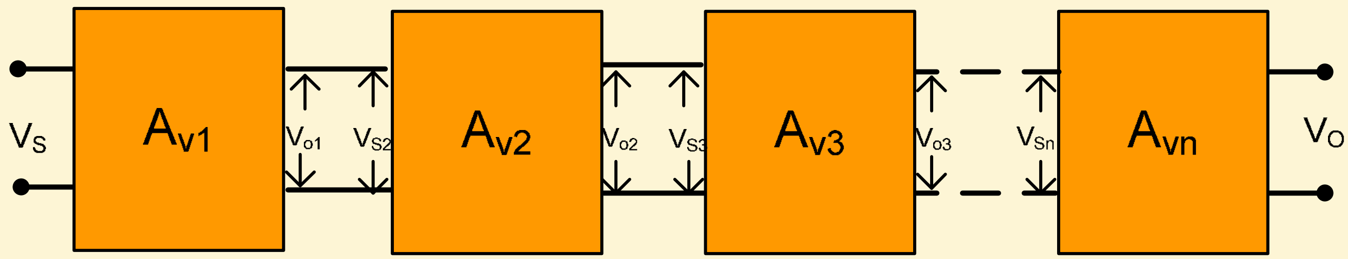
CASCADA DE FILTROS ACTIVOS

Una cascada de filtros activos tiene la siguiente forma:



La ganancia de la cascada es:

$$A_V = A_{V\,1}.A_{V\,2}\ldots\ldots A_{V\,n}$$

$$\Rightarrow \left|A_V\right| = \left|A_{V\,1}\right|.\left|A_{V\,2}\right|\ldots\ldots\left|A_{V\,n}\right|$$

Si la ganancia está en dB:

$$A_V\left|dB\right| = A_{V\,1}\left|dB\right| + A_{V\,2}\left|dB\right| + \ldots\ldots + A_{V\,n}\left|dB\right|$$

CASCADA DE FILTROS PASA BAJOS

Inversor

$$|A v| = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + w^2 / w_C{}^2}}$$

No Inversor

$$|A_V| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + w^2 / w_C{}^2}}$$

$$|A_V| = \frac{A_o}{\sqrt{1 + w^2 / w_C{}^2}}$$

Se puede demostrar que para el caso que los n filtros conectados en cascada sean idénticos, igual ganancia y *fc*:

$$|A_{V\,T}| = \frac{A_o{}^n}{\left(1 + w^2 / w_C{}^2\right)^{\frac{n}{2}}}$$

$$A_{O\,T}\,|dB| = 20.n.\log A_o - 10.n.\log\left(1 + w^2 / w_C{}^2\right)$$

$$A_{O\,T}\,|dB| = n.\left(20.\log A_o - 10.\log\left(1 + w^2 / w_C{}^2\right)\right)$$

$$A_{O\,T}\,|dB| = n.A_{O\,PB1}\,|dB|$$

La conexión en cascada aumenta la ganancia en la zona plana, aumenta la atenuación y reduce el Ancho de Banda

Aumento en la atenuación = Aumento en la pendiente

CASCADA DE FILTROS PASA BAJOS

Calculo de la frecuencia de corte de la cascada

En el punto de media potencia, se debe cumplir:

$$\left(1 + w^2 / w_C{}^2\right)^{\frac{n}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

La frecuencia de corte de la cascada es:

$$w_{C\,C} = w_{C\,PB}\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$$

$W_{c\,c}$ = frecuencia de corte de la cascada
$W_{c\,PB}$= frecuencia de corte de cada filtro Pasa bajos
$\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$ = factor de corrimiento de frecuencia de corte. Disminuye con n

La frecuencia de corte de la cascada w_{cc} disminuye con el n° de filtros (n)

Calculo de la frecuencia de ganancia unitaria

Para el calculo de la frecuencia de ganancia unitaria f_T:

Para w>>w$_c$:

$$\left|A_{V\,T}\right| = \frac{A_o{}^n}{\left(1 + \left(w / w_C\right)^2\right)^{\frac{n}{2}}} \approx \frac{A_o{}^n}{\left(w / w_C\right)^n}$$

CASCADA DE FILTROS PASA BAJOS

$$\frac{A_o^{\,n}}{(w_T / w_C)^n} = 1 \Rightarrow A_o^{\,n} = (w_T / w_C)^n$$

$$w_T = w_C . A_o$$

La frecuencia de ganancia unidad no cambia. Quiere decir que la curva cruza el eje en el mismo punto

Para $w >> w_c$:

La ganancia para w es:

$$A_{V\,T}\,|dB| \approx 20.n.\log A_o - 20.n.\log \frac{w}{w_C}$$

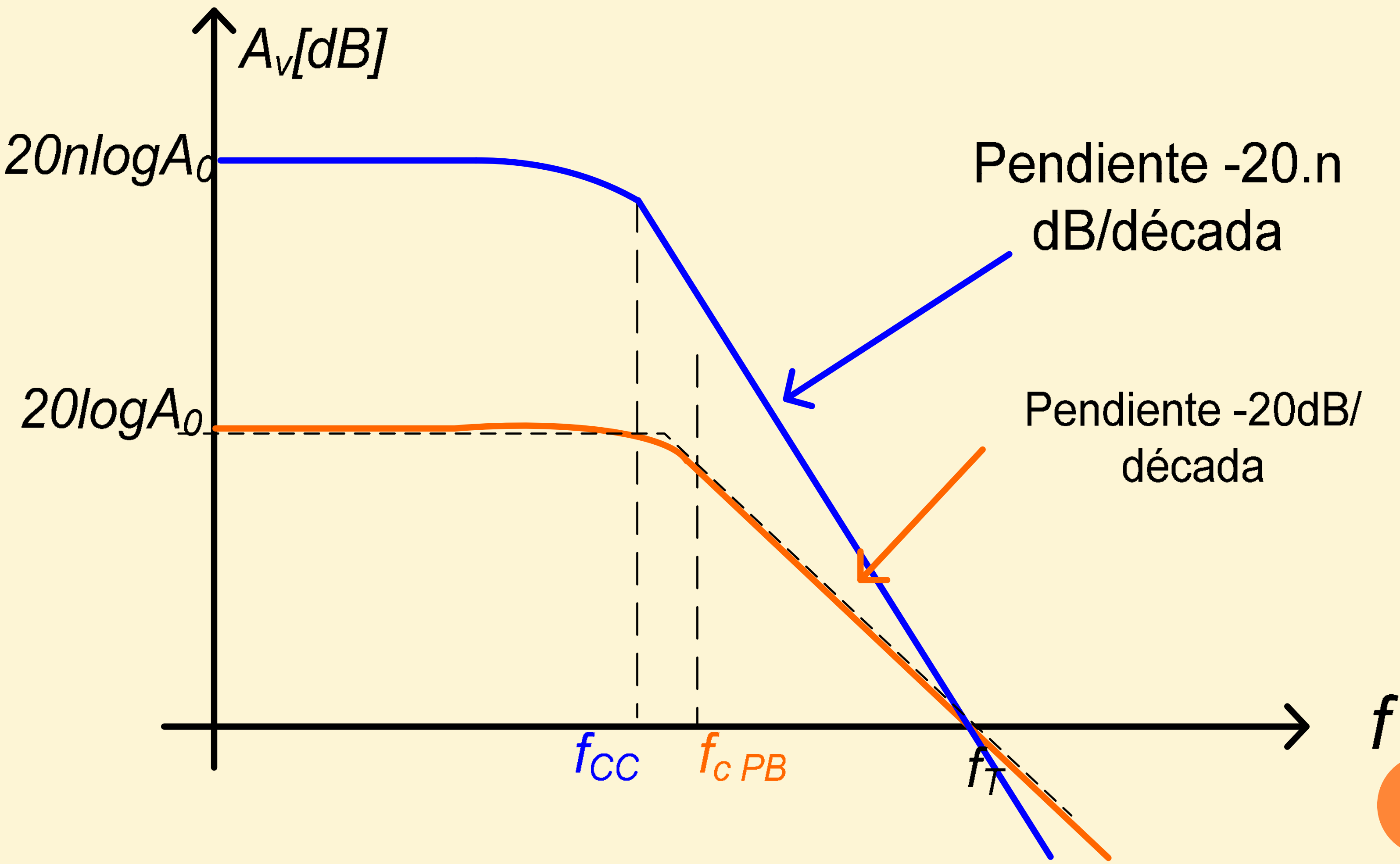
La ganancia para 10w es:

$$A_{V\,T}\,|dB| \approx 20.n.\log A_o - 20.n.\log \frac{10w}{w_C}$$

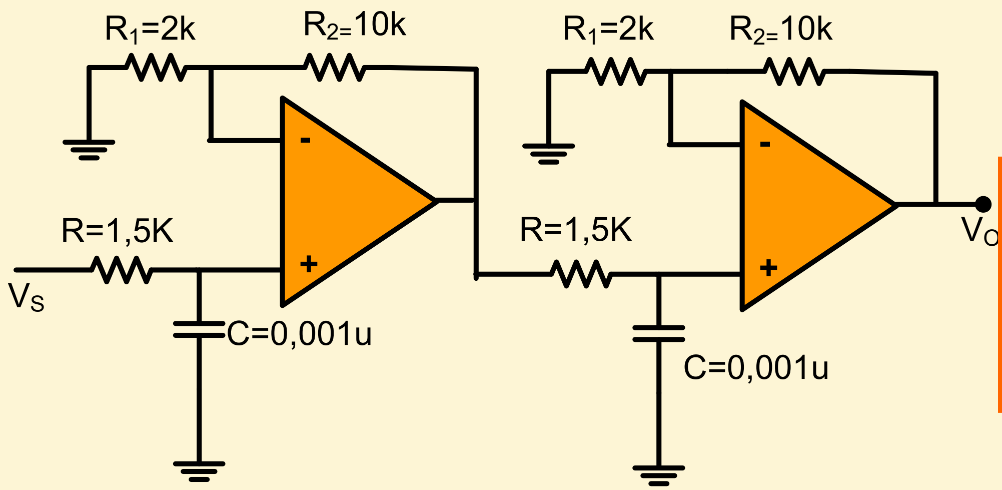
La pendiente es -20.n dB/déc

Se puede demostrar que la diferencia de fase entre la entrada y la salida es:

$$\varphi = -n.\tan g^{-1} w.C.R$$


$A_v[dB]$
$20nlogA_0$
$20logA_0$
Pendiente -20.n dB/década
Pendiente -20dB/ década
f_{CC}
$f_{c\ PB}$
f_T
f

CASCADA DE FILTROS PASA BAJOS- EJEMPLO



Para 1 etapa:

$$f_{C1} = \frac{1}{2.\pi.C.R} \approx 10610,3Hz$$

$$A_{O\ PB1} = 20\log\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 15,56dB$$

Para la cascada:

$$A_{o\ T}\left|dB\right| = 2.A_{o\ PB1}\left|dB\right| = 31.12$$

$$f_{C\ C} = f_{C\ PB}.\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$$

$$f_{C\ C} = 10610,3 \times 0,64$$

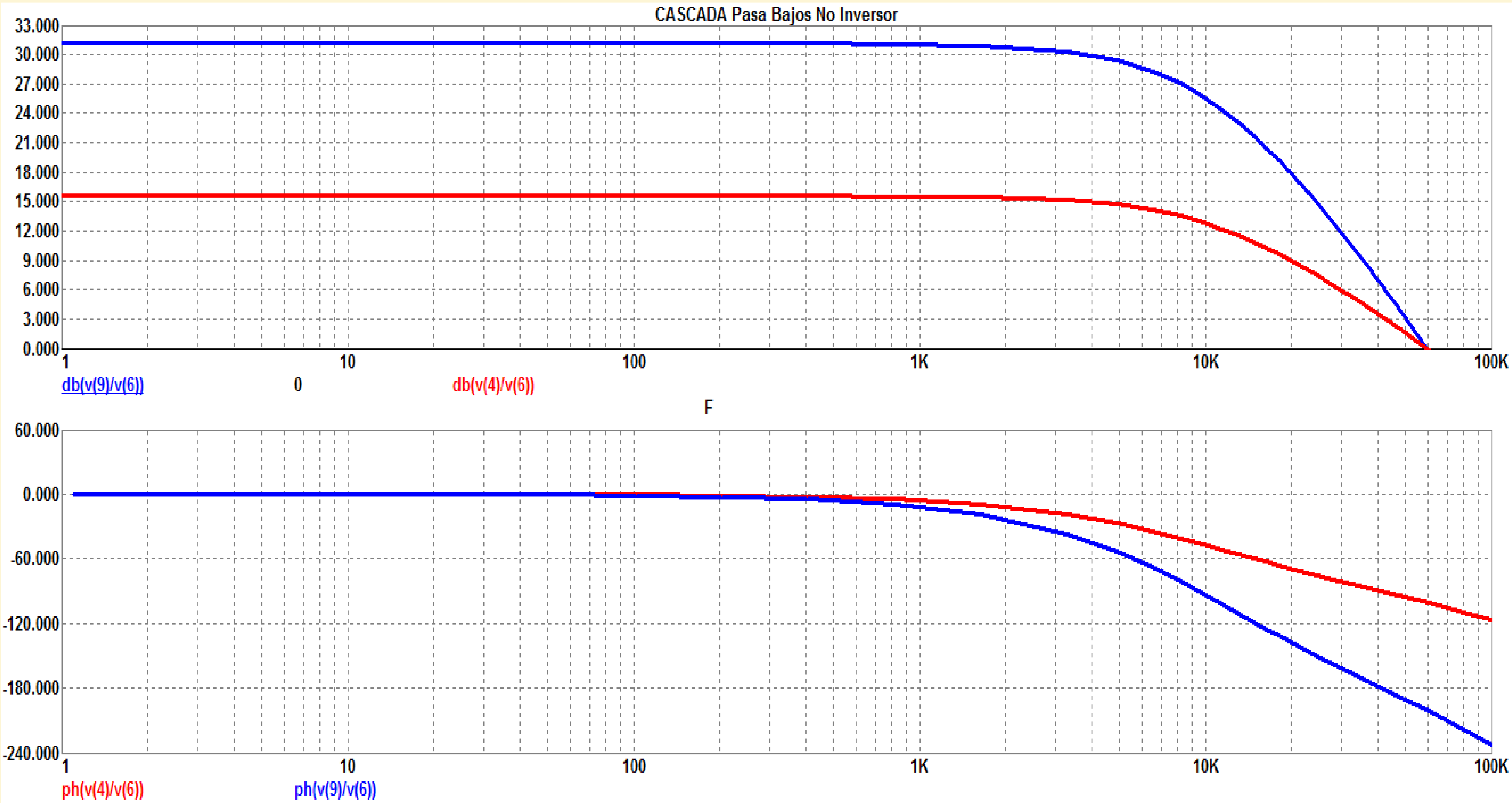
$$f_{C\ C} = 6828,73KHz$$

$$f_T = f_C.A_o = 10610,3x6$$

$$f_T = 63,66\ \mathrm{KHz}$$

VER SIMULACION

CASCADA DE FILTROS PASA BAJOS- EJEMPLO



CASCADA DE FILTROS PASA ALTOS

Inversor

$$|Av| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{\sqrt{1+(w_C/w)^2}}$$

No Inversor

$$|Av| = \frac{R_2}{R_1}\frac{1}{\sqrt{1+(w_C/w)^2}}$$

$$|A_V| = \frac{A_o}{\sqrt{1 + w_C^2/w^2}}$$

Se puede demostrar que para el caso que todos los filtros sean idénticos, igual ganancia y *fc*:

$$|A_{V\,T}| = \frac{A_o^{\,n}}{\left(1 + w_C^2/w^2\right)^{\frac{n}{2}}}$$

$$A_{O\,T}\,|dB| = 20.n.\log A_o - 10.n.\log\left(1 + w_C^2/w^2\right)$$

$$A_{O\,T}\,|dB| = n.\left(20.\log A_o - 10.\log\left(1 + w_C^2/w^2\right)\right)$$

$$A_{O\,T}\,|dB| = n.A_{O\,PA1}\,|dB|$$

La conexión en cascada aumenta la ganancia en la zona plana, aumenta la atenuación y reduce el Ancho de Banda

Aumento en la atenuación = Aumento en la pendiente

CASCADA DE FILTROS PASA ALTOS

En el punto de media potencia, se debe cumplir:

$$\left(1 + w_C{}^2 / w^2\right)^{\frac{n}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

La frecuencia de corte de la cascada es:

$$w_{C\,C} = \frac{w_{C\,PA}}{\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}}$$

$W_{c\,c}$ = frecuencia de corte de la cascada
$W_{c\,PA}$= frecuencia de corte de cada filtro Pasa Altos
$\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$ =factor de corrimiento de frecuencia de corte.
Aumenta con la frecuencia

Para $w \ll w_c$:
La ganancia para w es:

$$A_{V\,T}\left|dB\right| \approx 20.n.\log A_o - 20.n.\log \frac{w_C}{w}$$

La ganancia para 10w es:

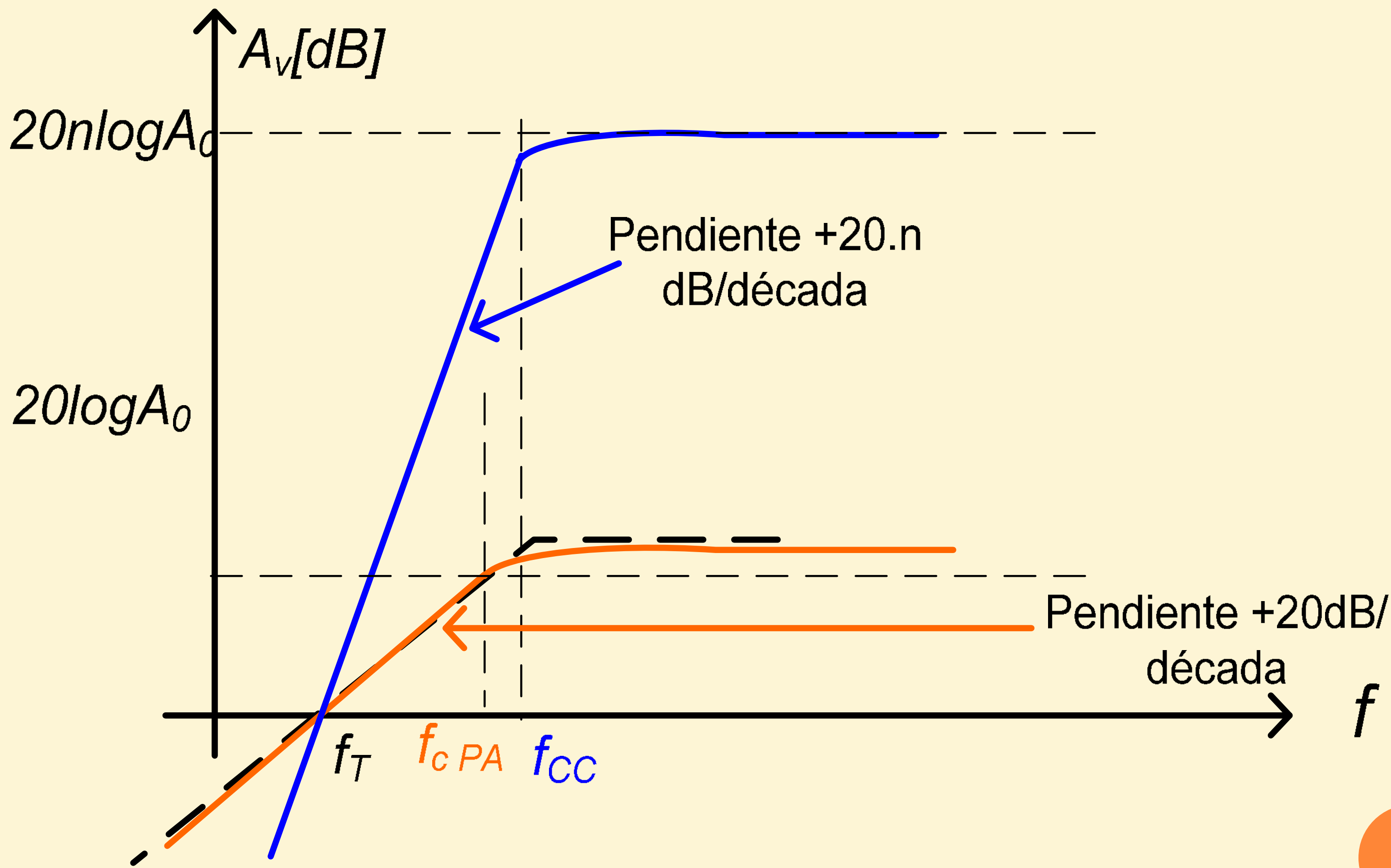
$$A_{V\,T}\left|dB\right| \approx 20.n.\log A_o - 20.n.\log \frac{w_C}{10w}$$

La pendiente es +20.n dB/déc

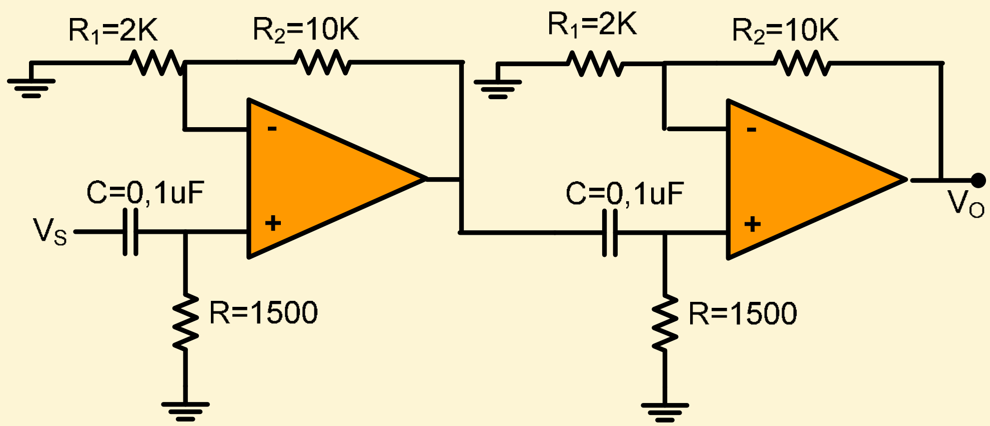
Se puede demostrar que la diferencia de fase entre la entrada y la salida es:

$$\varphi = -\pi - n.\tan g^{-1} \frac{w_c}{w}$$

CASCADA DE FILTROS PASA ALTOS



CASCADA DE FILTROS PASA ALTOS- EJEMPLO



Para 1 etapa:

$$|A_V| = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{\sqrt{1+\frac{w_C^2}{w^2}}} \wedge \varphi = -\tan g^{-1}\frac{w_C}{w}$$

$$f_C = \frac{1}{2.\pi.C.R} = 1061.57\,Hz$$

$$A_V = 20\log\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = 15{,}56\,dB$$

Para la cascada:

$$A_{oT}|dB| = A_{oPB1}|dB| + A_{oPB2}|dB|$$

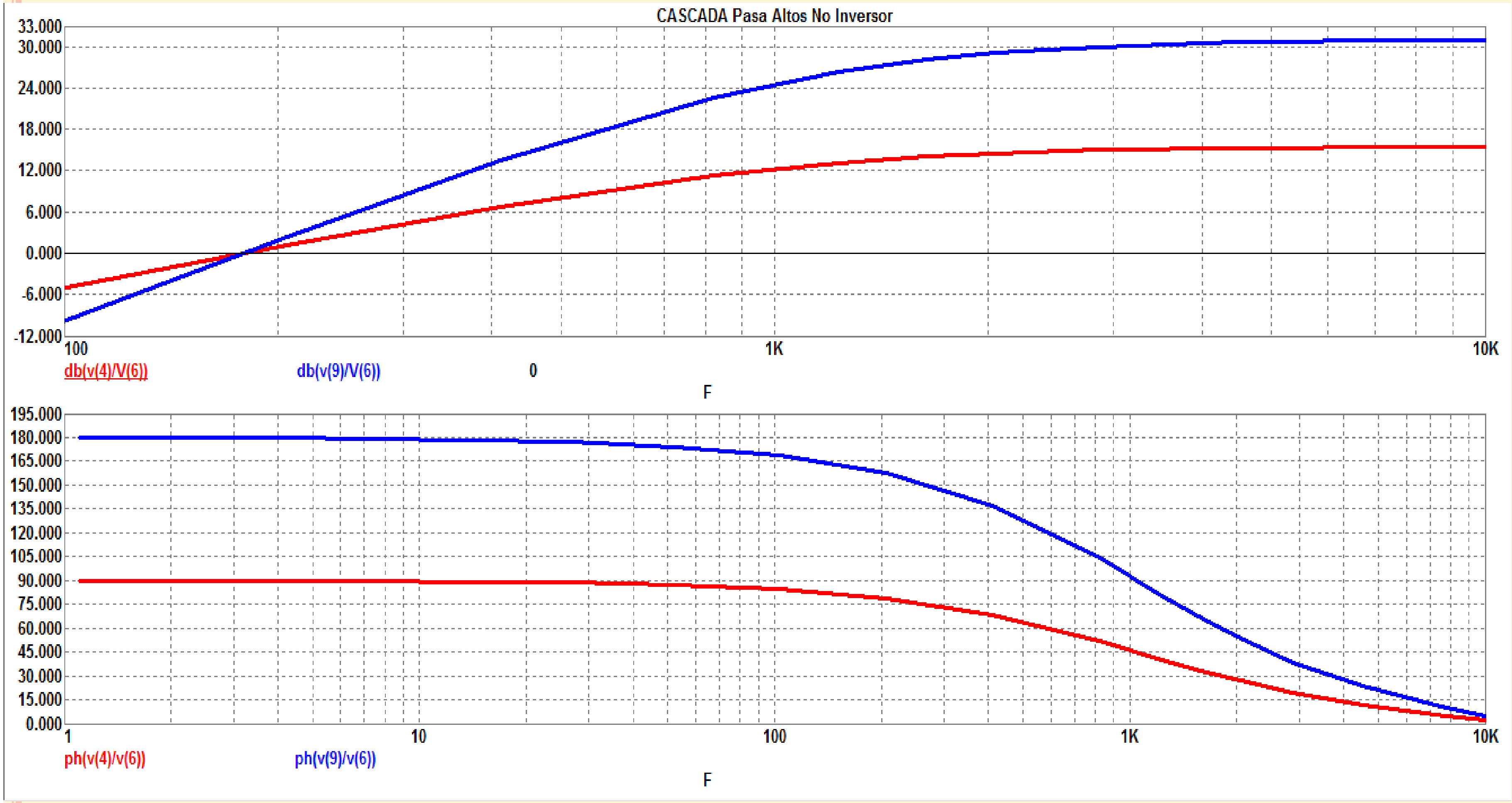
$$A_{oT}|dB| = 2.A_{oPB1}|dB|$$

$$A_{oT}|dB| = 31.12$$

$$f_{CC} = \frac{f_{CPA}}{\sqrt{2^{\frac{1}{n}}-1}}$$

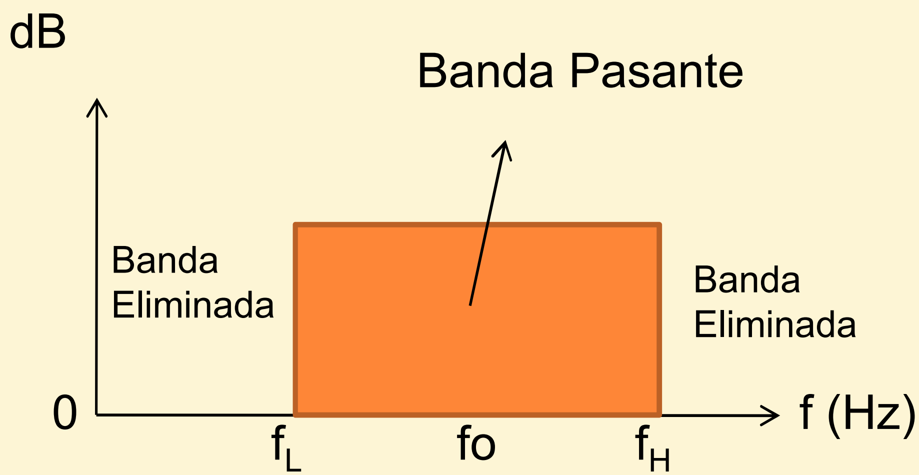
$$f_{CC} = 1061x1{,}55 = 1648\,Hz$$

CASCADA DE FILTROS PASA ALTOS- EJEMPLO



FILTRO PASABANDA IDEAL

Filtro Paso Banda ideal:
Permite el paso de señales cuyas frecuencias estén comprendidas por encima de una frecuencia de corte inferior f_L y por debajo de una frecuencia de corte superior f_H, rechazando las frecuencia fuera de este rango.



fc_L Frecuencia corte inferior
fc_H Frecuencia corte superior
fo Frecuencia central de operación

Características:
1. Magnitud constante de la función de transferencia en la banda de paso.
2. Frecuencia de corte abrupta, es decir atenuación infinita.
3. Fase Lineal respecto a la frecuencia

PARÁMETROS DE FILTROS PASABANDA

Los parámetros considerados en los Filtros son:

- Ancho de Banda (AB): Rango de frecuencia entre las frecuencias de corte superior e inferior

$$AB = f_H - f_L$$

- Frecuencia Central de operación (fo): Se calcula mediante la media geométrica entre las frecuencias de corte superior e inferior

$$fo = \sqrt{f_{CL} \cdot f_{CH}}$$

- Factor de mérito o factor de calidad (Q): indica la calidad del filtro

$$Q = \frac{fo}{AB}$$

Si Q es grande, significa que el AB es chico, o sea que la banda pasante es chica, por lo tanto es un filtro estrecho llamado de banda angosta. Por el contrario será de banda Ancha si Q es chico, ya que esto indica que el AB es grande. Q es una medida de la selectividad de un filtro.

Si Q≤10 ⇨ Banda Ancha

Si Q> 10 ⇨ Banda Angosta

FILTRO PASABANDA

En general un filtro pasa banda de banda ancha puede ser elaborado conectando en cascada secciones de filtros pasa altos y pasa bajos, el orden de las secciones debe de ser el mismo.

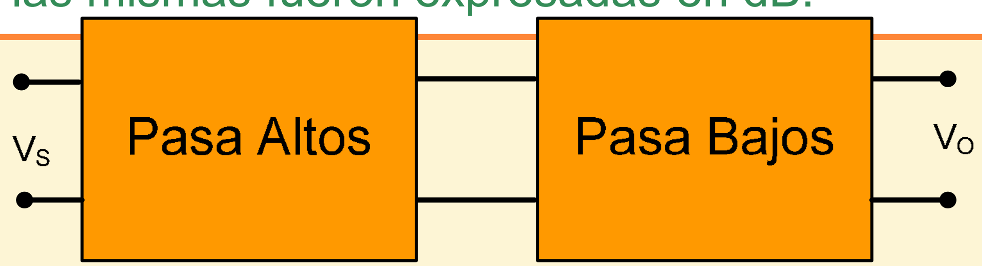
Es importante que las frecuencias de las secciones pasa bajos y pasa altos no se traslapen y que ambas tengan la misma ganancia en la banda de paso.

Para que esto se cumpla, la frecuencia de corte del filtro pasa bajos debe de ser **10 veces o más veces** la frecuencia de corte del filtro pasa altos.

El filtro de banda ancha obtenido mediante los filtros pasa bajos y pasa altos conectados en cascada tiene las siguientes características:

- La frecuencia de corte inferior está determinada solo por el filtro pasa altos
- La frecuencia de corte superior está determinada por el filtro pasa bajos
- La ganancia tendrá su valor máximo en la frecuencia central.

Para la obtención de la función de transferencia es posible sumar la función de transferencia del filtro pasa bajos con la función de transferencia del filtro pasa altos si las mismas fueron expresadas en dB.

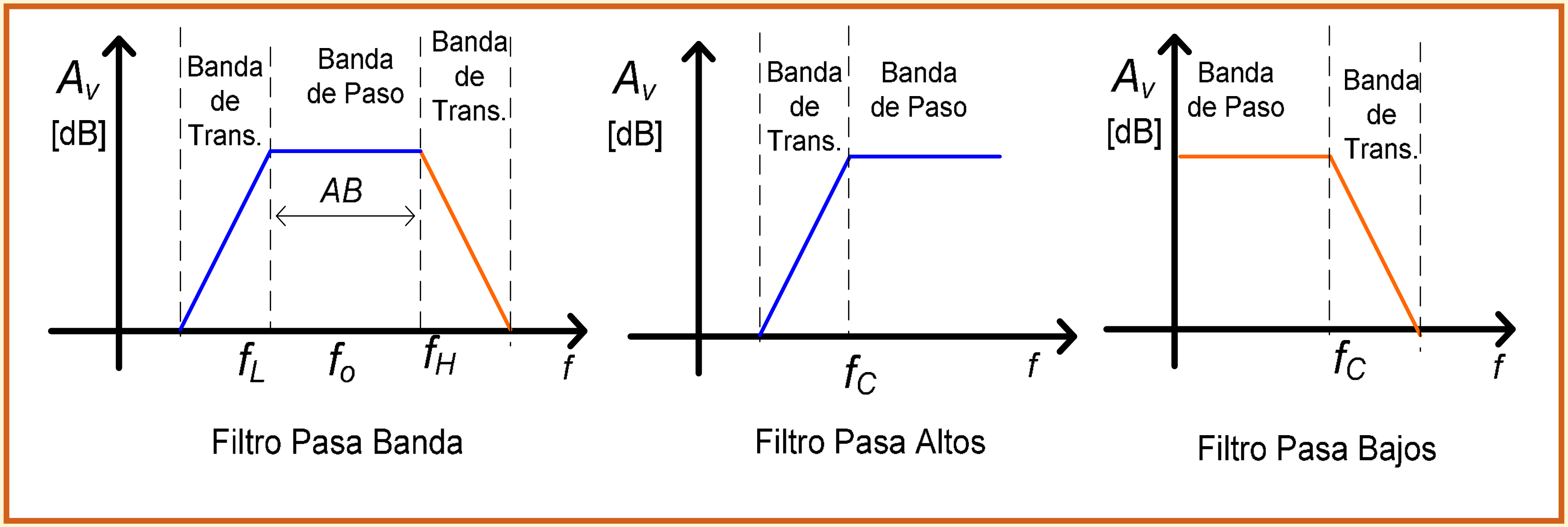


Pasabanda de banda Ancha

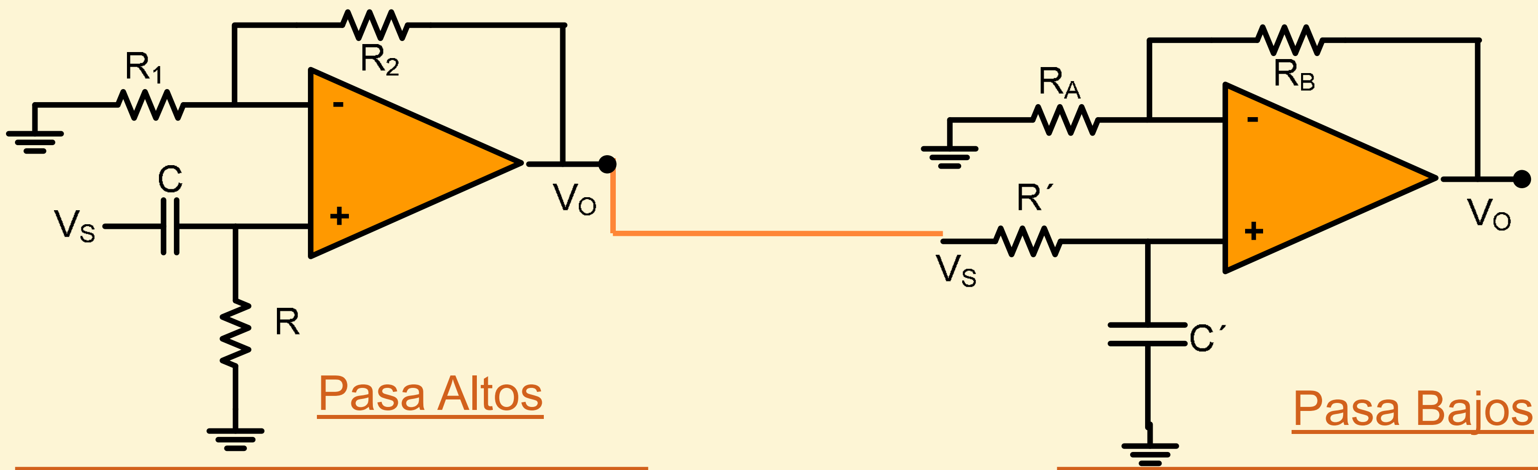
•Pendientes: ± 20 dB década

•Ganancia de tensión: es el producto de las ganancias de los filtros: PAltos y Pbajos, expresada en veces: $A_V = A_{V\ Pb} . A_{V\ PA}$

•Ganancia de tensión es la suma de las ganancias de los filtros: PAltos y Pbajos, expresada en dB: $A_V \left| dB \right| = A_{V\ Pb} + A_{V\ PA}$



FILTRO PASABANDA



$$A_V=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{1+\frac{1}{jwCR}}=A_{O1}\frac{1}{1+\frac{1}{jwCR}}$$

$$A_V=\left(1+\frac{R_B}{R_A}\right)\frac{1}{1+jwC'R'}=A_{O2}\frac{1}{1+jwC'R'}$$

$$|A_V|=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{\sqrt{1+1/w^2C^2R^2}}=\frac{A_{O1}}{\sqrt{1+\left(w_c/w\right)^2}}$$

$$\varphi=-\tan g^{-1}\,1/wCR=-\tan g^{-1}\,w_c/w$$

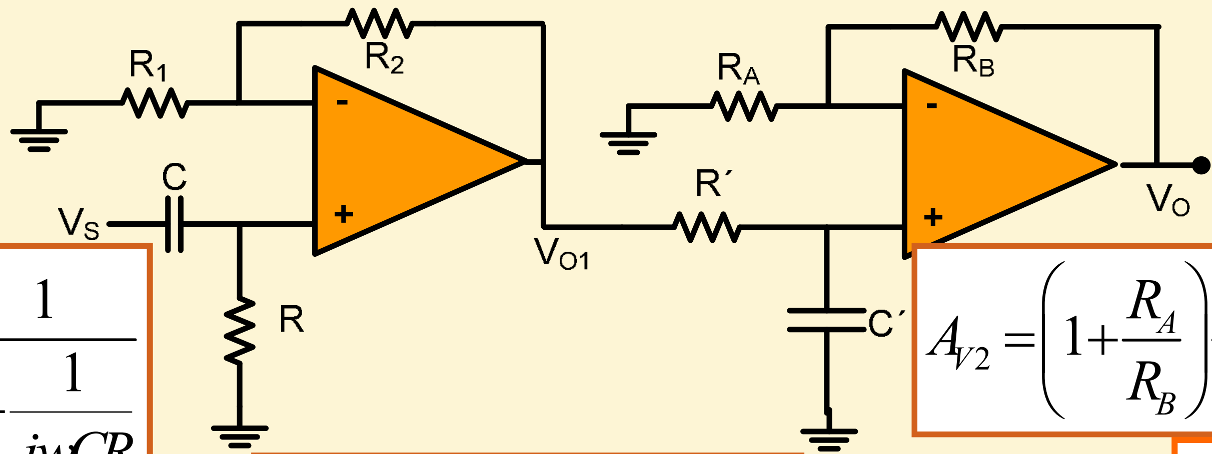
$$|A_V|=\left(1+\frac{R_B}{R_A}\right)\frac{1}{\sqrt{1+w^2C'^2R'^2}}=\frac{A_{O2}}{\sqrt{1+\left(w/w_c\right)^2}}$$

$$\varphi=-\tan g^{-1}\,wC'R'=-\tan g^{-1}\,w/w_c$$

$$\textit{Frecuencia de corte}\quad w_{C1}=\frac{1}{C.R}$$

$$\textit{Frecuencia de corte}\quad w_{C2}=\frac{1}{C'.R'}$$

FILTRO PASABANDA



$$Av_1 = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{1+\frac{1}{jwCR}}$$

$$w_{C1} = \frac{1}{C.R}$$

$$A_{V2} = \left(1+\frac{R_A}{R_B}\right)\frac{1}{1+jwC'R'}$$

$$w_{C2} = \frac{1}{C'.R'}$$

$$A_V = \frac{A_0}{1+jwC'R'}\cdot\frac{A_0}{1+\frac{1}{jwCR}}$$

$$A_V = A_0^2\frac{1}{1+j\frac{w}{w_H}}\cdot\frac{1}{1+j\frac{w_L}{w}}$$

Si las ganancias de ambos filtros son iguales en la zona plana:

$$A_0 = 1+\frac{R_A}{R_B} = 1+\frac{R_2}{R_1}$$

$$|A_V| = \frac{A_0^2}{\left(\sqrt{1+1/w^2C^2R^2}\right)\cdot\left(\sqrt{1+w^2C'^2R'^2}\right)} = \frac{A_0^2}{\sqrt{1+w_{C1}^2/w^2}\cdot\sqrt{1+w^2/w_{C2}^2}}$$

FILTRO PASABANDA

$$A_V|dB| = 20.\log A_0^2 - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{w}{w_{C2}}\right)^2} - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{w_{C1}}{w}\right)^2}$$

$$A_V|dB| = 40\log A_0 - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{w}{w_{C2}}\right)^2} - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{w_{C1}}{w}\right)^2}$$

Calculo de las pendientes:

Para $w \gg w_{C2}$: $\sqrt{1+(w/w_{C2})^2} \approx w/w_{C2}$ y $\sqrt{1+(w_{C1}/w)^2} \approx 1$

Para w: $A_V|dB| = 40.\log A_0 - 20\log\frac{w}{w_{C2}}$

Para 10w: $A_V|dB| = 40.\log A_0 - 20\log\frac{10w}{w_{C2}}$

$$A_V|dB| = 40.\log A_0 - 20\log\frac{w}{w_{C2}} - 20$$

Para $w \gg w_{C2}$ la pendiente es de -20dB/dec

FILTRO PASABANDA

Calculo de las pendientes:

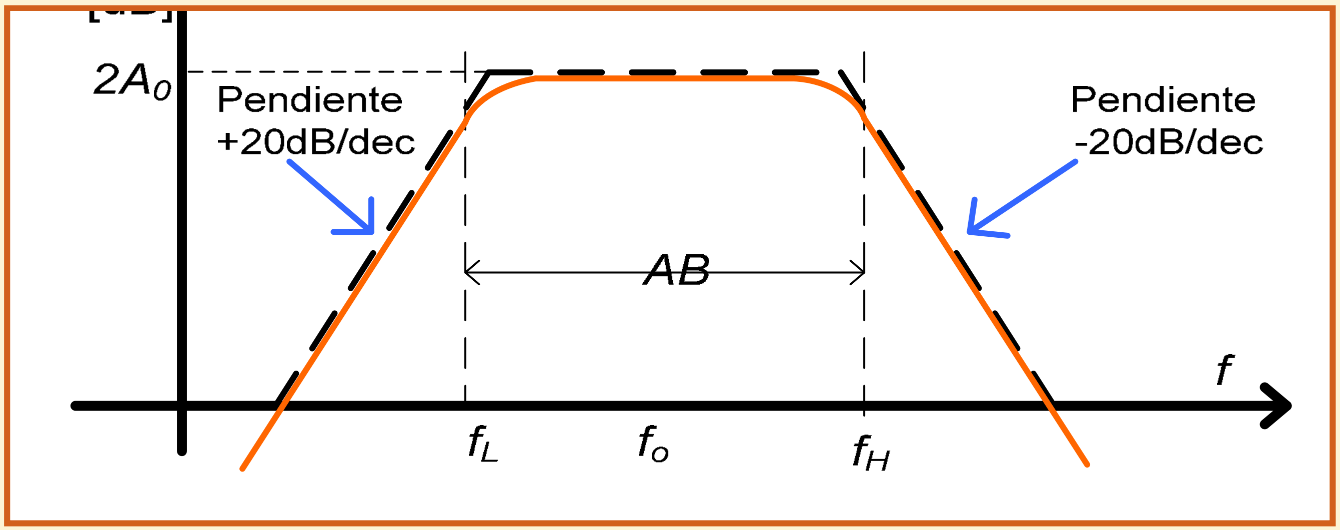
Para $w \ll w_{C1}$: $\sqrt{1+\left(w/w_{C2}\right)^2} \approx 1$ y $\sqrt{1+\left(w_{C1}/w\right)^2} \approx w_{C1}/w$

Para w: $A_V|dB| = 40.\log A_0 - 20\log\frac{w_{C1}}{w}$

Para 10w: $A_V|dB| = 40.\log A_0 - 20\log\frac{w_{C1}}{10w}$

$A_V|dB| = 40.\log A_0 - 20\log\frac{w_{C1}}{w} + 20$

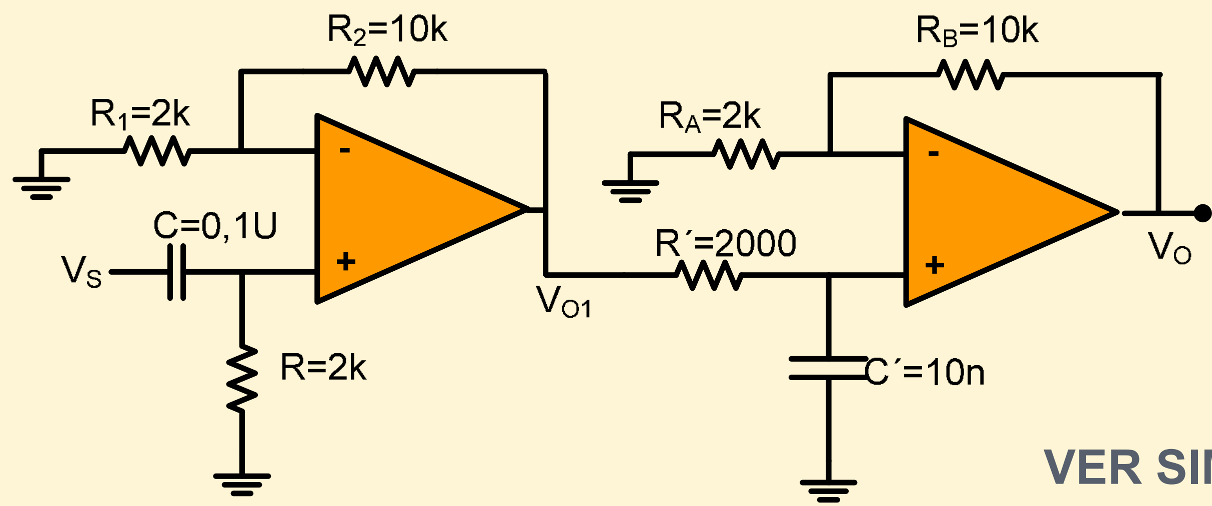
Para $w \ll w_L$ la pendiente es de +20dB/dec



$$w_0 \approx \sqrt{\frac{1}{CR}.\frac{1}{C'R'}}$$

$$f_L < f_{C1}$$
$$f_H > f_{C2}$$

FILTRO PASABANDA - EJEMPLO



VER SIMULACIÓN

$$|A_V| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{w^2 C^2 R^2}}} \quad \wedge \quad \varphi = -\tan g^{-1} \frac{1}{wCR}$$

$$|A_V| = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + w^2 C'^2 R'^2}} \quad \wedge \varphi = -\tan g^{-1} wC'R'$$

$$f_{C1} = \frac{1}{2.\pi.C.R} = 796,2\,Hz$$

$$A_{V1} = 20 \log\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 15,56\,dB$$

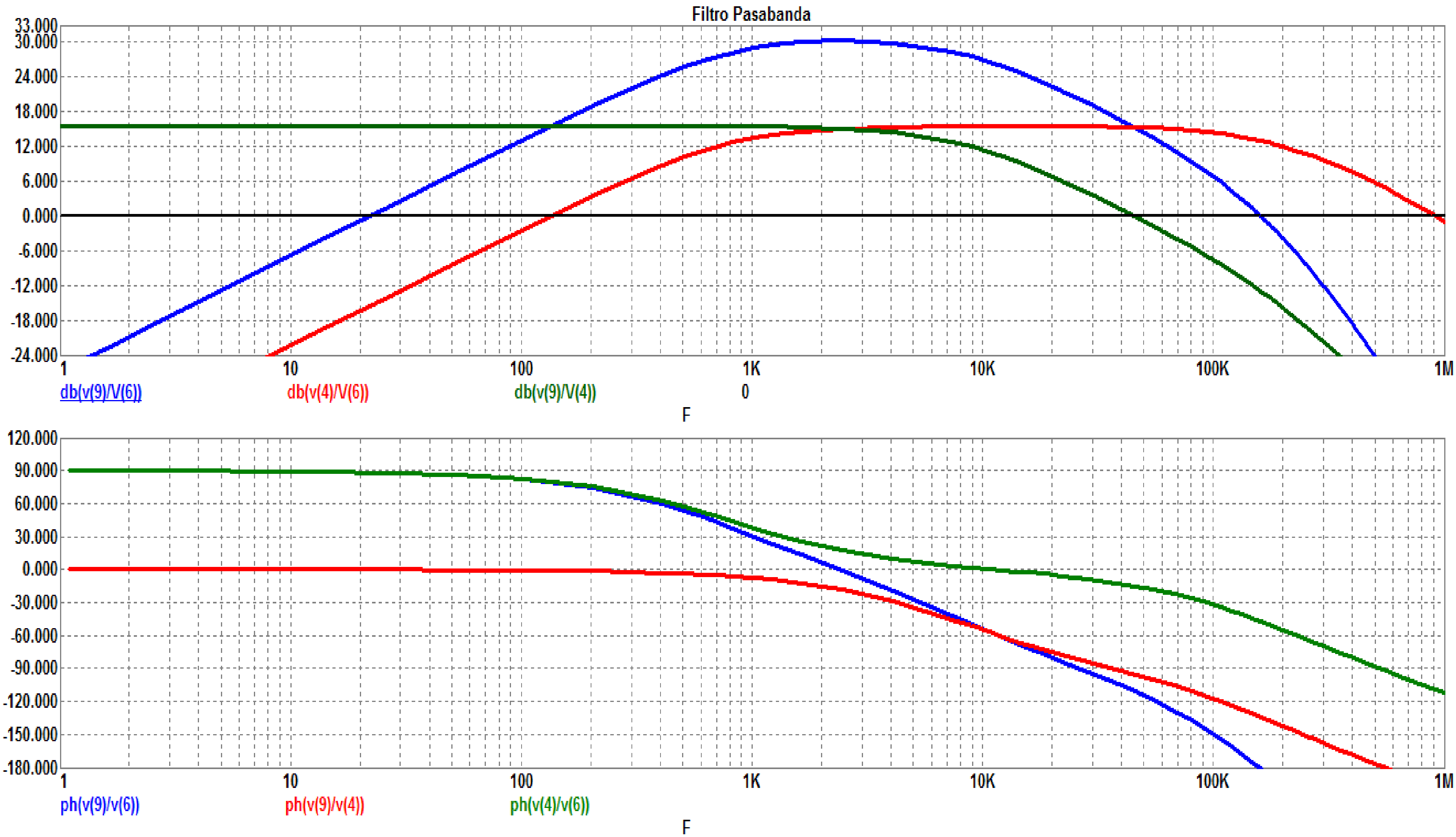
$$f_{C2} = \frac{1}{2.\pi.C'.R'} \approx 7961,8\,Hz$$

$$A_{V2} = 20 \log\left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) = 15,56\,dB$$

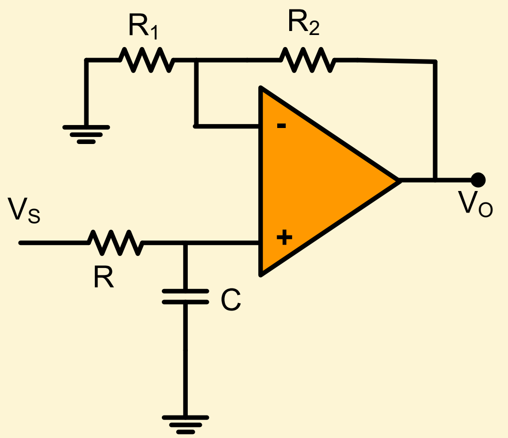
$$fo \approx \sqrt{f_{C1} \cdot f_{C2}} = 2517,7\,Hz$$

$$A_{Vo} = A_{V1} + A_{V2} = 31,12\,dB$$

FILTRO PASABANDA - EJEMPLO



FILTRO PASA BAJOS- RESUMEN



$$\left|A_V\right| = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{\sqrt{1+w^2C^2R^2}} = \frac{A_O}{\sqrt{1+w^2/w_C{}^2}}$$

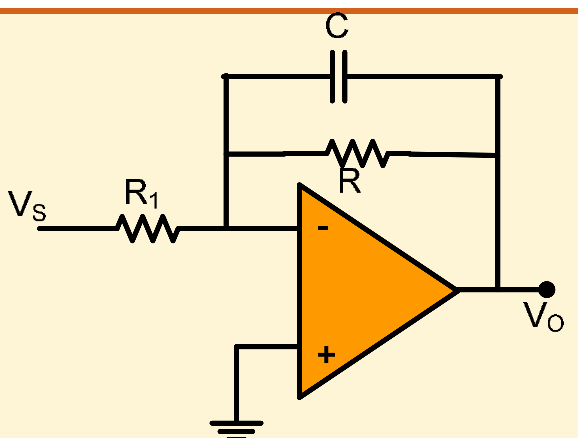
$$\varphi = -\tan g^{-1} wCR = -\tan g^{-1}\frac{w}{wc}$$

$$w_T = w_c . A_o$$

[Volver a pasabanda]

[Volver a cascada]

$$Frecuencia \quad de \quad corte \quad w_c = \frac{1}{C.R}$$

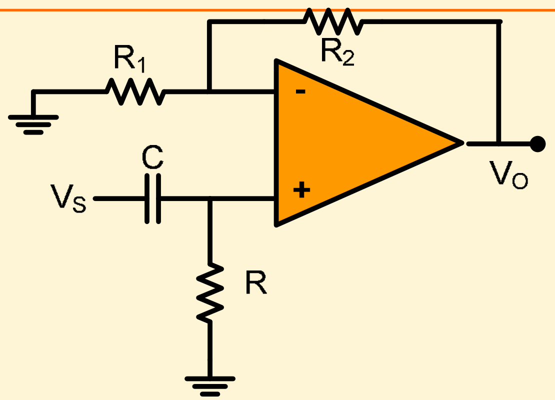


$$\left|A v\right| = \frac{R}{R_1}\frac{1}{\sqrt{1+w^2C^2R^2}} = \frac{A_o}{\sqrt{1+w^2/w_c{}^2}}$$

$$\varphi = -\pi - \tan g^{-1} w.C.R = -\pi - \tan g^{-1}\frac{w}{wc}$$

<u>Observar</u>: El modulo de la ganancia (magnitud) es el mismo en ambos casos. Las fases también son idénticas, excepto por un atraso de 180° en el circuito inversor

FILTRO PASA ALTOS- RESUMEN



$$|A_V| = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{w^2C^2R^2}}} = \frac{A_O}{\sqrt{1+\left(\frac{w_c}{w}\right)^2}}$$

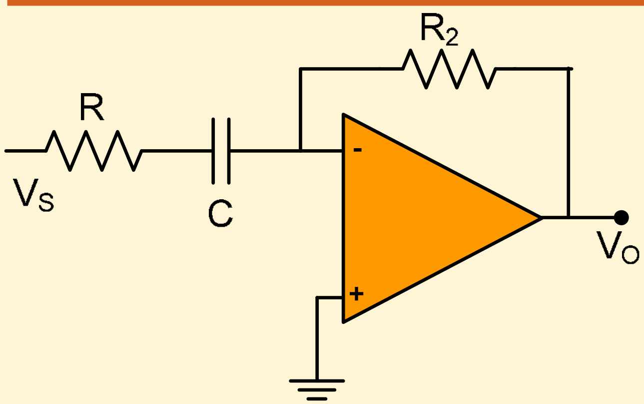
$$\varphi = -\tan g^{-1}\frac{1}{wCR} = -\tan g^{-1}\frac{w_c}{w}$$

$$Frecuencia \quad de \quad corte \quad w_c = \frac{1}{C.R}$$

$$w_T = \frac{w_c}{A_o}$$

Volver a pasabanda

Volver a cascada



$$|Av| = \frac{R_2}{R_1}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{w_C}{w}\right)^2}} = \frac{A_o}{\sqrt{1+\left(\frac{w_C}{w}\right)^2}}$$

$$\varphi = -\pi - \tan g^{-1}\frac{w_C}{w}$$

<u>Observar</u>: El modulo de la ganancia (magnitud) es el mismo en ambos casos. Las fases también son idénticas, excepto por un atraso de 180° en el circuito inversor