forma proporcional o lineal, como puede apreciarse en la gráfica.

Este tipo de gravímetro tiene una gran limitación constructiva para obtener mayor sensibilidad, que a modo de ejemplo se analizará con un péndulo de período T y longitud L:

$$T = 2\pi \sqrt{L/g} \quad \text{ó} \quad T^2 = 4\pi^2 L/g$$

Diferenciando con respecto a T para L constante tendremos

$$2T\Delta T = - 4\pi^2 L \Delta g / g^2 = - T^2 \Delta g / g \Rightarrow \Delta T = 0,5 T \Delta g / g$$

Una precisión de un miligal ($\Delta g = 1 \text{ mgal}$) para un péndulo con período de un segundo ($T = 1 \text{ seg}$) y siendo g aproximadamente 10^6 mgal , requerirá que se mida el período con una precisión de 10^{-7} ($\Delta T = 5 \times 10^{-7} \text{ seg}$), lo que fácilmente puede conseguirse con los relojes actuales.

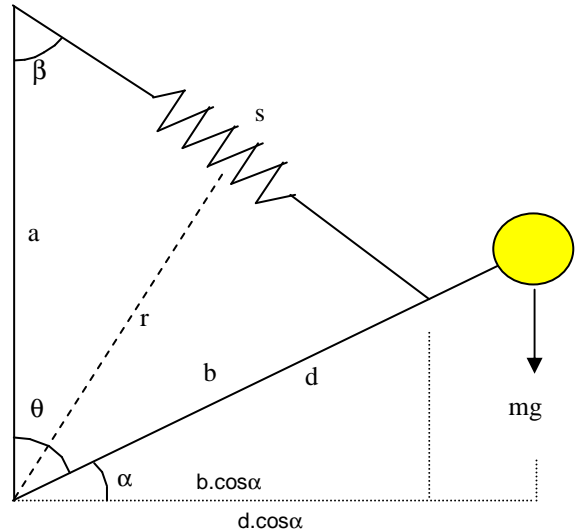
Más aún, para este análisis podemos suponer que no hay error en la medición de T ($\Delta T = 0$). Diferenciando ahora con respecto a L para T constante tendremos:

$$2T\Delta T = 0 = 4\pi^2\Delta L/g - 4\pi^2L\Delta g/g^2 \Rightarrow \Delta g/g = \Delta L/L$$

Entonces si queremos la misma precisión de un miligal, para un péndulo de un metro ($L=1m$) de longitud, debemos medirla con una precisión de 1μ ($\Delta L = 10^{-6} m$).

La medición de L al micrón no es difícil. Lo complicado es determinar los extremos de L, que son el centro de la masa y del soporte desde donde oscila.

Para mejorar la sensibilidad se inventaron los **gravímetros circulares**, cuyo principio es también el de una masa suspendida en un resorte muy sensible que se acorta y se alarga con los cambios de gravedad, pero con un brazo dentro de un círculo. Este principio lo torna inestable y así se logra la máxima sensibilidad del sistema. El clásico gravímetro de campo es el **Worden** que cómodamente permite obtener 0,1mgal. El **La Corte Romberg** no es tan usado en prospección por ser más delicado, aunque mucho más preciso (Hasta 0,01mgal). Este principio puede verse analizando los momentos o cuplas debidos a la gravedad (**M**) y a la torsión de un hilo (**T**).



De la geometría tendremos las siguientes relaciones:

$$b/\text{sen}\beta = s/\text{cos}\alpha \quad \text{cos}\alpha = \text{sen}\theta \quad s = b.\text{cos}\alpha/\text{sen}\beta \quad r = a.\text{sen}\beta$$

Recordemos que la longitud efectiva del resorte es $(s-s_0)$ y no s .

$$M = m.g.d.\text{sen}\theta = m.g.d.\text{cos}\alpha \quad \text{y} \quad T = k.(s-s_0).r = k.(s-s_0).a.\text{sen}\beta$$

Como $\text{sen}\beta = (b/s).\text{cos}\alpha \Rightarrow T = k.(s-s_0).a.(b/s).\text{cos}\alpha$

Habiendo equilibrio: $M = T \Rightarrow m.g.d.\text{cos}\alpha = k.(s - s_0).a.(b/s).\text{cos}\alpha$

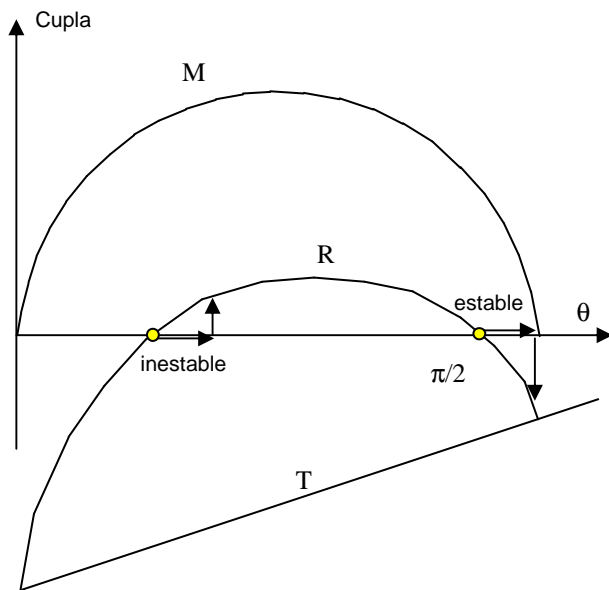
Y finalmente $g = (k/m).(b/d).(s-s_0)/s.a$ o $g = (k/m).(b/d).a.(1-s_0/s)$

Diferenciando g respecto de $s \Rightarrow dg = (k/m).(b/d).(a/s).(s_0/s).ds$

Y el cambio de longitud del resorte para un determinado cambio de gravedad será

$$ds = (m/k).(d/b).(s/a).s/s_0.dg$$

Si la longitud s_0 inicial del resorte puede hacerse muy pequeña, próxima a cero, el estiramiento para un cambio de gravedad será muy grande. Este fenómeno se denomina **astatización**, lo que implica una gran sensibilidad. Esto se logra haciendo que el resorte tenga longitud cero ($s_0 \approx 0$). Este resorte se construye enrollándolo con una tensión opuesta a la que se genera en cada vuelta.



Este análisis también puede verse gráficamente. La resultante **R** es la suma de ambas torsiones (**M** y **T**) que tiene dos raíces. La primera implica un equilibrio inestable pues si aumenta θ aumenta **R** reforzando o amplificando el movimiento. La segunda implica un equilibrio estable porque al aumentar θ disminuye **R**, compensando o equilibrando el movimiento.

La construcción del sistema se realiza con θ próximo a 90° y α próximo a cero. De este modo se garantiza que el sistema sea estable e independiente de los otros elementos como el brazo, la masa y la constante del resorte.

VARIACION DE LA GRAVEDAD CON LA LATITUD

Si la Tierra fuera esférica y no rotara, la gravedad sería la misma en cualquier lugar de la superficie. Como esto no es así, **la gravedad varía de aproximadamente 978 gal en el Ecuador a 983,2 gal en los Polos.**

Considerando solamente la rotación para una Tierra esférica, determinaremos como varía la gravedad desde el Ecuador a los Polos.

$$g_E = A_N - F_C$$

$$g_P = A_N$$

$$F_C = g_P - g_E$$

$$A_N = g_E + F_C$$

$$F_C = w^2 R$$

$$r = R \cos \varphi$$

$$F'_C = F_C \cos \varphi$$

$$F''_C = F'_C \cos \varphi$$

$$F''_C = F_C \cos^2 \varphi$$

$$g_\varphi = A_N - F''_C = A_N - F_C \cos^2 \varphi$$

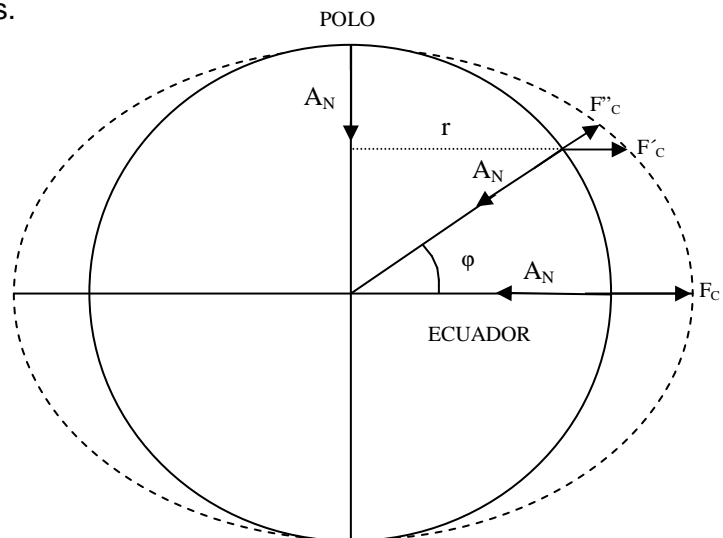
$$g_\varphi = g_E + F_C - F_C \cos^2 \varphi$$

$$g_\varphi = g_E + F_C \sin^2 \varphi$$

$$g_\varphi = g_E + (g_P - g_E) \sin^2 \varphi$$

$$g_\varphi = g_E \{ 1 + [(g_P - g_E)/g_E] \sin^2 \varphi \}$$

$$A = (g_P - g_E)/g_E \equiv \text{Aplastamiento Dinámico} = 0,005$$



$$g_\varphi = g_E (1 + A \sin^2 \varphi)$$

Como la Tierra es matemáticamente un elipsoide de revolución, tiene diferentes radios y un exceso de masa en el Ecuador respecto de los polos. Este efecto gravimétrico es contemplado con la constante $B = 0,00002$, quedando en definitiva lo que se conoce como **Fórmula Internacional de la Gravedad**, adoptada por la Asociación Internacional de Geodesia en 1.967, que permite conocer la gravedad teórica o normal a cualquier latitud:

$$g_\varphi = g_n = \gamma = g_E (1 + A \sin^2 \varphi - B \sin^2 2\varphi)$$

Por lo tanto hay tres aspectos que hacen variar la gravedad:

1 - Fuerza Centrífuga: desde w^2R (**3,4 gal**) en el Ecuador hasta cero en los polos.

2 - Elipsoide (Radios diferentes): del Ecuador a los polos aumenta **6,6 gal**.

3 - Exceso de masa en el Ecuador: disminuye **4,8 gal** del Ecuador a los polos.

El resultado combinado de estos tres efectos es de **5,2 gales**.

Concretamente para Tucumán, con una latitud $\phi = 26^{\circ}50'$ y $g_E = 978.049$ mgal

$$g_{\text{Tucumán}} = 979.125 \text{ mgal}$$

Como necesitamos posicionarnos en la superficie terrestre para medir la gravedad, es importante tener idea de la precisión de este posicionamiento. De la fórmula internacional, por ejemplo a 50° de latitud, la variación para un grado (111 Km), será de 89 miligales, o lo que es lo mismo que cada 1.285 metros en latitud la gravedad cambia 1 mgal. Por lo tanto, para mantener la precisión de 0,1 mgal en nuestro trabajo, el posicionamiento debe estar asegurado a los 130 metros, que en escala 1:25.000 significa unos 5 mm.

CORRECCIONES

Como las mediciones de gravedad se realizan en la superficie topográfica y la gravedad normal se determina a nivel de geode, es necesario bajar las primeras al nivel del mar, que es aproximadamente el nivel del mar bajo los continentes. Para ello se considera por separado cada efecto.

Aire Libre:

Para este análisis basta suponer la Tierra como esférica y no rotacional, por lo tanto $g = GM/R^2$. Si la altura sobre el nivel del mar cambia (por la topografía), la gravedad será distinta porque cambia la distancia al centro de la Tierra por $(R+h)$.

$$g_{\text{gobs}} = GM/(R+h)^2 = GM/R^2 (1+h/R)^{-2} = \gamma (1+h/R)^{-2}$$

Desarrollando en serie $(1+h/R)^{-2} = (1-2h/R+3h^2/R^2-\dots) \approx (1-2h/R)$

Entonces $g_{\text{gobs}} - \gamma = -2h\gamma/R$

Idéntico resultado se obtiene derivando g respecto a R y reemplazando dR por h :

$$dg/dR = -2GM/R^3 = -g(2/R) \quad \text{y} \quad dg = -2gh/R$$

Para un valor medio de g y R resulta que la corrección será

$$dg = -0,3086 \text{ mgal/m}$$

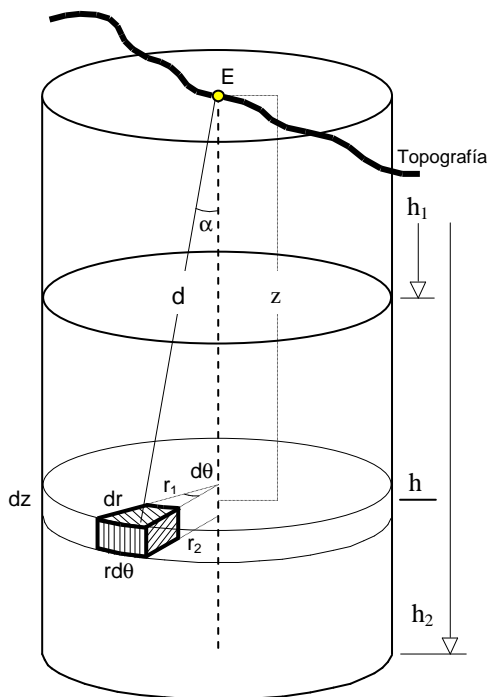
El signo menos proviene del hecho que al aumentar R disminuye g , entonces **la corrección será aditiva**. De aquí surge también la precisión con que debe conocerse la altura sobre el nivel del mar de una estación. Si cada metro de altura la gravedad disminuye 0,3086 mgal, 1 miligal de precisión en la medición requiere conocer la altimetría a los 3 metros y 0,1 miligal a los 33 cm.

Bouguer:

Entre el nivel del mar y la estación de medición hay una masa, que por estar debajo aumenta el valor medido. Esta masa debe ser eliminada para que nuestra medición sea comparable con el valor teórico al nivel del mar obtenido con la Fórmula Internacional. La Teoría de Potencial demuestra que las masas ubicadas encima del nivel del mar no producen atracción, siempre que se trate de un cuerpo esférico como la Tierra.

Si bien la corrección que determina Bouguer no es exacta, es suficiente para la precisión de nuestras mediciones. Esta inexactitud surge de considerar a la masa interpuesta como una losa plana horizontal de espesor igual a la altura sobre el nivel del mar por un lado, y la densidad de esta placa igual a la densidad en la superficie por el otro. Esta corrección no tiene en cuenta los valles y montañas ya que son como aplanados con la aplicación de la placa.

Para determinar el efecto gravimétrico de la placa, Bouguer consideró el efecto de un elemento de masa **dm** en la dirección vertical **z**, como se muestra en la figura.



$$dg_z = \frac{G \cdot dm}{d^2} \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = z/d \quad \text{y} \quad dm = \delta dV$$

$$dg_z = G \cdot \delta \cdot z \cdot dV / d^3$$

$$dV = r \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz \quad \text{y} \quad d = (z^2 + r^2)^{1/2}$$

$$dg_z = \frac{G \cdot \delta \cdot z \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz}{(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

Tratándose de un volumen (tres dimensiones), corresponde una triple integración:

$$g_z = G \delta \int_0^{2\pi} d\theta \int_{h_1}^{h_2} z \cdot dz \int_{r_1}^{r_2} r \cdot dr (z^2 + r^2)^{-3/2}$$

$$g_z = 2\pi \cdot G \cdot \delta \int_{h_1}^{h_2} z \cdot dz \left[(z^2 + r_1^2)^{-1/2} - (z^2 + r_2^2)^{-1/2} \right]$$

Si los límites son $r_1 = 0$, $r_2 = \infty$, $h_1 = 0$ y $h_2 = h$, entonces

$$g_z = 2\pi \cdot G \cdot \delta \cdot h$$

$$g_z = 0,04193 \delta \text{ mgal/m}$$

o

$$g_z = 0,1119 \text{ mgal/m}$$

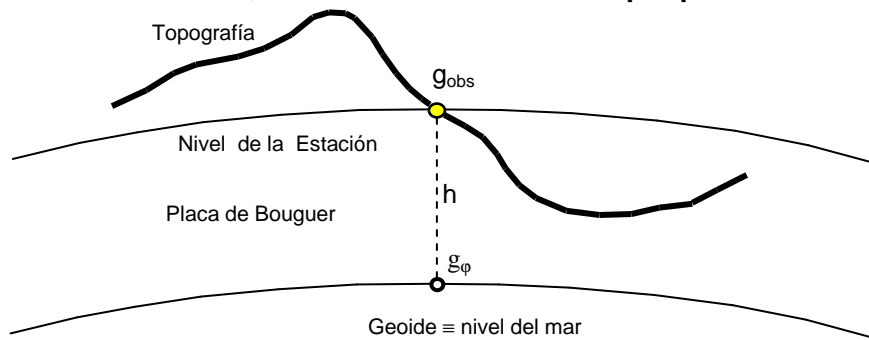
para

$$\delta = 2,67 \text{ Tn/m}^3$$

Esta **corrección será negativa** porque la placa bajo la estación aumenta el valor de la gravedad, y para llegar al nivel del mar debemos eliminarla. Como el método gravimétrico permite determinar contrastes de densidad entre cualquier cuerpo o estructura y su entorno (Placa de Bouguer), la densidad de esta placa tiene mucha importancia ya que puede dar lugar a interpretaciones erróneas.

Topografía:

Esta corrección viene a considerar los valles y las montañas que la placa de Bouguer no tuvo en cuenta. Los valles fueron rellenados y su efecto fue restado con la corrección de Bouguer. Como se midió sin material en ellos, debemos calcular la atracción de esa masa y sumarla para anularla. Las montañas no fueron consideradas en la corrección de Bouguer. Como estas disminuyen el valor medido, debe calcularse la atracción y sumar su efecto. Es decir que tratándose de montañas o valles, **esta corrección será siempre positiva.**



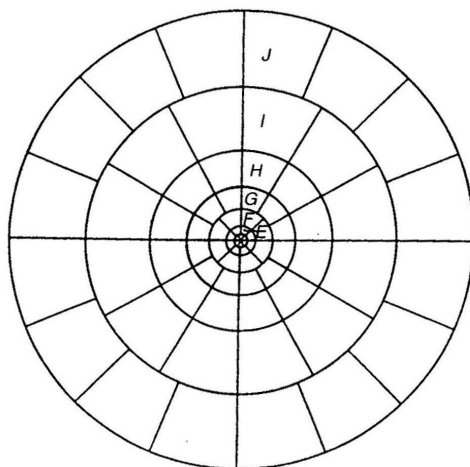
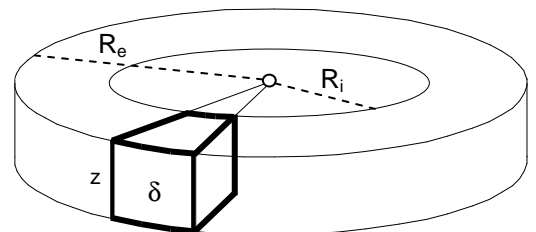
Igual que en la corrección de Bouguer, como se trata de un volumen (tres dimensiones), corresponde la misma triple integración, pero ahora modificando los límites:

$$g_z = G \cdot \delta \int_0^{2\pi} d\theta \int_{h_1}^{h_2} z \cdot dz \int_{r_1}^{r_2} r (z^2 + r^2)^{-3/2} dr$$

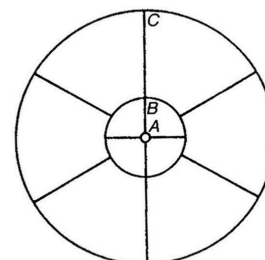
Para esta corrección se utiliza el método gráfico ideado por **Hammer**, quien partiendo de esta integral calculó el efecto gravimétrico de sectores de espesor **h** para anillos de radio externo e interno (**R_e**, **R_i**) y densidad **δ**. Integró de la siguiente manera:

$$g_z = 2\pi \cdot G \cdot \delta \int_0^h \left[(z^2 + R_i^2)^{-1/2} - (z^2 + R_e^2)^{-1/2} \right] z \cdot dz$$

$$g_{\text{anillo}} = 2\pi G \delta \left[R_e - R_i + (R_i^2 + h^2)^{1/2} - (R_e^2 + h^2)^{1/2} \right]$$

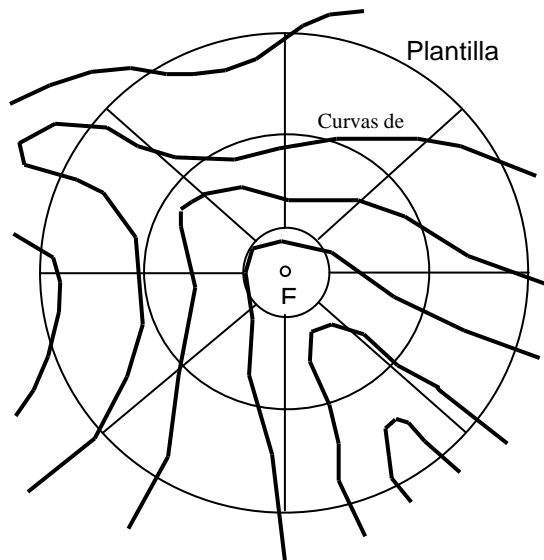


Luego construyó una plantilla o gráticula de manera tal que se pueda calcular efecto gravífico por unidad de altura de cada compartimento, dividiendo el efecto de atracción del anillo correspondiente en la cantidad de sectores del anillo. Estas atracciones están tabuladas como las **Tablas de Hammer**.



Esto significa seccionar la montaña en primas de sectores de anillos cuya atracción es

g_{anillo} / cantidad de sectores



En la práctica se genera la graticula a la escala de la cartografía con que se trabajará. Se coloca el centro de la graticula en cada estación ubicada sobre la carta, se lee la altura media de cada sector circular, y se le resta la altura de la estación. El valor absoluto de esta diferencia se multiplica por el valor unitario de atracción del sector. Este valor también puede ser obtenido de las citadas Tablas. La suma de todos los efectos dará la corrección total por topografía en cada estación gravimétrica. Obviamente, se trata de un trabajo tedioso y aburrido, pero la única forma de saber hasta donde influye la topografía para corregirla, es haciendo este cálculo, aunque si la topografía no es muy movida se simplifica bastante y si hubiera una montaña en una dirección determinada puede calcularse su efecto sin considerar el resto.

En la actualidad, con el uso de las computadoras, y siempre que los mapas estén digitalizados, la corrección topográfica se efectúa automáticamente mediante programas desarrollados al efecto.

Isostasia:

En el Siglo XVII, mientras medía un arco de meridiano ecuatorial en el Perú, Bouguer calculó la atracción del cerro Chimborazo (6.200 metros) para corregir sus mediciones geodésicas, entendiendo que esa gran masa le desviaba la vertical. La desviación de la vertical obtenida con este cálculo resultó ser mayor que lo esperado. Concluyó que debía haber cavidades corticales o deficiencias de densidad sin poderlas justificar.

Pratt en el Siglo XIX tuvo un error de 5" (150 metros) entre dos estaciones a 700 km, lo que atribuyó a la atracción del Himalaya que estaba cerca. Al calcular dicha atracción resultó que generaba una desviación de 15".

Por otro lado, las campañas de mediciones de la gravedad detectaron siempre anomalías de Bouguer negativas en las regiones montañosas, y positivas en las zonas costeras.

Poco después Airy expresa sin justificación, que cada bloque de corteza flota como icebergs, por lo tanto las montañas tendrían raíces y atraerían menos al hundirse más que la corteza normal. Unos años más tarde Pratt discrepa con Airy diciendo que todos los bloques flotan a un mismo nivel de compensación y pesan lo mismo, por lo tanto un bloque más alto tendrá menor densidad.

Posteriormente Heiskanen mejoró la teoría de Airy estableciendo una profundidad de compensación fija desde la cual comienzan todas las raíces. Esta sería la profundidad de un bloque al nivel del mar.

No hay dudas que la Litósfera flota, y a este fenómeno se lo conoce como Isostasia. Es el estado que tomaría la Tierra ante un reajuste por equilibrio gravitatorio. Como las montañas tienen raíces de menor densidad que el material que las rodea, habrá un efecto negativo de atracción que disminuye la gravedad observada. Cuando una región rígida recibe sedimentos a una velocidad mayor que la necesaria para hundirse y alcanzar el equilibrio hidrostático, el fenómeno dará un efecto positivo. Si hubiera erosión de una montaña, esta debería ascender, y si lo hace con menor velocidad que la de erosión, dará un efecto negativo que implicará una sobrecompensación.

Veamos cómo se calcula esta corrección según distintos autores. Es de destacar que si bien son conceptualmente diferentes, los resultados que se obtienen son similares y suficientes para nuestros fines. Todas parten de un supuesto de Corteza compuesta de bloques que pesan igual.

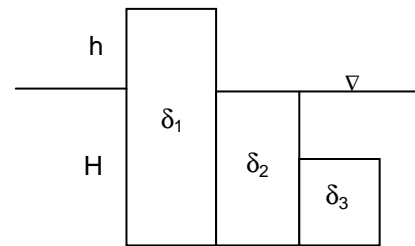
Teoría de Pratt

Todos los bloques tienen densidades distintas ($\delta_1 < \delta_2 < \delta_3$)

$$\delta_1 (h+H) = \delta_2 H \quad \text{o} \quad \delta_2 = \delta_1 (h + H) / H$$

Generalmente considera $H = 100\text{km}$

Si $h = 1\text{km}$ y	Si $h = -1\text{km}$ y
$\delta_2 = 2,67 \text{ Tn/m}^3$	$\delta_2 = 2,67 \text{ Tn/m}^3$
$\delta_1 = 2,64 \text{ Tn/m}^3$	$\delta_3 = 2,70 \text{ Tn/m}^3$



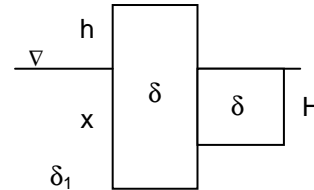
Teoría de Airy

Todos los bloques tienen la misma densidad δ .

Si $h = 0$ entonces $x = H$

$$\delta (x+h) = \delta_1 x \quad \text{x} = \delta h / (\delta_1 - \delta)$$

$\delta_{\text{AGUA}} = 1,0 \text{ Tn/m}^3$	$\delta_{\text{CORTEZA}} = 2,67 \text{ Tn/m}^3$
$\delta_{\text{HIELO}} = 0,9 \text{ Tn/m}^3$	$\delta_{\text{MANTO}} = 3,27 \text{ Tn/m}^3$
$x = 9 h$	$x = 4,45 h$



Teoría de Airy - Heiskanen

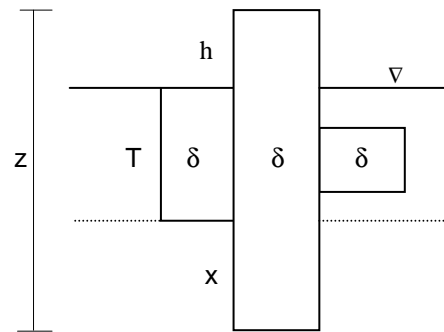
Según Airy $x = 4,45 h$

$$z = h + T + x$$

T es variable entre 30 y 40 km

$$z = h + T + 4,45 h$$

$$z = T + 5,45 h$$



ANOMALIAS

La discrepancia entre el valor de gravedad observado o medido, corregido o bajado al nivel del mar, geode o elipsoide, y el valor teórico calculado con la Fórmula Internacional vista, es lo que se denomina **anomalía gravimétrica**, que se expresa de la siguiente forma :

$$\Delta g = g_{\text{obs}} - g_n + A_{\text{corr}} - B_{\text{corr}} + T_{\text{corr}} \pm I_{\text{corr}}$$

El nombre de la anomalía suele particularizarse según hasta que efecto se tiene en cuenta. Por ejemplo Anomalía de Aire Libre solo contempla los tres primeros términos. Anomalía de Bouguer toma todos menos la isostasia, y Anomalía Isostática es la que toma todas las correcciones.

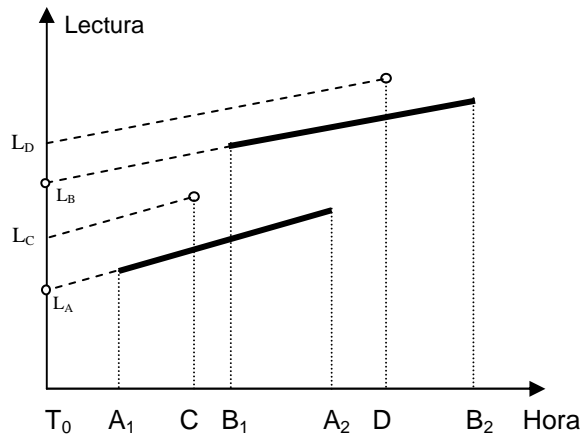
A los fines de la prospección gravimétrica no se utiliza la corrección isostática, porque su efecto en la zona de prospección es constante y puede ser fácilmente eliminada con otro procedimiento.

PROCEDIMIENTOS DE CAMPO

Efectos de Deriva y Marea

Si ubicamos el gravímetro en una estación y tomamos varias lecturas durante el día, veremos que los valores cambian. Esta variación tiene dos causas: La **Deriva** originada por cambios físicos en el instrumento, fundamentalmente las constantes elásticas de los resortes, y el efecto de **Marea** o de atracción que ejercen el Sol y la Luna sobre la masa del gravímetro.

La Deriva y la Marea se corrigen con una secuencia de medición en rulos o loops, que implican volver cada una o dos horas a una estación designada como base, ya que en ese tiempo se puede considerar lineal la deriva y marea y la corrección proporcional al tiempo. La marea puede ser determinada para cualquier momento y posición porque se conocen el movimiento de la Luna y el Sol. Su efecto máximo es el orden de 0,2 miligal. El de deriva es de 0,1 miligal.



Con los valores leídos dos veces en **A** y **B** se construyen dos segmentos de rectas, que proyectados hasta el eje de las Lecturas permiten leer los valores L_A y L_B como si hubieran sido medidos todos en el mismo momento T_0 . Los puntos **C** y **D** medidos dentro del intervalo de tiempo A_1A_2 y B_1B_2 respectivamente, tendrán su lectura L_C y L_D al tiempo T_0 , cuando se los proyecte con la pendiente de la recta correspondiente.

Estación Base

Siempre es preferible ligar las mediciones a una estación con valor absoluto de la gravedad. Si esto no fuera posible se adopta un valor aproximado en una estación considerada como base, y se establece la relación entre ésta y las restantes de la red de medición. A los fines de la interpretación de los resultados esto no es una complicación, pero si lo será cuando se pretenda vincular los resultados con los de otras mediciones.

Calibración del gravímetro

Todos los gravímetros salen de fábrica con una constante de calibración generalmente grabada en su carcasa. Esta constante es el factor por el cual multiplicar las lecturas para convertirlas en valores de gravedad. Con el paso del tiempo el sistema de resortes del gravímetro pierde elasticidad (deriva) y por lo tanto la constante deja de ser real. Entonces debe ser determinada nuevamente. Lo ideal es tomar lecturas en dos puntos de gravedad absoluta conocida y la nueva constante surgirá de la relación entre las diferencias de lectura y de gravedad.

Como esta solución no es siempre posible, suele recurrirse a otro más práctico, aunque no tan preciso. Consiste en efectuar las lecturas dentro de edificios de varios pisos (Cuanto más altos mejor) y efectuar lecturas en todos los pisos manteniendo la misma vertical. La diferencia de gravedad entre los pisos sería exactamente la variación por Aire Libre (0,3086 mgal/m) sin considerar la masa del edificio. Esta es justamente la causa de la poca precisión del método. Pero si la medición se realiza al miligal, puede considerarse suficiente la precisión.

Planilla de Campo y Cálculos

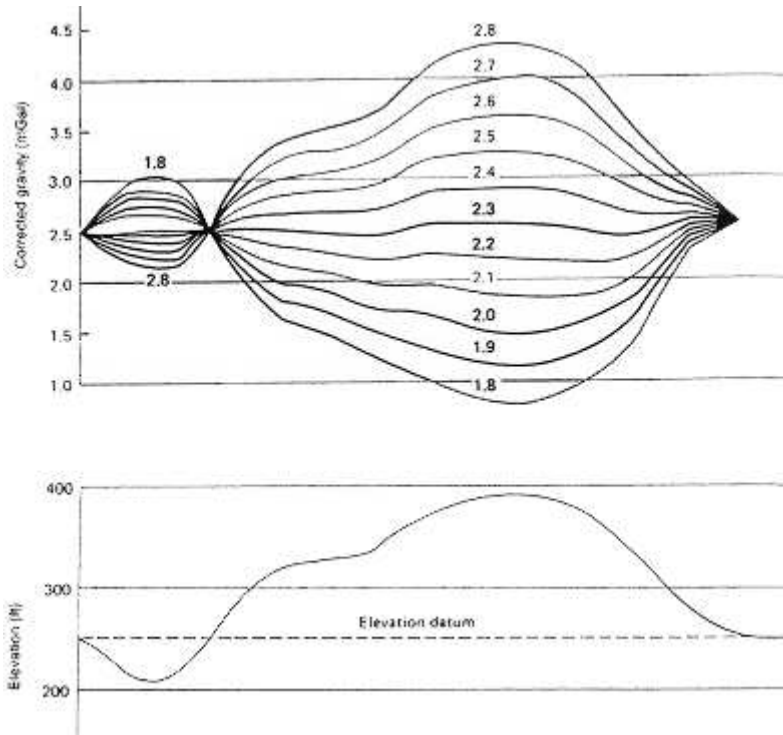
Con el fin de normalizar y ordenar las mediciones y cálculos, es necesario confeccionar una planilla que contenga además de la fecha, descripción del trabajo, área del relevamiento, operador y observaciones, 15 columnas designadas como se muestra en el cuadro de la derecha.

Los valores del punto 8, Decimal 1, 2 y 3, corresponden a los decimales de tres lecturas en el mismo punto para asegurar un valor medio.

1 - Estación
2 - Latitud
3 - Longitud
4 - Coordenada X
5 - Coordenada Y
6 - Cota
7 - Lectura del Dial
8 - Decimal 1, 2 y 3
9 - Constante instrumental
10 - G_{normal}
11 - Corr. Aire Libre
12 - Corr. Bouguer
13 - Corr. Topográfica
14 - Gobs
15 - Δg Aire Libre y Bouguer

Selección de la Densidad para la Corrección de Bouguer

Es muy común utilizar $\delta = 2,67 \text{ Tn/m}^3$ para la placa de Bouguer. Lo ideal sería conocer la densidad a partir de muestras de laboratorio, pero si el área de estudio es muy grande, se requerirán varias muestras, y aún así no serán muy representativas si la altura sobre el nivel del mar es grande.



El **Método de Nettleton** es un procedimiento que requiere valores de gravedad sobre un perfil topográfico con fuertes desniveles. Se calcula la anomalía de Bouguer con densidades desde 1,8 hasta 2,8 Tn/m^3 y se lleva a una gráfica estos valores, con la misma escala horizontal que el perfil topográfico.

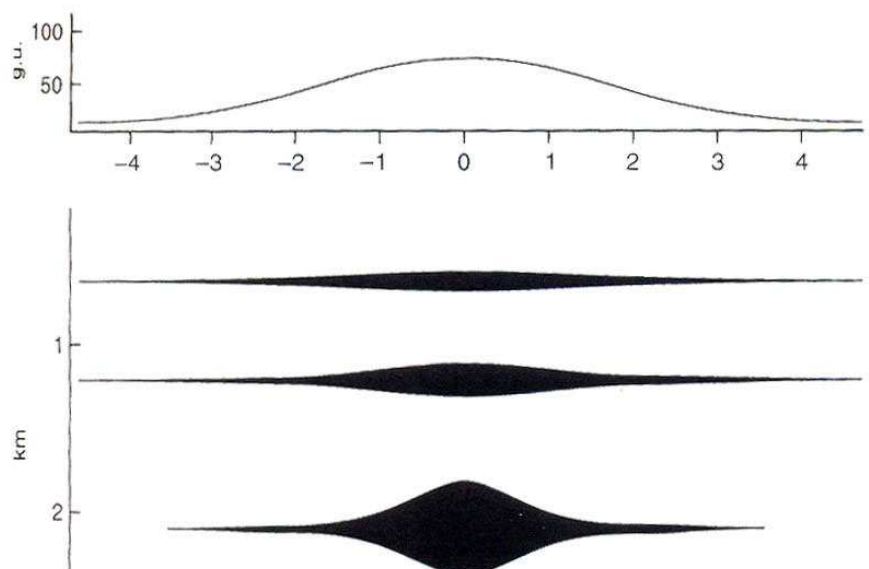
La densidad del perfil gravimétrico que tenga menor correlación con la topografía, es la que mejor se ajusta como densidad superficial para la placa de Bouguer. En este ejemplo es 2,3 Tn/m^3 , pero es la densidad entre las estaciones de menor y mayor altura sobre el nivel del mar.

Posicionamiento

Todos los puntos del relevamiento deben tener la posición planialtimétrica determinada (X, Y, Z). Las cotas deberán asegurarse a los 3 metros si se trabaja al miligal, o a los 30 centímetros para el décimo de miligal. En este último caso deberá utilizarse una carta topográfica en escala 1:25.000 para que la posición en la gráfica quede asegurada.

INTERPRETACIÓN DE LAS ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICAS

La interpretación de anomalías de campos potenciales (gravimétrico, magnético y eléctrico) es ambigua. Es decir que pueden ser causadas por un infinito número posible de fuentes. Por ejemplo, esferas concéntricas de masa constante pero diferentes densidades y radios producirán la misma anomalía, puesto que la atracción de la masa actúa como si estuviera localizada en el centro de las esferas.



Las anomalías detectadas por este método están originadas en la contribución de diferentes fuentes o masas, tanto superficiales como profundas, incluso a considerables distancias de la zona de trabajo. Esto obviamente enmascara la fuente anómala particular que se busca.

Esa ambigüedad representa el problema inverso. Una tarea muy importante en la interpretación será reducir a un mínimo la ambigüedad, utilizando todo tipo de información disponible, fundamentalmente la geológica obtenida de afloramientos, pozos, minas o de otras técnicas geofísicas.

Anomalía Regional y Residual

Las grandes estructuras producen anomalías de Bouguer que se caracterizan por ser ondas amplias y suaves, llamadas Tendencia Regional por su efecto o simplemente Anomalía Regional. Sobre esta puede estar superpuesta una anomalía local de extensión limitada y menor longitud de onda llamada Anomalía Residual o Local. Generalmente el interés de la interpretación está en estas anomalías locales o residuales, para lo que debe eliminarse primero el efecto regional.

Existen métodos gráficos de suavizado de curvas y de ajuste de tendencias y filtros. Estos procedimientos deben utilizarse con mucho cuidado pues son soluciones analíticas que nada tienen que ver con la Geología.

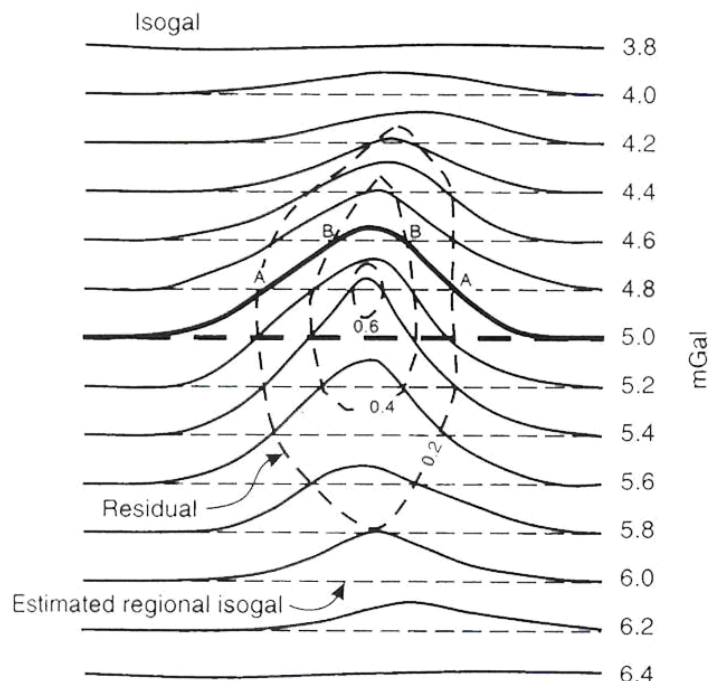
Entonces, antes de la interpretación debe resolverse primero la separación Regional/Residual, que pasa a ser fundamental para evitar la generación de anomalías residuales ficticias.

Para ello el objetivo de la prospección gravimétrica debe estar claramente establecido incluso antes de iniciar la medición, pues de ello dependerá la densidad de estaciones y su precisión, que tendrá una incidencia directa en la separación de las anomalías de interés.

Es de destacar que no debe intentarse una interpretación gravimétrica si no se cuenta con información geológica adecuada, o algún dato proveniente de otro método geofísico.

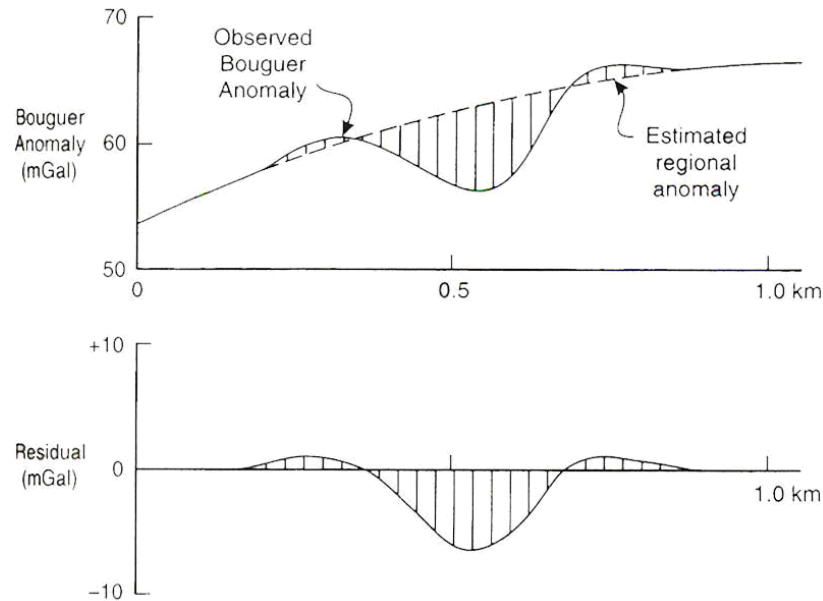
Método de suavización de curvas

Es un método gráfico que consiste simplemente en suavizar o aplanar, con criterio, las curvas isoanómalas de Bouguer. Justamente, estas nuevas curvas obtenidas son consecuencia de la anomalía regional. Serán curvas más o menos paralelas, lo que indica un efecto gradual de atracción. Luego se restan las curvas, que es lo mismo que encontrar los puntos de cruce a un mismo valor y luego unirlos. En la figura de la derecha se ve que los puntos de cruce con valores de 0.2, 0.4 y 0.6 miligales de diferencia permiten construir nuevas curvas isoanómalas, las que representan solo la anomalía residual.



De este plano se traza un perfil en la dirección de mayor cambio, a los efectos de interpretar el cuerpo que causa esta anomalía.

También se puede suavizar un perfil. La resta de la anomalía de Bouguer menos la curva suavizada permite obtener la anomalía residual



Superficies de Tendencia

Son superficies matemáticas definidas por funciones obtenidas por mínimos cuadrados.

Suelen ser de diferentes ordenes: El 1º es un plano, el 2º un paraboloide, etc., pero nunca mayor de 4º orden. Se usan para definir la tendencia regional. Al ser puramente matemáticas, no tienen en cuenta la geología y pueden llevar a interpretaciones erróneas.

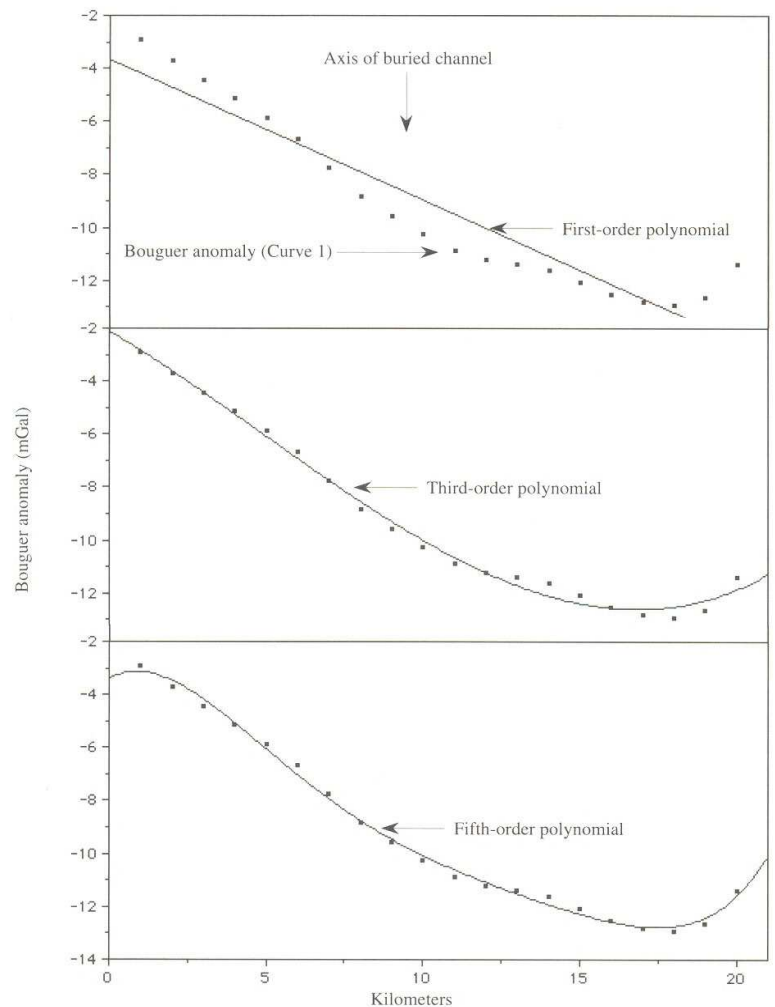
Continuación hacia arriba y hacia abajo

En razón de que la gravedad es un campo potencial, es continuo, y por ello es posible determinar matemáticamente cómo sería el campo si se hubiera medido a diferentes niveles o alturas.

La continuación hacia arriba de una anomalía de Bouguer elimina los efectos de pequeñas masas superficiales y mejora el campo regional. Sería como si se hubiera medido desde un avión.

La continuación hacia abajo se usa muy poco ya que, si bien tiende a eliminar el efecto regional y delinear mejor las masas pequeñas o superficiales, tiene el problema que lleva a interpretaciones erróneas cuando la masa anómala está a la misma profundidad de investigación.

Estas prolongaciones son equivalentes a filtrar los datos observados en el dominio espacial o frecuencial.



Segunda Derivada

La primera derivada mide pendientes y la segunda derivada muestra los cambios de pendiente, es decir que mide las curvaturas del campo de gravedad en nuestro caso.

Hay que recordar que este método, como el anterior, es estrictamente matemático, y por lo tanto, con las mismas consecuencias ya citadas de la continuación hacia arriba o hacia abajo y de las superficies de tendencia.

La importancia del método es que, al destacar hasta pequeños cambios de pendiente, permite separar dos cuerpos o masas que por estar cerca se muestran como una sola anomalía.

Asimismo, el este método presenta los siguientes inconvenientes:

- 1) No se puede aplicar cuando las estaciones están muy espaciadas
- 2) Las observaciones deben ser bastante precisas y particularmente las correcciones topográficas.
- 3) Como las segundas derivadas no están asociadas directamente con las estructuras que las causan, no es posible deducir la forma de la anomalía que las causan.
- 4) Como las derivadas segundas decrecen con las potencias de la profundidad de las masas, un mapa de segunda derivada anula las anomalías de masas profundas.

El método de Rosembach por ejemplo, expresa la gravedad en un punto mediante el desarrollo en serie del valor en cada punto.

$$g(r,0) = g_0 + \partial g/\partial x \cdot r + 1/2! \partial^2 g/\partial x^2 \cdot r^2 + 1/3! \partial^3 g/\partial x^3 \cdot r^3 + \dots$$

$$g(0,r) = g_0 + \partial g/\partial y \cdot r + 1/2! \partial^2 g/\partial y^2 \cdot r^2 + 1/3! \partial^3 g/\partial y^3 \cdot r^3 + \dots$$

$$g(-r,0) = g_0 - \partial g/\partial x \cdot r + 1/2! \partial^2 g/\partial x^2 \cdot r^2 - 1/3! \partial^3 g/\partial x^3 \cdot r^3 + \dots$$

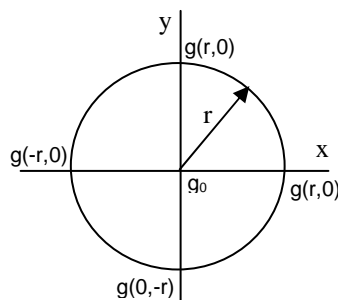
$$g(0,-r) = g_0 - \partial g/\partial y \cdot r - 1/2! \partial^2 g/\partial y^2 \cdot r^2 - 1/3! \partial^3 g/\partial y^3 \cdot r^3 + \dots$$

$$\Sigma g(r) = 4g_0 + (\partial^2 g/\partial x^2 + \partial^2 g/\partial y^2) r^2 + 2/4! (\partial^4 g/\partial x^4 + \partial^4 g/\partial y^4) r^4 + \dots$$

Según Laplace: $\partial^2 g/\partial x^2 + \partial^2 g/\partial y^2 + \partial^2 g/\partial z^2 = 0 \Rightarrow \partial^2 g/\partial x^2 + \partial^2 g/\partial y^2 = -\partial^2 g/\partial z^2$

Entonces $\Sigma g(r) - 4g_0 = (\partial^2 g/\partial x^2 + \partial^2 g/\partial y^2) r^2 = -\partial^2 g/\partial z^2 \cdot r^2$

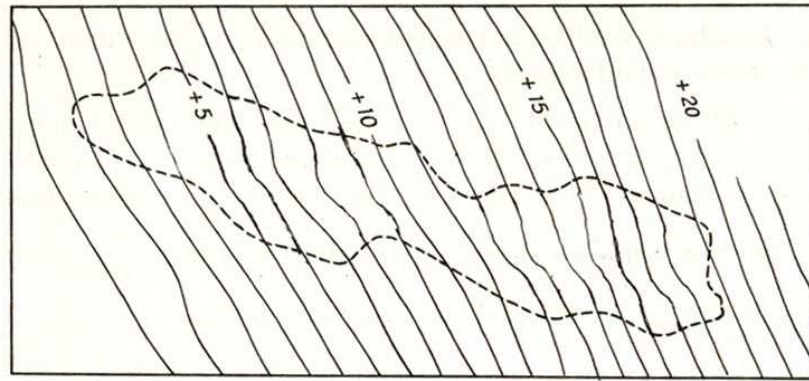
Finalmente



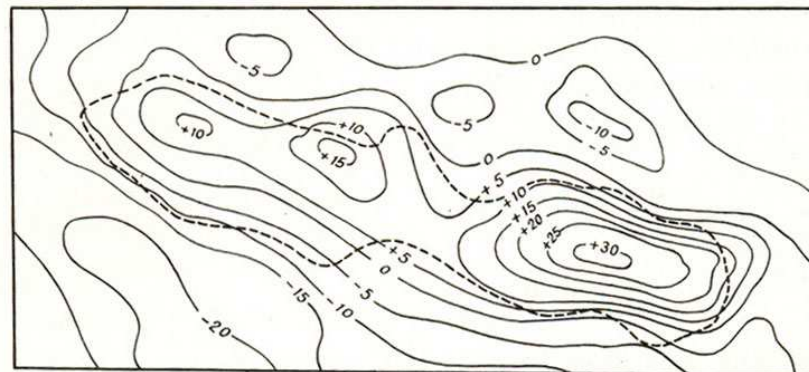
$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = \frac{-4}{r^2} \left[\frac{\Sigma g(r)}{4} - g_0 \right]$$

En la práctica se construye un círculo de un determinado radio r , y se leen los cuatro valores a 90° . El valor medio de estos cuatro ($\Sigma g(r)/4$), el valor en el centro (g_0) y el radio del círculo (r) permiten calcular el valor de la anomalía de segunda derivada en el centro.

Con los valores de la segunda derivada en cada punto se construye un nuevo mapa de curvas isoanómalas. Estas muestran que el efecto Regional desapareció y aparecen nuevas anomalías cerradas que indican cuerpos diferentes, si hubiere, donde había una sola anomalía. Es lo que se muestra en la siguiente figura.



a) Mapa de anomalías de Bouguer (intervalo=1 miligal)



b) Mapa de segundas derivadas (intervalo = $5, 10^{-15}$ c.g.s.)

Nota.—En trazos, límites del campo petrolífero "Cement Field" OKLAHOMA

Interpretación Directa

La interpretación directa es más bien cualitativa pues da información de cuerpos anómalos sin precisar la verdadera forma de los mismos. Hay varios métodos:

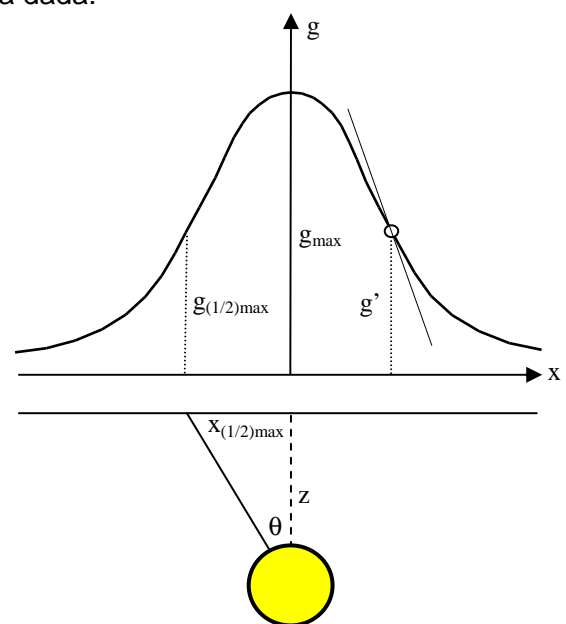
Profundidad límite o limitante. Se refiere a la máxima profundidad a la cual se encuentra la parte más alta del cuerpo que produce una anomalía dada:

a) Método del medio ancho.

La distancia horizontal entre el valor máximo de la anomalía y el valor mitad del máximo se define como medio ancho o medio máximo $x_{1/2}$. Si la anomalía es producida por un cuerpo de tres dimensiones, se parte de la suposición que resulta de una masa puntual, entonces $\Delta g = G.m.z/r^3$ (1) permite obtener la profundidad en términos del medio ancho:

$$z = 1.30.x_{1/2}$$

z representa la profundidad del centro de masa o el centro de una esfera de la misma masa. Esta es una sobrestimación de la profundidad del tope de la esfera, que es la profundidad límite o limitante, por lo tanto será siempre menor que la obtenida por la fórmula anterior.



En un intento similar se obtiene z para una anomalía en dos dimensiones, donde la masa es una línea horizontal que parte de la integración de la (1) en esa dirección horizontal y que se extiende hasta el infinito. Entonces $\Delta g = 2G \cdot m \cdot z / r^2$ es la anomalía de un cilindro horizontal cuya masa esta concentrada a lo largo de su eje. La profundidad de esta línea será $z = x_{1/2}$ y para cualquier cuerpo en 2D será siempre menor que ese valor.

b) Método del Gradiente-Amplitud máxima.

Con los mismos supuestos y figura del método anterior es posible obtener z desde la relación entre el valor máximo de la anomalía ($x=0$) y el valor cuando la pendiente de la curva es máxima (punto de inflexión).

En este caso, para un cuerpo 3D será $z < 0,86 g_{max} / g'_{max}$ y para uno en 2D será

$$z < 0,65 g_{max} / g'_{max}$$

Exceso de masa. Es un método que no requiere tener en cuenta la forma, profundidad o densidad del cuerpo. Se refiere a la diferencia entre las masas del cuerpo y la del mismo espacio lleno con la roca de caja. La base de este cálculo parte del teorema de Gauss que implica una integración de superficie de la anomalía sobre el área en la que la misma tiene lugar. El área de medición es dividida en una grilla cuadrada (n) de área Δa y se calcula la anomalía de cada cuadrado.

El exceso de masa es $M_e = (1/2\pi G) \cdot \Sigma \Delta g_i \cdot \Delta a_i$. Este método solo funciona para anomalías aisladas, es decir sin efecto regional, y permite determinar las toneladas de un yacimiento.

La masa del cuerpo anómalo es

$$M = \delta_1 M_e / (\delta_1 - \delta_2)$$

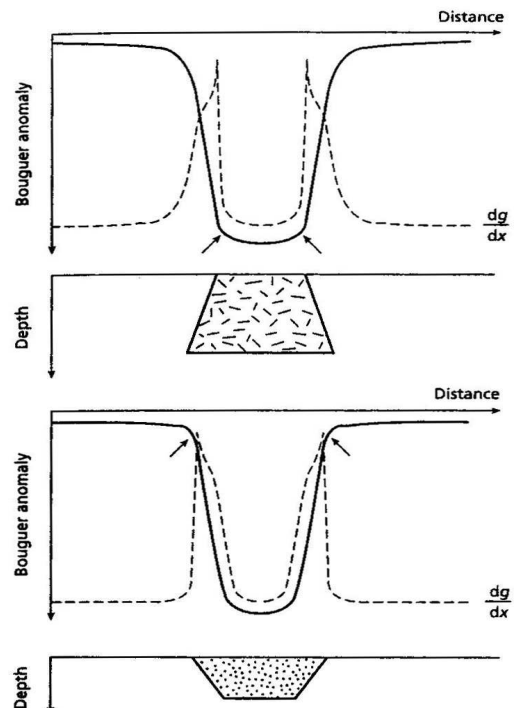
Espesor aproximado. Si se conoce el contraste de densidad $\Delta \delta$ de un cuerpo, puede estimarse el espesor t desde la misma anomalía utilizando la fórmula de la Placa de Bouguer, es decir

$$\Delta g = 2\pi \cdot G \cdot \Delta \delta \cdot t$$

Este espesor siempre será el mínimo, pues está restringido por la extensión horizontal del cuerpo. Es muy usado para ubicar el salto de una falla por la diferencia entre los tramos antes y después de la misma.

Puntos de inflexión. La ubicación de estos puntos en una anomalía, donde el gradiente cambia más rápidamente, nos dicen algo sobre la naturaleza de los bordes de una falla.

En estructuras con contactos inclinados hacia adentro, como en los cuerpos graníticos (intrusivos), los puntos de inflexión están en la base de la anomalía. En contactos hacia fuera como en las cuencas sedimentarias, los puntos de inflexión están donde comienza la anomalía.

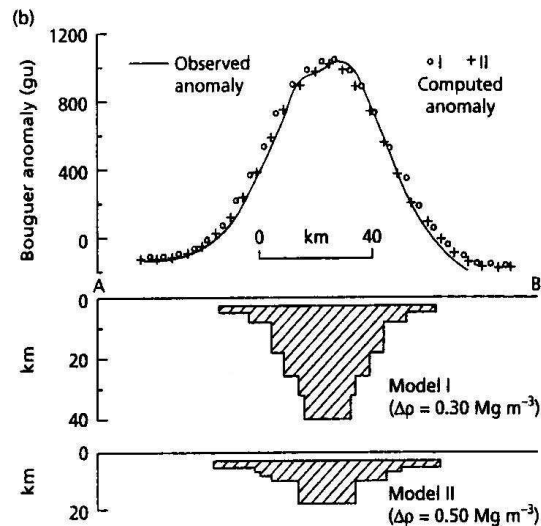
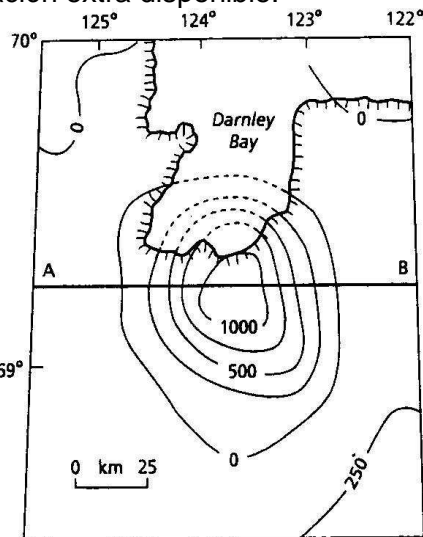


Interpretación Indirecta

Consiste en simular un cuerpo geológico, o modelo, calcular la anomalía que produce y luego compararla con la observada. En razón del problema inverso, esta no será la única solución.

El intento más simple de interpretación indirecta es la comparación de las anomalías observadas con la calculada para ciertas formas geométricas simples, cuyo tamaño, forma, densidad y posición pueden ser ajustadas fácilmente.

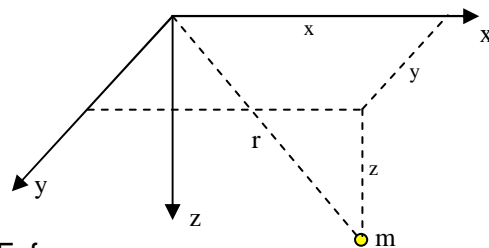
La siguiente figura muestra una gran anomalía circular radialmente simétrica y un perfil AB, la que puede ser simulada por varios cilindros coaxiales verticales, cuyos diámetros disminuyen con la profundidad, formando un cono invertido. Como vemos en la figura, esta solución no es única. No se puede decidir cuál de los modelos se ajusta más a la realidad si no se cuenta con información extra disponible.



Efecto gravimétrico de cuerpos simples

Con las coordenadas de los puntos de observación y las anomalías de Bouguer en cada uno de ellos, se confeccionan las curvas isoanómalas. Luego se trazan perfiles que corten perpendicularmente a las curvas, donde se observe el mayor cambio o gradiente. Si estos perfiles tienen una forma simétrica o conocida para el criterio de quien interpreta las anomalías, se los compara primeramente con el efecto que producen cuerpos de formas sencillas.

Antes de iniciar la interpretación o modelado de cuerpos causantes de las anomalías observadas, recordemos el potencial gravitatorio de una masa puntual:



$$V = Gm/r = Gm/(x^2+y^2+z^2)^{1/2} = Gm(x^2+y^2+z^2)^{-1/2}$$

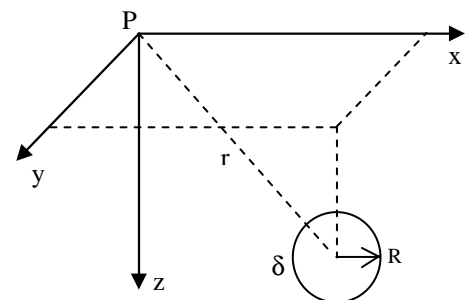
$$g_z = \partial V/\partial z = 1/2 Gm(x^2+y^2+z^2)^{-3/2} \cdot 2z$$

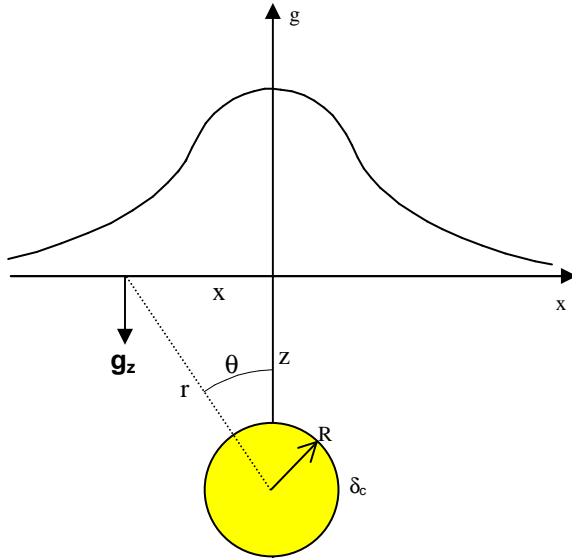
$$g_z = Gmz(x^2+y^2+z^2)^{-3/2}$$

Esfera

Por simplicidad en su figura, se comienza con la esfera, aunque difícilmente se encuentren cuerpos anómalos de forma esférica. Pero como primer modelo a interpretar en la mayoría de los casos, no resulta inapropiado.

En razón de que buscamos explicar anomalías de Bouguer en términos de variaciones de densidad, cuando consideramos el efecto gravitatorio de un cuerpo, trabajamos con **contrastes de densidad**, la densidad del cuerpo menos la del material que lo rodea.





Entonces una esfera de densidad $3,2 \text{ Tn/m}^3$ dentro de un material de $2,6 \text{ Tn/m}^3$, producirá un contraste de densidad $\delta_c = +0,6 \text{ Tn/m}^3$. La ecuación que calcula el efecto gravífico de una esfera es relativamente simple, porque este efecto es el mismo que cuando toda la masa está concentrada en el centro de la esfera.

Dado entonces un contraste de densidad δ_c , el exceso o defecto de masa de una esfera de radio R será $\frac{4}{3}\pi R^3 \delta_c$, que a una distancia $r^2 = (x^2 + y^2 + z^2)$ producirá la siguiente atracción:

$$g_{\text{esfera}} = \frac{Gm}{r^2} = \frac{4\pi GR^3 \delta_c}{3r^2} = \frac{4\pi GR^3 \delta_c}{3(x^2 + z^2)}$$

En el plano x-z $y=0 \therefore r^2 = (x^2 + z^2)$

Como los gravímetros miden la componente vertical de la gravedad, $g_z = g \cdot \cos\theta = g \cdot z/r$ entonces

$$g_{\text{esfera}} = \frac{4\pi GR^3 \delta_c}{3} \times \frac{z}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

Si cambiamos z y R^3 de manera que el producto se mantenga constante, la curva de anomalía casi no variará, y aquí se presenta el problema de la gravimetría: la ambigüedad, porque diferentes cuerpos pueden causar idéntica anomalía. Por ejemplo, una esfera de 100 metros de radio con su centro a 100 metros de profundidad producirá la misma anomalía que otra de $r = 200 \text{ m}$ y $z = 283 \text{ m}$, o de $r = 400 \text{ m}$ y $z = 800 \text{ m}$.

Lámina y Varilla Horizontal

Con el siguiente análisis se obtiene además, la atracción gravitatoria de la placa de Bouguer y de una varilla horizontal.

Una masa elemental dm de caras dx , dy y dz producirá una atracción

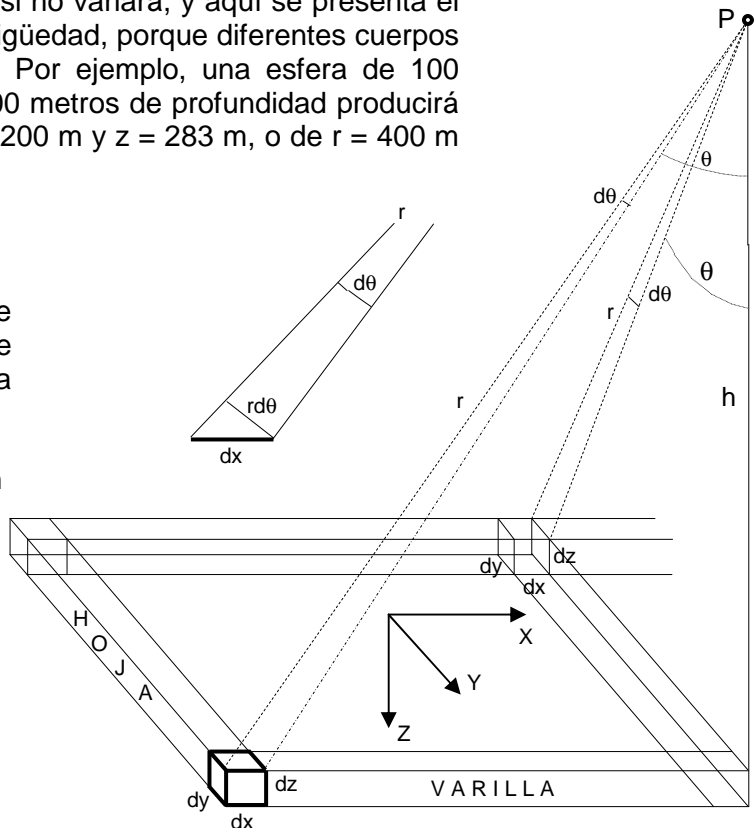
$$dg = Gdm/r^2$$

con $dm = \delta \cdot dv = \delta \cdot dx \cdot dy \cdot dz$

$$dg = G \cdot \delta \cdot dx \cdot dy \cdot dz / r^2$$

y

$$dg_z = G \cdot \delta \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \cos\theta / r^2$$



La atracción de una varilla será la suma de todos estos volúmenes, es decir

$$g_z = \int_{x=-\infty}^{x=\infty} G \cdot \delta \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \cos\theta / r^2 \quad \text{como} \quad r = h/\cos\theta \quad \text{y} \quad dx = r d\theta / \cos\theta$$

$$\frac{G \cdot \delta \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \cos\theta}{r^2} = \frac{G(\delta \cdot dy \cdot dz) \cdot r \cdot d\theta \cdot \cos\theta \cdot \cos^2\theta}{h^2 \cdot \cos\theta} =$$

$$\frac{G(\delta \cdot dy \cdot dz) \cdot m \cdot d\theta \cdot \cos\theta \cdot \cos^2\theta}{h^2 \cdot \cos\theta \cdot \cos\theta} = \frac{G(\delta \cdot dy \cdot dz) \cos\theta \cdot d\theta}{h}$$

$$g_z = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{G \cdot \delta \cdot dy \cdot dz \cdot \cos\theta \cdot d\theta}{h} \quad \text{y}$$

$$g_{\text{varilla}} = \frac{2 \cdot G \cdot \delta \cdot dy \cdot dz}{h}$$

Si se barre sobre el eje **y** la varilla que determinamos sobre el eje **x**, tendremos el efecto gravimétrico de una hoja o lámina. Por lo tanto tomaremos un elemento de varilla reemplazando **h** que es constante en la varilla por **r** porque **r = h** para una misma varilla. Luego tomamos la proyección con **cosθ** para obtener **g_z**.

dg_z(varilla) = $\frac{2 \cdot G \cdot \delta \cdot dy \cdot dz \cdot \cos\theta}{r}$ Como ahora **dy = r dθ / cosθ**, entonces **dg_z(varilla) = 2 · G · δ · dz · dθ**

$$g_z = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2 \cdot G \cdot \delta \cdot dz \cdot d\theta \quad \text{y}$$

$$g_{\text{lámina}} = 2 \cdot \pi \cdot G \cdot \delta \cdot dz$$

Como vemos, este valor es igual al obtenido para la Placa de Bouguer.

Cilindro Horizontal

Como tampoco es difícil encontrar estructuras geológicas de forma prismática o cilíndrica, se determinó la atracción de un cilindro horizontal con el mismo criterio utilizado para una varilla horizontal, reemplazando el área de esta **dy · dz** por **π · R²**, **h** por **r** y **cosθ** por **z/r**

$$g_{\text{varilla}} = \frac{2 \cdot G \cdot \delta \cdot dy \cdot dz}{h} \quad g_{\text{cilindro}} = \frac{2 \cdot G \cdot \delta \cdot \pi \cdot R^2}{r} \quad g_z = \frac{2 \cdot G \cdot \delta \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \cos\theta}{r} = \frac{2 \cdot G \cdot \delta \cdot \pi \cdot R^2 \cdot z}{r^2}$$

Como el cilindro está paralelo al eje **y**, **y = 0** y **r² = x² + z²** entonces

$$g_{\text{cilindro horizontal}} = 2 \cdot \pi \cdot G \cdot R^2 \cdot \delta \cdot \frac{z}{(x^2 + z^2)}$$

Cilindro Vertical

Sobre la base de la determinación de Bouguer, se puede obtener la atracción vertical sobre el eje del cilindro, expandiendo un volumen elemental a un anillo delgado, luego a un disco y finalmente a un cilindro.

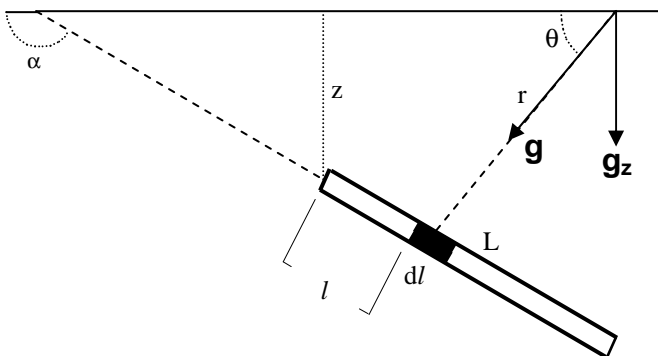
$$dg_z = \frac{G \cdot \delta \cdot z \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz}{(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$g_z = G \cdot \delta \int_{h_1}^{h_2} dz \int_0^R dr \int_0^{2\pi} z \cdot r / (z^2 + r^2)^{3/2} d\theta$$

$$g_{\text{cilindro vertical}} = 2\pi G \delta \left(h_2 - h_1 + (R^2 + h_1^2)^{1/2} - (R^2 + h_2^2)^{1/2} \right)$$

Donde h_1 y h_2 son la profundidad al tope y al fondo del cilindro. Como se ve, esta fórmula es similar a la utilizada por Hammer para la corrección topográfica

Varilla Inclínada y Vertical



Partiendo nuevamente de la atracción de un elemento de masa,

$$dg = G \cdot \delta \cdot dx \cdot dy \cdot dz / r^2$$

Si llamamos A al área $dx \cdot dy$ de la sección transversal de varilla y L a su longitud, de modo que $dx \cdot dy \cdot dz = A \cdot dl$

$$dg_z = G \cdot \delta \cdot A \cdot dl \cdot \text{sen}\theta / r^2$$

$$r^2 = (l + z \cdot \text{cosec}\alpha)^2 + x^2 + 2 \cdot x \cdot (l + z \cdot \text{cosec}\alpha) \cos\alpha \quad \text{y} \quad \text{sen}\theta = (l + z \cdot \text{cosec}\alpha) \text{sen}\alpha / r$$

$$g_z = \frac{G \cdot \delta \cdot A}{x \cdot \text{sen}\alpha} \left[\frac{x + z \cdot \text{cotg}\alpha}{z^2 \text{cosec}^2\alpha + 2 \cdot x \cdot z \cdot \text{cotg}\alpha + x^2} - \frac{x + z \cdot \text{cotg}\alpha + L \cos\alpha}{L + z \text{cosec}\alpha)^2 + x^2 + 2 \cdot x \cdot (L \cos\alpha + z \text{cotg}\alpha)} \right]$$

Si el ángulo α es 90° entonces tenemos el efecto de una varilla vertical.

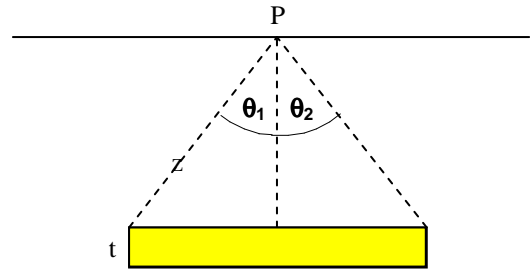
$$G_{\text{varilla vertical}} = G \cdot \delta \cdot A \left[\frac{1}{(z^2 + x^2)^{1/2}} - \frac{1}{((z+L)^2 + x^2)^{1/2}} \right]$$

Capa delgada finita

Barriendo la varilla paralelamente sobre el eje x, es decir integrando respecto de θ entre θ_1 y θ_2

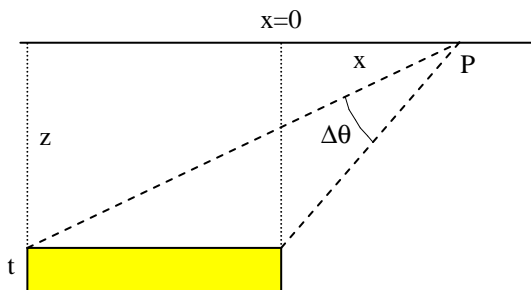
$$dg_{\text{varilla}} = \frac{2 \cdot G \cdot \delta \cdot dy \cdot dz \cdot \cos\theta}{r}$$

$$g_z = 2 \cdot G \cdot \delta \int_{-\theta_1}^{\theta_2} dz \cdot d\theta = 2 \cdot G \cdot \delta \cdot t \cdot [\theta_2 - (-\theta_1)]$$



llamando **t** a dz y $\Delta\theta$ a $(\theta_1 + \theta_2)$

$$g_{\text{capa finita}} = 2 \cdot G \cdot \delta \cdot t \cdot \Delta\theta$$



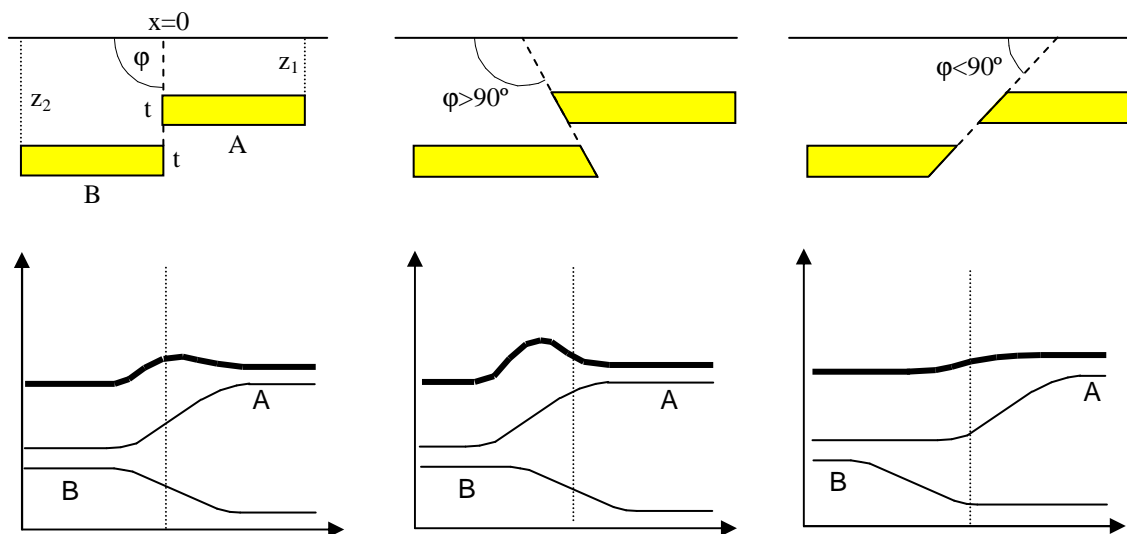
Donde **t** es el espesor de la capa y θ_1, θ_2 los ángulos en radianes a los extremos de la capa medidos desde una vertical al centro.
Con un procedimiento similar, Nettleton calcula en forma aproximada la misma atracción, pero desde cualquier punto ubicado sobre la superficie, resultando:

$$g_{\text{capa finita}} = 2 \cdot G \cdot \delta \cdot t \cdot [\pi/2 - \arctg(x/z)]$$

Capa delgada y fallada

Partiendo del mismo origen que en el caso anterior, puede demostrarse que el efecto de atracción para una capa delgada con falla vertical, directa o inversa será:

$$g_{\text{capa fallada}} = 2 \cdot G \cdot \delta \cdot t \cdot [\pi + \arctg(x/z_1 + \cotg\phi) - \arctg(x/z_2 + \cotg\phi)]$$

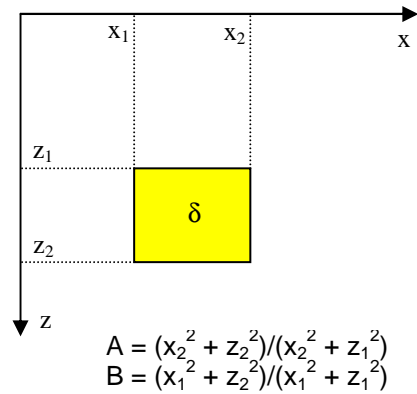


Bloque Rectangular

Sobre la base de la atracción de un cilindro horizontal orientado en la dirección **y**, reemplazamos el área de la sección transversal (πR^2) por **dx.dz** e integramos entre los límites correspondientes:

$$g_{\text{cilindro horizontal}} = 2 \cdot \pi \cdot G \cdot R^2 \cdot \delta \cdot \frac{z}{(x^2 + z^2)}$$

$$g_{\text{bloque rect.}} = 2 \cdot G \cdot \delta \cdot \int_{x_1}^{x_2} \int_{z_1}^{z_2} z \cdot dx \cdot \frac{dz}{(x^2 + z^2)}$$



$$g = G \cdot \delta \left\{ x_2 \ln A - x_1 \ln B + 2z_2 \left[\arctg(x_2/z_2) - 2z_1 \arctg(x_2/z_1) \right] - 2z_1 \left[\arctg(x_1/z_2) - 2z_1 \arctg(x_1/z_1) \right] \right\}$$

Lógicamente, el efecto de atracción gravitatoria de cualquier cuerpo irregular podrá aproximarse con la suma de varios bloques, que cuanto más pequeños sean, mayor será la precisión en la atracción total. Esto mismo se hace en el método de la Gráticula, aunque de un modo más gráfico.

Efecto gravimétrico de cuerpos de sección irregular

Cuando el cuerpo es muy irregular, su sección puede asemejarse a un polígono de **n** lados con coordenadas **x-z** en cada uno de los vértices.

Plantilla o Gráticula

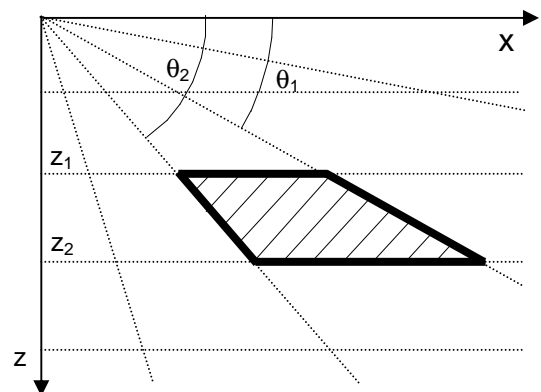
El método tradicional es manual y consiste en superponer una plantilla o gráticula que se construye de un modo similar a la de Hammer, pero que calcula el efecto gravítico de sectores trapezoidales en un plano vertical y a diferentes profundidades. La atracción gravimétrica de todos los sectores es la misma, la que se obtiene partiendo también de la atracción de una varilla. Como ahora el espesor **t** es variable, debemos integrar entre los límites **z1** y **z2**.

$$dg_{\text{varilla}} = \frac{2 \cdot G \cdot \delta \cdot dy \cdot dz \cdot \cos\theta}{r}$$

Recordemos que en la lámina teníamos $dy = r \cdot d\theta / \cos\theta$

$$g_z = 2 \cdot G \cdot \delta \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{z_1}^{z_2} dz$$

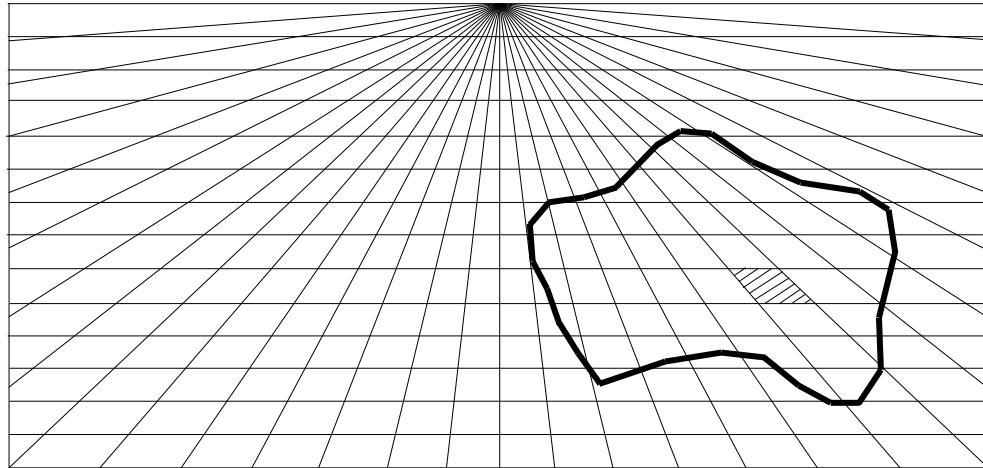
$$g_z = 2 \cdot G \cdot \delta \cdot (\theta_2 - \theta_1) \cdot (z_2 - z_1)$$



$$g_z = 2 \cdot G \cdot \delta \cdot \Delta\theta \cdot \Delta Z$$

$\Delta\theta$ y Δz son entonces el ángulo de radiación y la separación horizontal. Entre dos radios y dos horizontales se conforman los sectores trapezoidales.

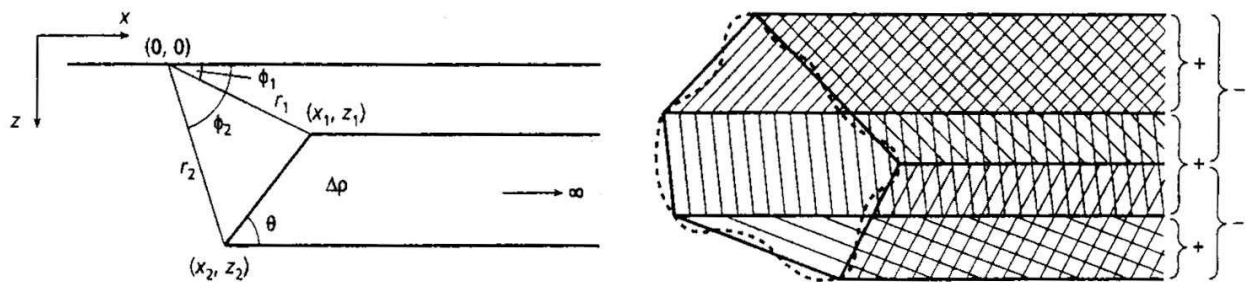
Este método supone interpretar al cuerpo en dos dimensiones (**2D**), cuya sección transversal en el plano **x-z** es la del polígono modelado y su longitud perpendicular en la dirección **y** es infinita. El efecto de atracción en cada punto de muestreo surge de contar la cantidad entera y fracción de los sectores incluidos en el polígono.



Talwani 2D

Partiendo de la anomalía de losas semi-infinitas con un borde inclinado, Talwani diseñó un cuerpo de sección poligonal conformado por los bordes inclinados de las losas y sumó el efecto con la siguiente convención de signos: El efecto de la losa es negativo mientras aumente la profundidad al recorrer el cuerpo en sentido horario, y positivo cuando disminuye la profundidad. La suma de las atracciones anula el efecto de las losas y deja solo el del cuerpo. La atracción de cada losa es

$$\Delta g = 2.G.\delta. [z_2\phi_2 - z_1\phi_1 - \{ x_1\text{sen } \theta + z_1\text{cos } \theta \} \{ \text{sen } \theta \ln(r_2/r_1) + \text{cos } \theta (\phi_2 - \phi_1) \}]$$



Talwani logra mejorar su intento partiendo de la atracción de un cilindro horizontal ya vista.

$$g_{\text{cilindro horizontal}} = 2.\pi.G.R^2.\delta. \frac{z}{(x^2 + z^2)}$$

Luego integra conjuntamente sin separar **x** e **y** como integral doble a lo largo del polígono P.

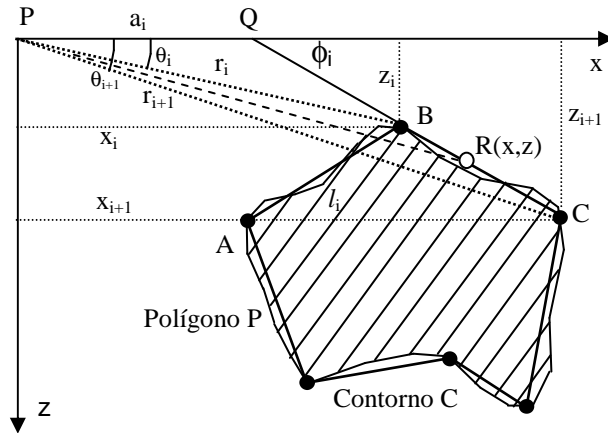
$$g_z = 2.G.\delta \iint_P \frac{z}{(x^2 + z^2)} dx.dz$$

Mediante el artificio de Green se transforma esta integral doble en una de línea por el contorno C, resultando

$$g_z = 2.G.\delta \int_C \text{arctg}(x/z).dz$$

Esta se resuelve integrando por separado y sumando el efecto de cada lado.

$$g = \sum_{i=1}^n g_i(\text{lado}) = 2.G.\delta. \sum_C \oint \text{arctg}(x/z).dz$$



Con el avènement de los ordenadores, **Talwani** desarrolló un método que calcula la curva de gravedad partiendo de las coordenadas del cuerpo y su contraste de densidad, haciendo uso de las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \Delta x_i &= x_{i+1} - x_i & R_i &= (x_i^2 + z_i^2)^{1/2} & S_i &= (x_i \cdot z_{i+1} - x_{i+1} \cdot z_i) \\ \Delta z_i &= z_{i+1} - z_i & R_{i+1} &= (x_{i+1}^2 + z_{i+1}^2)^{1/2} & T_i &= (x_i \cdot x_{i+1} + z_i \cdot z_{i+1}) \\ l_i &= (\Delta x_i^2 - \Delta z_i^2)^{1/2} \end{aligned}$$

$$g_i = 2 \cdot G \cdot \delta \cdot \frac{S_i}{l_i} \left[\Delta z_i \cdot \ln \frac{R_{i+1}}{R_i} - \Delta x_i \cdot \operatorname{arctg} \frac{S_i}{T_i} \right]$$

La contribución de un lado también puede obtenerse de la siguiente relación:

$$z_i = a_i \cdot \operatorname{sen} \phi_i \cdot \cos \phi_i \left\{ (\theta_i - \theta_{i+1}) + \operatorname{tg} \phi_i \cdot \ln \left[\frac{\cos \theta_i (\operatorname{tg} \theta_i - \operatorname{tg} \phi_i)}{\cos \theta_{i+1} (\operatorname{tg} \theta_{i+1} - \operatorname{tg} \phi_i)} \right] \right\}$$

a_i es la distancia entre el punto de muestra y la intersección del lado del polígono en la superficie. θ_i es el ángulo entre la superficie y la línea que une el punto de muestra y un vértice. ϕ_i es el ángulo entre la superficie y la prolongación de un lado del polígono hasta la superficie. La anomalía total será:

$$\Delta g = 2 \cdot G \cdot \delta \cdot \sum z_i$$

Con el avance tecnológico se desarrollaron programas informáticos que permiten calcular el efecto gravimétrico de cuerpos en **dos dimensiones y media (2,5D)**, que funcionan de manera similar a los de 2D, pero donde la longitud perpendicular (strike) es finita. Esto se conoce como Algoritmo de Cady (1980). Existen programas más sofisticados que permiten modelar el cuerpo en **tres dimensiones (3D)**. Para ello se lo secciona horizontalmente en rebanadas que conforman un polígono de n lados. Luego se unen los vértices entre secciones para formar caras triangulares y finalmente se calcula la contribución gravimétrica de cada cara y se las suma para obtener la atracción total.

Con cualquiera de los métodos vistos, la interpretación implica los siguientes pasos:

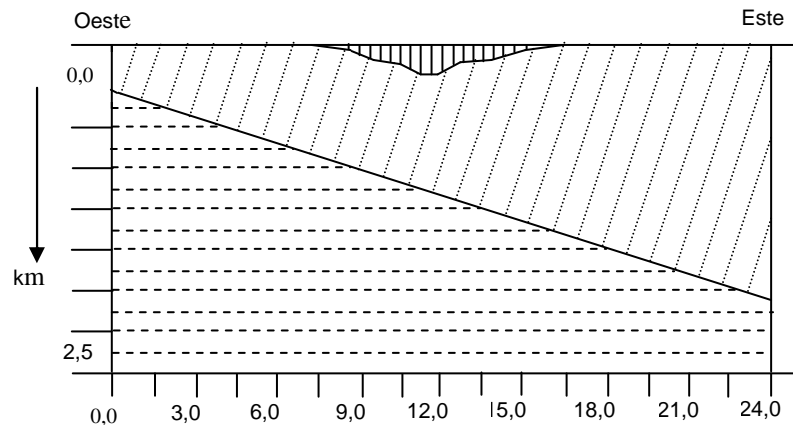
- 1) Construcción de un modelo razonable, es decir geológicamente factible.
- 2) Cálculo de la anomalía gravimétrica del modelo
- 3) Comparación de las anomalías calculada y observada.
- 4) Modificación del modelo, y volviendo al punto 2 se trata de ajustar las curvas.

El proceso es entonces iterativo y la bondad del ajuste puede ser mejorado gradualmente. Esto permite una automatización y el método de iteración permite que todas las variables (puntos del cuerpo, densidad, anomalía regional, etc.) puedan ser variadas automáticamente dentro de ciertos límites previamente definidos.

Esta técnica es elegante y exitosa, aunque consume mucho tiempo de computadora.

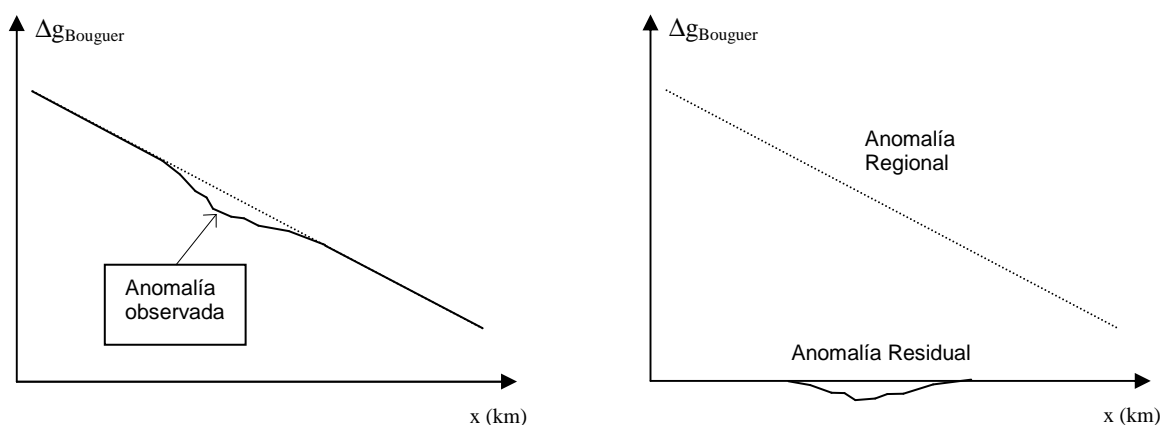
Ejemplos de interpretación gravimétrica

1 - Creamos un modelo geológico simple que permita analizar las anomalías que genera. Imaginemos un río subterráneo tapado con arena y grava en una cuenca sedimentaria asentada en un basamento cristalino inclinado hacia el Este.

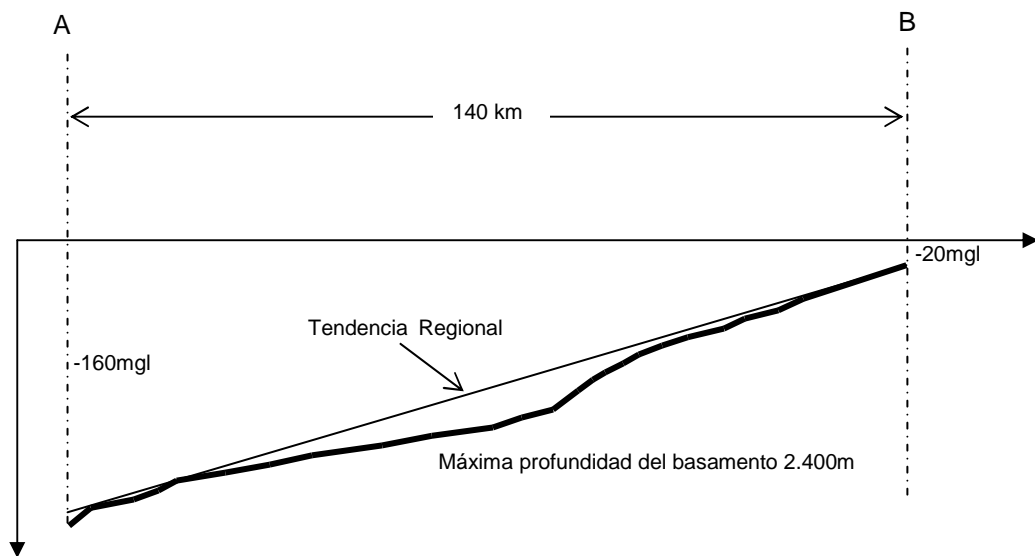
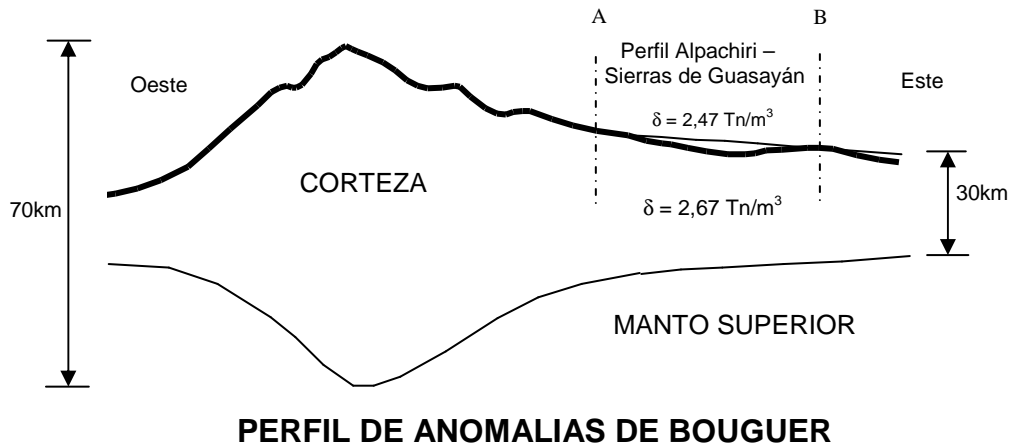


Nuestra observación gravimétrica estará afectada tanto de la masa del río como del relleno sedimentario. Si calculamos la anomalía de Bouguer en cada punto y la graficamos a lo largo de un perfil, tendremos lo que se muestra en la figura: Una tendencia a disminuir hacia el Este y una anomalía seguramente local porque aparece y desaparece en la línea de tendencia.

Si nuestro objetivo es conocer la forma y dimensiones del río al que asignamos un contraste de densidad razonable de $-0,40 \text{ Tn/m}^3$, y a la roca sedimentaria un contraste de $-0,20 \text{ Tn/m}^3$, ambas sobre el basamento de $2,67 \text{ Tn/m}^3$ que es la densidad utilizada para obtener la placa de Bouguer, tendremos el siguiente modelo e interpretación:



2 - Correspondiente a un perfil entre Alpachiri y la Sierra de Guasayán, sobre un mapa de anomalía de Bouguer de la llanura tucumana. El objetivo era conocer la profundidad del basamento para planificar estudios geoelectricos profundos. El resultado fue de unos 2.400 metros bajo la localidad de Lamadrid, consistente con los datos obtenidos de una refracción sísmica de YPF y los posteriores sondeos geoelectricos.



3 - Correspondiente al Valle Central en Kenya producido por un rift (separación de placas). El valle tiene anomalías el orden de los -200 miligal. Vemos perfiles esquemáticos anomalías de diferentes longitudes de onda y diferentes densidades de contraste

