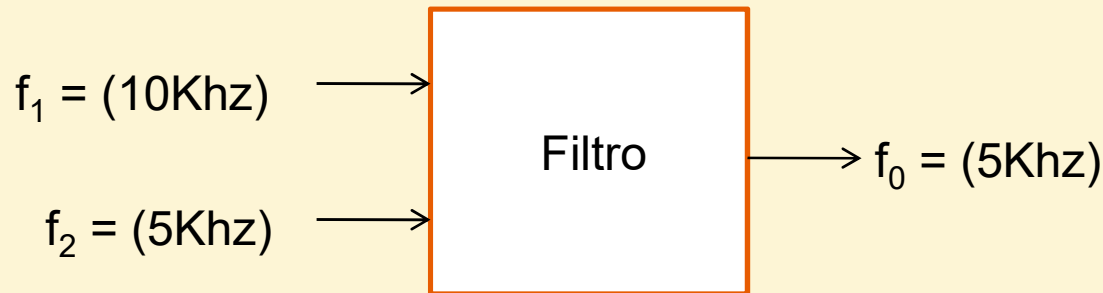


Introducción

- En los sistemas eléctricos y electrónicos, se desea manejar información la cual debe estar dentro de ciertas frecuencias.
- Pero, ciertos grupos de frecuencias se deben permitir pasar y las demás eliminar.
- Esta importante función es realizada por los **filtros**.
- Se denomina FILTRO a los sistemas electrónicos, que presentan características selectivas de frecuencias.
- Básicamente significa que la atenuación en ellos es variable con la frecuencia, lo cual permite discriminar las señales que pasarán libremente a través del filtro, las cuales quedarán atenuadas.

- Un filtro es un circuito eléctrico cuya función es modificar o manipular en general, el espectro en frecuencias de una señal de entrada de acuerdo a determinadas especificaciones.
- Son Redes de dos puertos que funcionan en el dominio de la frecuencia, cuya finalidad se centra en el paso o rechazo de una señal de entrada en un intervalo específico de frecuencias, según las especificaciones de diseño.



Se denomina espectro de una señal a su descomposición en una escala de amplitudes respecto de la frecuencia, y se hace por medio de un análisis matemático (Series de Fourier), o poder observarlas por medio de un analizador de espectro.

El osciloscopio es un instrumento que muestra una forma de onda en función del tiempo, el analizador lo hace en función de la frecuencia.

FILTROS: CLASIFICACIÓN

TEMA 4

- Según si la magnitud a filtrar es o no eléctrica (corriente o tensión): *filtro eléctrico*. Existen también *filtros mecánicos*, *filtros acústicos*, *filtros ópticos*, etc.
- Según su comportamiento: *filtros lineales* y *filtros no lineales*
- Según el tipo de señal: *filtros analógicos* y *filtros digitales*. En los filtros analógicos la señal puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo, mientras que en los digitales la señal toma sólo valores discretos.
- Según la Ganancia: *filtros activos* o *filtros pasivos* según empleen o no fuentes controladas (elementos activos, tales como amplificadores y sus derivados). Los filtros eléctricos pasivos se implementan en general con bobinas e inductores y capacitores. Dado que las bobinas son elementos voluminosos, pesados y costosos, el empleo de filtros pasivos es poco conveniente excepto en frecuencias bastante altas. Los inductores pueden eliminarse mediante el uso de amplificadores y técnicas de realimentación.
- Según la porción del espectro que dejan pasar: *filtros pasa bajo*, *pasa alto*, *pasa banda* y *rechaza banda*

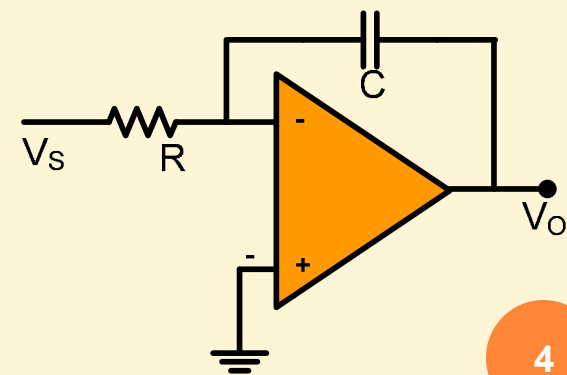
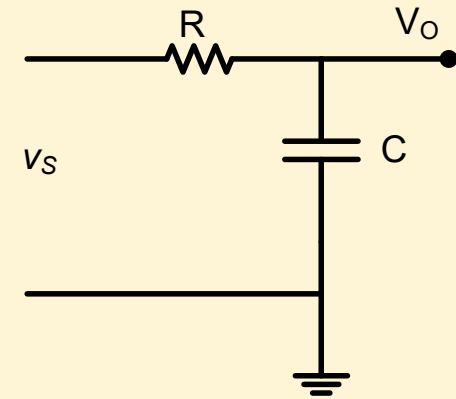
En este capítulo se verán los *filtros eléctricos, analógicos, lineales y activos*.

Objetivo: diseñar, analizar un filtro activo que satisfaga los requerimientos de un problema dado.

FILTROS PASIVOS

TEMA 4

- Los filtros pasivos son circuitos selectores de frecuencias contruidos sólo con elementos pasivos (resistencias, condensadores e inductancias).
- Este hecho hace que sean incapaces de amplificar señales, por lo que atenuan prácticamente las señales en todo su rango de operación (salvo excepciones en torno a la frecuencia de resonancia)
- Los filtros activos son dispositivos que no sólo son capaces de impedir o permitir el paso de señales a determinados valores o rangos de frecuencias, sino también de amplificarlas. Para que esto sea posible, hay que agregar elementos activos como los amplificadores operacionales



COMPARACIÓN ENTRE FILTROS ACTIVOS Y PASIVOS

TEMA 4

Ventajas de los filtros activos respecto de los pasivos

- Permiten amplificar en la banda pasante.
- Pueden presentar una impedancia de entrada muy alta y una impedancia de salida baja.
- No son necesarias las bobinas para presentar ciertas respuestas.
- Facilitan el diseño por etapas en cascada.
- Aplicación para bajas frecuencia

Desventajas de los filtros activos respecto de los pasivos

- Requieren de fuente de alimentación.
- Los valores de tensión de salida quedan limitados por los niveles de alimentación del amplificador operacional.
- El Ancho de Banda de los A.O. limita la respuesta en frecuencia.

Los **Filtros pasivos** son especialmente apropiados para aplicaciones de

- Media y alta Potencia.
- Alta frecuencia.

Los **Filtros activos** son especialmente apropiados para aplicaciones de

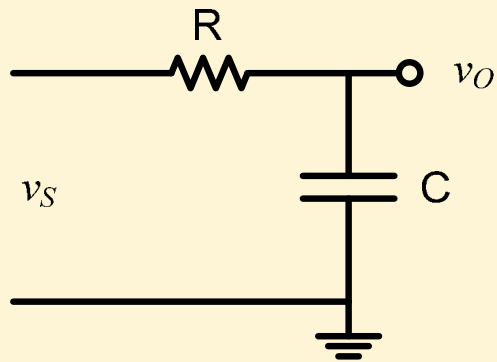
- Baja Potencia.
- Media y baja Frecuencia.

El estudio de los filtros implica:

- ❑ Diseño de un filtro determinado: estudio de configuraciones y criterios de diseño.
- ❑ Determinación de las características del filtro: Estudio de la respuesta en frecuencia del filtro, o sea el trazado de diagrama de Bode de amplitud y fase

FILTRO PASA BAJOS PASIVO

TEMA 4

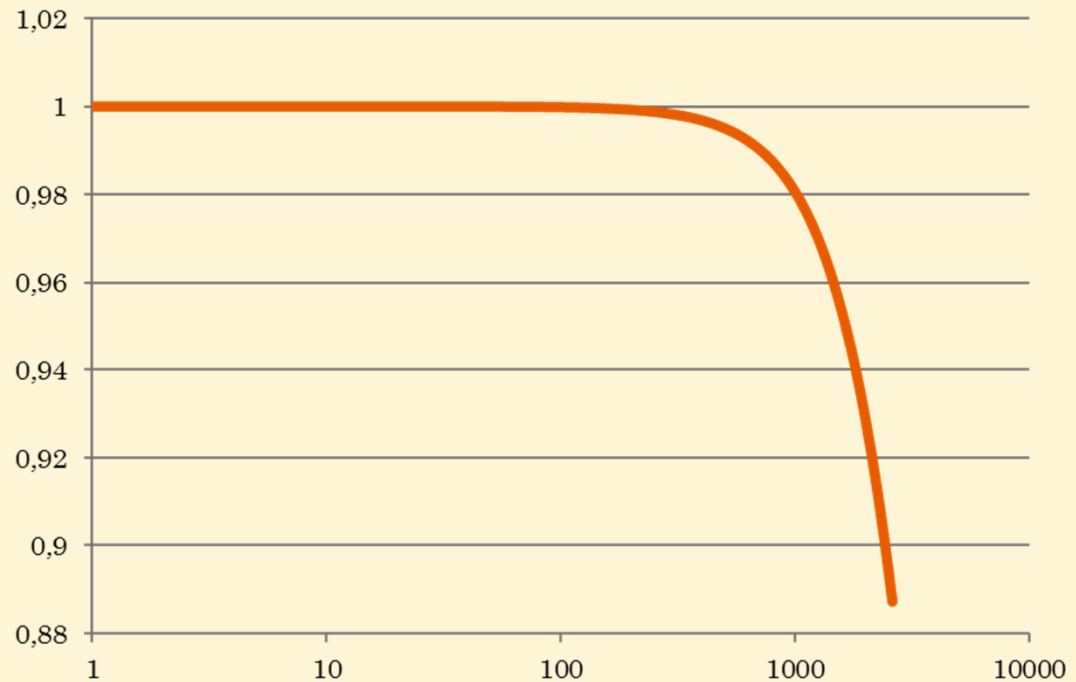


Ejemplo:

R= 2K, C=100nF

$$v_o = v_s \cdot \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C}$$
$$\frac{v_o}{v_s} = \frac{1}{1 + j\omega CR}$$

$$\left| \frac{v_o}{v_s} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}}$$
$$\angle \left(\frac{v_o}{v_s} \right) = -\text{tg}^{-1} \omega CR$$



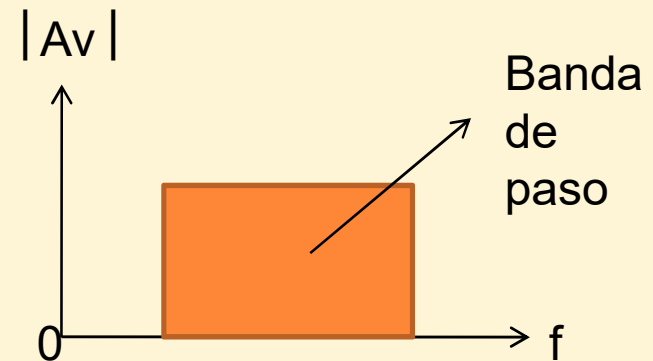
Respuesta en frecuencia de un Filtro Activo ideal

Es la representación gráfica de la ganancia de tensión del filtro (A_v) en función de la frecuencia (f).

Se llama **Banda de paso** al intervalo de frecuencias que el filtro deja pasar con atenuación inferior a -3dB

Se llama **frecuencia de corte f_c** al valor de frecuencia para el cual la A_v se reduce en 3dB con respecto a la ganancia de la banda de paso.

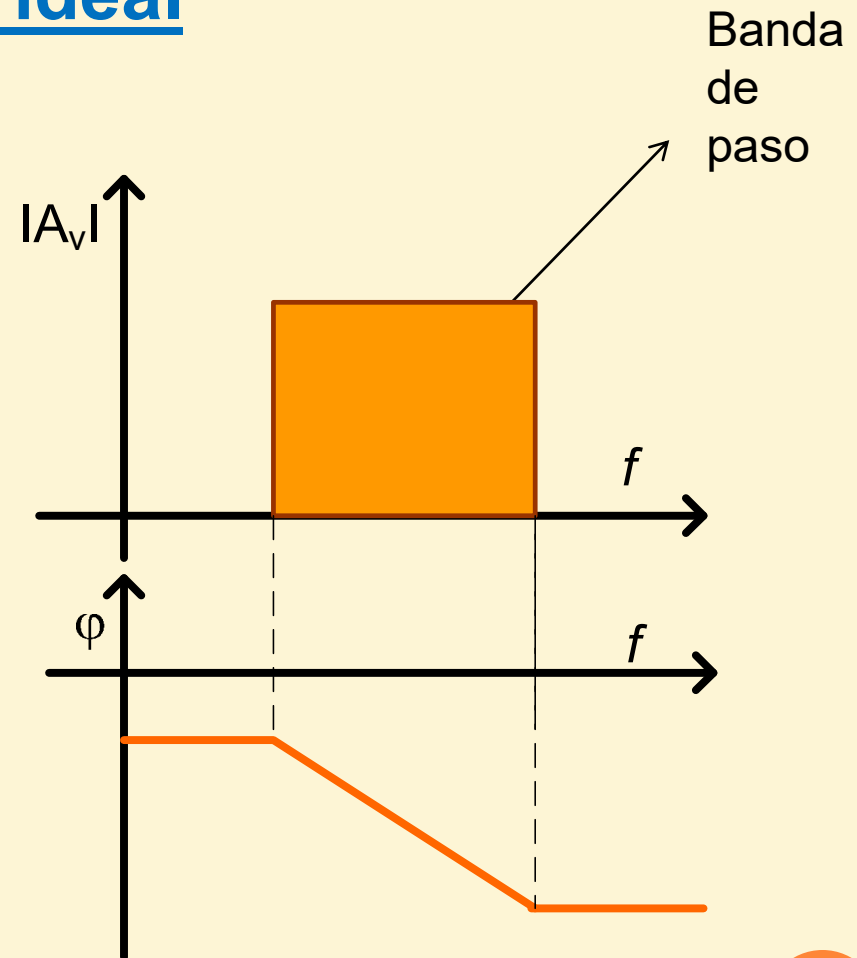
Como A_v puede tener valores muy grandes para alguna frecuencias y muy pequeño para otras, se utiliza el dB.
Recordar: $1\text{dB} = 20 \text{ Log } A_v$, donde la $A_v = V_o/V_s$



Filtro ideal

Características

1. Magnitud constante de la función de transferencia en la banda de paso.
2. Frecuencia de corte abrupta, es decir atenuación infinita.
3. En la zona de paso la Fase varía en forma Lineal respecto a la frecuencia



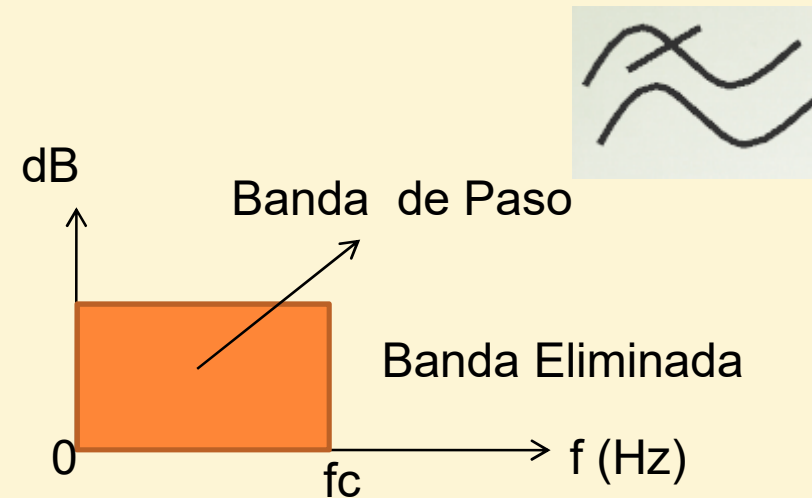
FILTROS ACTIVOS

TEMA 4

Tipos de Filtros Activos: Según su respuesta en frecuencia, existen cuatro tipos de filtros

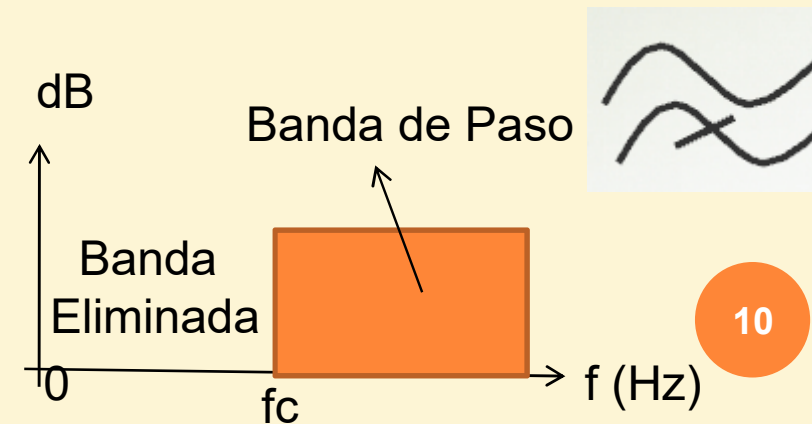
Filtro Paso Bajo ideal:

Permite el paso de señales cuyas frecuencias estén comprendidas desde 0 hasta una frecuencia de corte f_c y rechaza todas las frecuencias por encima de dicha f_c .



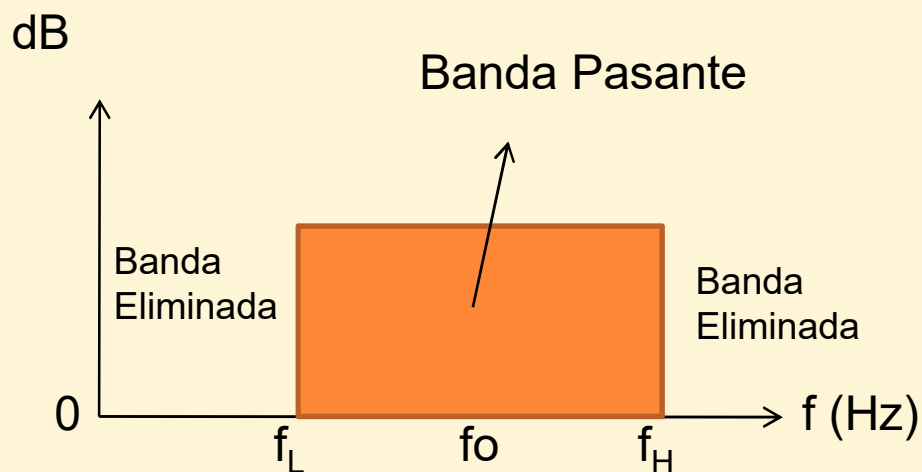
Filtro Paso Alto ideal :

Permite el paso de señales cuyas frecuencias estén comprendidas por encima de una frecuencia de corte f_c y rechaza todas aquellas que estén entre 0 y dicha frecuencia de corte.



Filtro Paso Banda ideal:

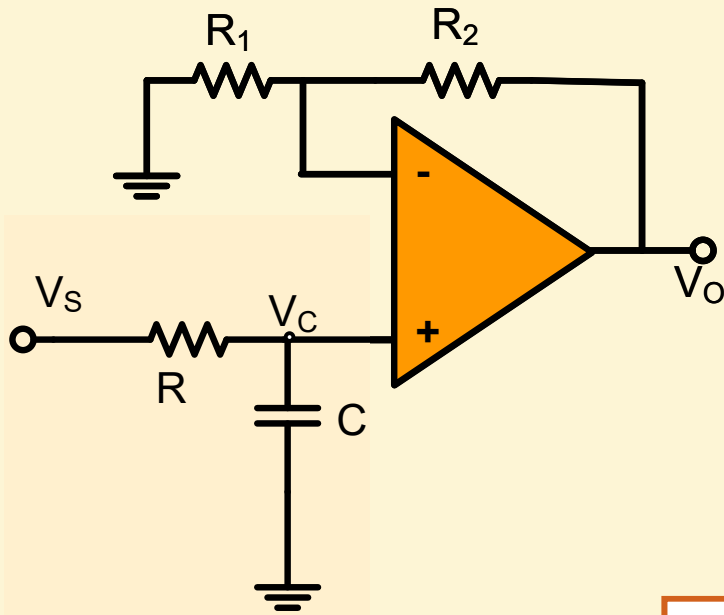
Permite el paso de señales cuyas frecuencias estén comprendidas por encima de una frecuencia de corte inferior f_{cL} y por debajo de una frecuencia de corte superior f_{cH} , rechazando las frecuencia fuera de este rango.



f_{cL} Frecuencia corte inferior
 f_{cH} Frecuencia corte superior
 f_0 Frecuencia central de operación

FILTRO PASA BAJOS NO INVERSOR

TEMA 4



$$v_c = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} v_s = \frac{1}{1 + j\omega CR} v_s$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_c$$

$$A_v = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + j\omega CR}$$

Como:

$$A_o = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$



$$A_v = \frac{A_o}{1 + j\omega CR}$$

$$|A_v| = \frac{A_o}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} = \frac{A_o}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

$$\varphi = -\tan^{-1} \omega CR$$

FILTRO PASA BAJOS NO INVERSOR

TEMA 4

$$\text{Para } \omega=0 \quad |A_v| = 1 + \frac{R_2}{R_1} = A_o$$
$$|A_v|_{dB} = 20 \log A_o \wedge \varphi = 0$$

$$|A_v| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}$$
$$\varphi = -\tan^{-1} \omega CR$$

$$|A_v| = A_o \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$
$$\varphi = -\tan^{-1} \frac{\omega}{\omega_c}$$

$$\text{Para } \omega = \omega_c = \frac{1}{CR} \Rightarrow |A_v| = \frac{A_o}{\sqrt{2}}$$
$$|A_v|_{dB} = 20 \log A_o - 3 \wedge \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

Para $\omega = 1/CR$ la ganancia cae 3dB (en veces cae a un 70%) \Rightarrow que determina la frecuencia de corte ω_c \Rightarrow Punto de media potencia

Para $w \gg w_c \Rightarrow |Av| \cong A_o \frac{w_c}{w}$

Cálculo de f_T

$$A_o \frac{w_c}{w} = 1 \Rightarrow w_T = \frac{A_o}{R.C} = A_o \cdot w_c$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$



$$|Av| = A_o \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{w}{w_c}\right)^2}}$$

$$\varphi = -\tan^{-1} \frac{w}{w_c}$$



Para $w \gg w_c$

$$|A_v| = 20 \log 0 = -\infty$$

$$\wedge \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

Para f_T

$$Av = 20 \log 1 = 0$$

$$\varphi = -\tan^{-1} \frac{w}{w_c} = -\tan^{-1} \infty = -\frac{\pi}{2}$$

FILTRO PASA BAJOS NO INVERSOR

TEMA 4

Cálculo de la pendiente de la curva A_v vs frecuencia:

$$|A_v| = A_o \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

Si: $\omega > \omega_c \therefore |A_v| \cong \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{\omega_c}{\omega}$

Para una frecuencia ω_1 , la ganancia de tensión en dB es:

$$\therefore |A_{v_1}|_{dB} = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + 20 \log \omega_c - 20 \log \omega_1$$

El intervalo entre dos frecuencias cuya razón es 10 se llama “*década*”. Así, dadas ω_1 y ω_2 , siendo $\omega_2 = 10\omega_1$, el intervalo entre ellas es una década.

Para una frecuencia ω_2 , la ganancia de tensión en dB es:

$$\therefore |A_{v_2}|_{dB} = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + 20 \log \omega_c - 20 \log \omega_2$$

FILTRO PASA BAJOS INVERSOR

TEMA 4

Como $\omega_2 = 10\omega_1$, reemplazando:

$$\therefore A v_2 |dB| = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + 20 \log \omega_c - 20 \log \omega_1 - 20 \log 10$$

$$\therefore A v_2 |dB| = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + 20 \log \omega_c - 20 \log \omega_1 - 20$$

La diferencia entre las ganancias A_{v1} y A_{v2} es:

$$\therefore A v_2 |dB| - A v_1 |dB| = -20$$

- La pendiente de la recta asintótica para un circuito de primer orden, cuando $\omega \gg \omega_c$, es de $-20dB/década$.
- La asíntota interseca la línea de 0dB en $\omega = \omega_T$ (*frecuencia de ganancia unitaria*).

Cálculo de la pendiente de la curva A_v vs frecuencia:

$$w > w_c \therefore |A_v| \approx \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{w_c}{w}$$

Para una frecuencia w_1 , la ganancia de tensión en dB es:

$$\therefore A_{v_1} |dB| = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + 20 \log w_c - 20 \log w_1$$

El intervalo entre dos frecuencias cuya razón es 2 se llama "**OCTAVA**". Así, dadas ω_1 y ω_2 , siendo $\omega_2 = 2\omega_1$, el intervalo entre ellas es una octava.

Para una frecuencia w_2 , la ganancia de tensión en dB es:

$$\therefore A_{v_2} |dB| = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + 20 \log w_c - 20 \log w_2$$

Como $\omega_2 = 2\omega_1$, reemplazando :

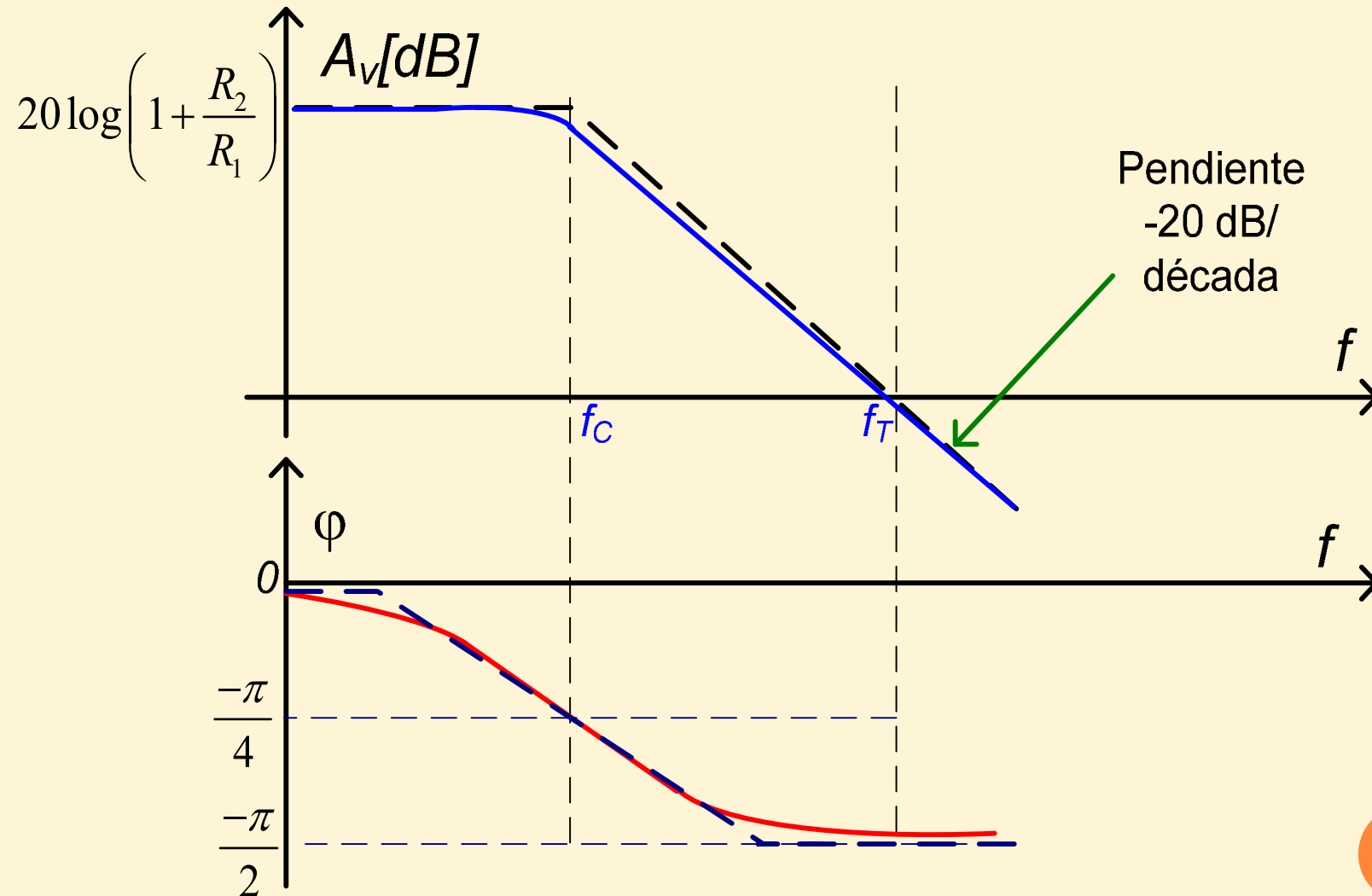
$$\therefore A_{v_2} |dB| = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + 20 \log w_c - 20 \log w_1 - 20 \log 2$$

$$\therefore A_{v_2} |dB| = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + 20 \log w_c - 20 \log w_1 - 6$$

La diferencia entre las ganancias A_{v_1} y A_{v_2} es:

$$\therefore A_{v_2} |dB| - A_{v_1} |dB| = -6$$

⇒ la pendiente cae -6dB en una Octava



Pasos para diseñar un filtro Pasa Bajo

1. Establecer el valor de la ganancia A_v en la zona plana.
2. Establecer el valor de la frecuencia de corte f_c
3. Adoptar el valor de C . Criterio práctico:
4. Calcular el valor de la resistencia que conforma el filtro.

$$\frac{10^{-5}}{f_c} \leq C \leq \frac{10^{-4}}{f_c}$$

$$R = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot f_c}$$

5. Calcular el/los valores de la/las resistencias que determinan la ganancia. Considerar las sig condiciones: valor de ganancia en zona plana, valores necesarios para que el AOp real se comporte como ideal, compensaciones de offset
6. Simular
7. Ajustar la frecuencia de corte por medio de R
8. Ajustar la ganancia por medio de R_1 o R_2 .

EJEMPLO: DISEÑO DE UN FILTRO PASA BAJOS

1. Diseñe un filtro que permita el paso de frecuencias inferiores a 1 KHz. El mismo debe amplificar las frec. bajas como mínimo 6 veces.

2. Entonces: $f_c=1\text{KHz}$. Se adopta el valor de C:

$$\frac{10^{-5}}{1000} \leq C \leq \frac{10^{-4}}{1000} \Rightarrow 10^{-8} \leq C \leq 10^{-7} \quad \Rightarrow \quad C = 1 \cdot 10^{-7} \text{ F} = 0,1 \mu\text{F}$$

3. Se calcula el valor de la resistencia R (conforma el filtro).

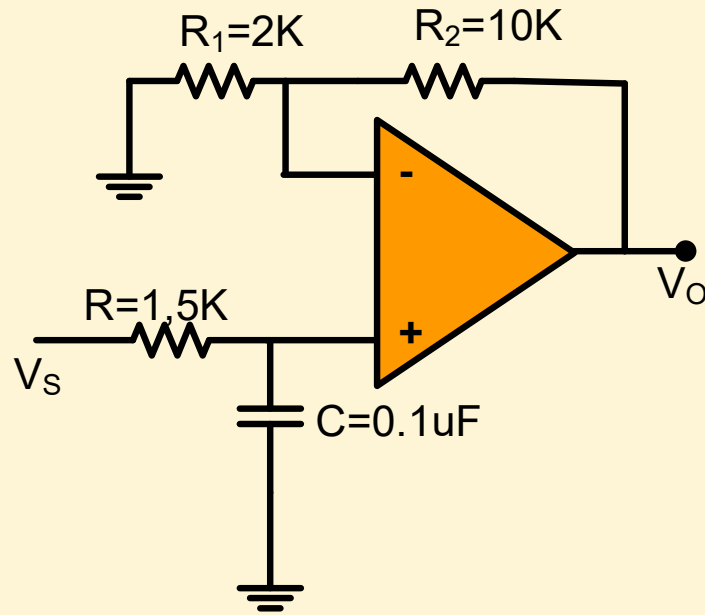
$$R = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot f_c} \cong 1500 \Omega$$

4. Se calcula los valores de la/las resistencias que determinan la ganancia

$$|A_v| = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 6 \Rightarrow R_2 = 5R_1 \quad \Rightarrow \quad \text{Si } R_1 = 2\text{K}\Omega \therefore R_2 = 10\text{K}\Omega$$

FILTRO PASA BAJOS. EJEMPLO

TEMA 4



$$|A_V| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}$$
$$\varphi = -\tan^{-1} \omega CR$$

Para minimizar los efectos de la tensión OFFSET, de entrada se ha impuesto la condición.

$$R = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

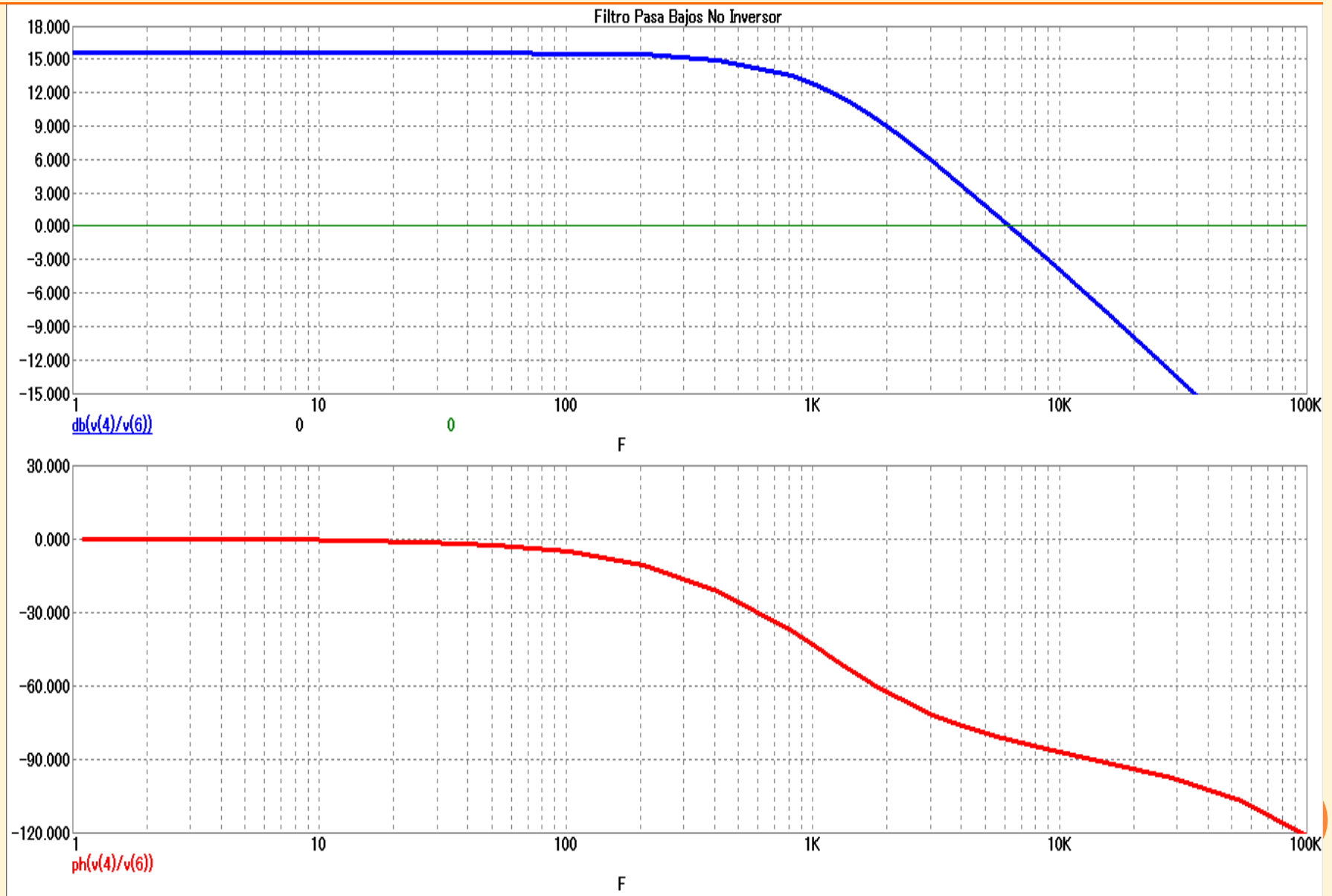
$$\tau_c = \frac{1}{\omega_c} = C \cdot R = 0,00015s \Rightarrow f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot R} \approx 1061,6 Hz$$

$$A_V = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 20 \cdot \log(6) = 15,56 dB$$

Ver simulación

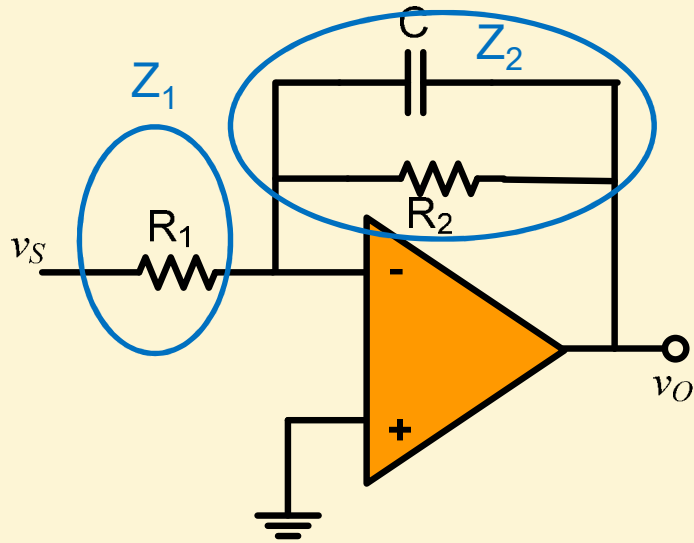
FILTRO PASA BAJOS. EJEMPLO

TEMA 4



FILTRO PASA BAJOS INVERSOR

TEMA 4



$$A_v = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{1}{R_1 \cdot Y_2}$$

$$Y_2 = \frac{1}{R_2} + j\omega C = \frac{1}{R_2} (1 + j\omega C R_2)$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{(1 + j\omega C R_2)}$$

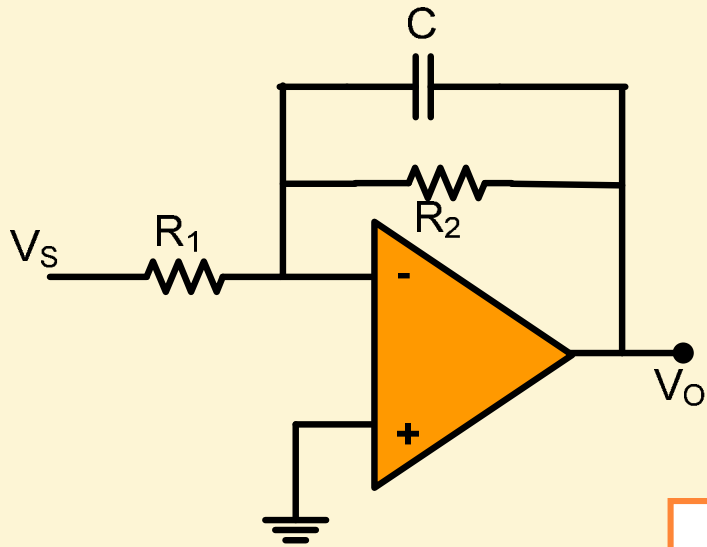
Como para $\omega=0$:

$$|A_v| = \frac{R_2}{R_1} = A_o$$

$$A_v = -\frac{A_o}{1 + j\omega C R_2}$$

FILTRO PASA BAJOS INVERSOR

TEMA 4



$$A_v = \frac{v_o}{v_s} = - \frac{Z_2}{Z_1} = - \frac{1}{R_1 \cdot Y_2}$$

$$Y_2 = \frac{1}{R_2} + j\omega C$$

$$|Y_2| = \frac{1}{R_2} \sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}$$

$$\varphi_{Y_2} = \tan^{-1} \omega C R_2$$

$$|A_v| = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}} = \frac{A_o}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}}$$

$$\varphi = -\pi - \tan^{-1} \omega \cdot C \cdot R_2$$

Volver a fase

FILTRO PASA BAJOS INVERSOR

TEMA 4

$$\text{Para } \omega = 0 \quad |A_v| = \frac{R_2}{R_1} = A_0$$

$$|A_v|_{dB} = 20 \log \frac{R_2}{R_1}$$

$$|A_v| = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}}$$

$$\text{Para } \omega = \frac{1}{CR_2} \Rightarrow |A_v| = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$|A_v|_{dB} = 20 \log \frac{R_2}{R_1} - 3$$

$$\omega = \frac{1}{CR_2} = \omega_c = 2\pi f_c$$

$$|A_v| = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

$$|A_v| = \frac{A_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

En un diagrama de Bode de magnitud, la frecuencia para la cual *la magnitud cae -3dB respecto de la que corresponde a la zona plana ($\omega=0$)*, se conoce como “*frecuencia de corte*” del circuito. \Rightarrow **Punto de media potencia**

FILTRO PASA BAJOS INVERSOR

TEMA 4

$$|A_v| = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega CR_2)^2}}$$

$$|A_v| = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

Para $\omega = \infty \Rightarrow |A_v| = 0$
 $|A_v|_{dB} = -\infty$

Para $\omega = \frac{1}{CR_1} \Rightarrow |A_v| = 1$
 $|A_v|_{dB} = 0$

En un diagrama de Bode de magnitud, la frecuencia para la cual **la magnitud vale cero dB**, se conoce como “**frecuencia de ganancia unitaria**”

Para $\omega = \frac{1}{CR_1} = \omega_T = \frac{1}{2\pi f_T}$

FILTRO PASA BAJOS INVERSOR

TEMA 4

Cálculo de la pendiente de la curva A_v vs frecuencia:

$$|A_v| = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{w}{w_c}\right)^2}}$$

Si: $w > w_c \therefore |A_v| \cong \frac{R_2}{R_1} \frac{w_c}{w}$

Para una frecuencia w_1 , la ganancia de tensión en dB es:

$$\therefore A_{v_1} |dB| = 20 \log \frac{R_2}{R_1} + 20 \log w_c - 20 \log w_1$$

El intervalo entre dos frecuencias cuya razón es 10 se llama “*década*”. Así, dadas ω_1 y ω_2 , siendo $\omega_2 = 10\omega_1$, el intervalo entre ellas es una década.

Para una frecuencia w_2 , la ganancia de tensión en dB es:

$$\therefore A_{v_2} |dB| = 20 \log \frac{R_2}{R_1} + 20 \log w_c - 20 \log w_2$$

Como $\omega_2 = 10\omega_1$, reemplazando:

$$\therefore A v_2 |dB| = 20 \log \frac{R_2}{R_1} + 20 \log \omega_c - 20 \log \omega_1 - 20 \log 10$$

$$\therefore A v_2 |dB| = 20 \log \frac{R_2}{R_1} + 20 \log \omega_c - 20 \log \omega_1 - 20$$

La diferencia entre las ganancias A_{v1} y A_{v2} es:

$$\therefore A v_2 |dB| - A v_1 |dB| = -20$$

- La pendiente de la recta asintótica para un circuito de primer orden, cuando $\omega \gg \omega_c$, es de $-20dB/década$.
- La asíntota interseca la línea de 0dB en $\omega = \omega_T$ (*frecuencia de ganancia unitaria*).

Cálculo de la pendiente de la curva A_v vs frecuencia:

$$w > w_c \therefore |A_v| \cong \frac{R_2}{R_1} \frac{w_c}{w}$$

Para una frecuencia w_1 , la ganancia de tensión en dB es:

$$\therefore |A_{v_1}|_{dB} = 20 \log \frac{R_2}{R_1} + 20 \log w_c - 20 \log w_1$$

El intervalo entre dos frecuencias cuya razón es 2 se llama **“OCTAVA”**. Así, dadas ω_1 y ω_2 , siendo $\omega_2 = 2\omega_1$, el intervalo entre ellas es una octava.

Para una frecuencia w_2 , la ganancia de tensión en dB es:

$$\therefore |A_{v_2}|_{dB} = 20 \log \frac{R_2}{R_1} + 20 \log w_c - 20 \log w_2$$

Como $\omega_2 = 2\omega_1$, reemplazando :

$$\therefore A_{v_2} |dB| = 20 \log \frac{R_2}{R_1} + 20 \log w_c - 20 \log w_1 - 20 \log 2$$

$$\therefore A_{v_2} |dB| = 20 \log \frac{R_2}{R_1} + 20 \log w_c - 20 \log w_1 - 6$$

La diferencia entre las ganancias A_{v_1} y A_{v_2} es:

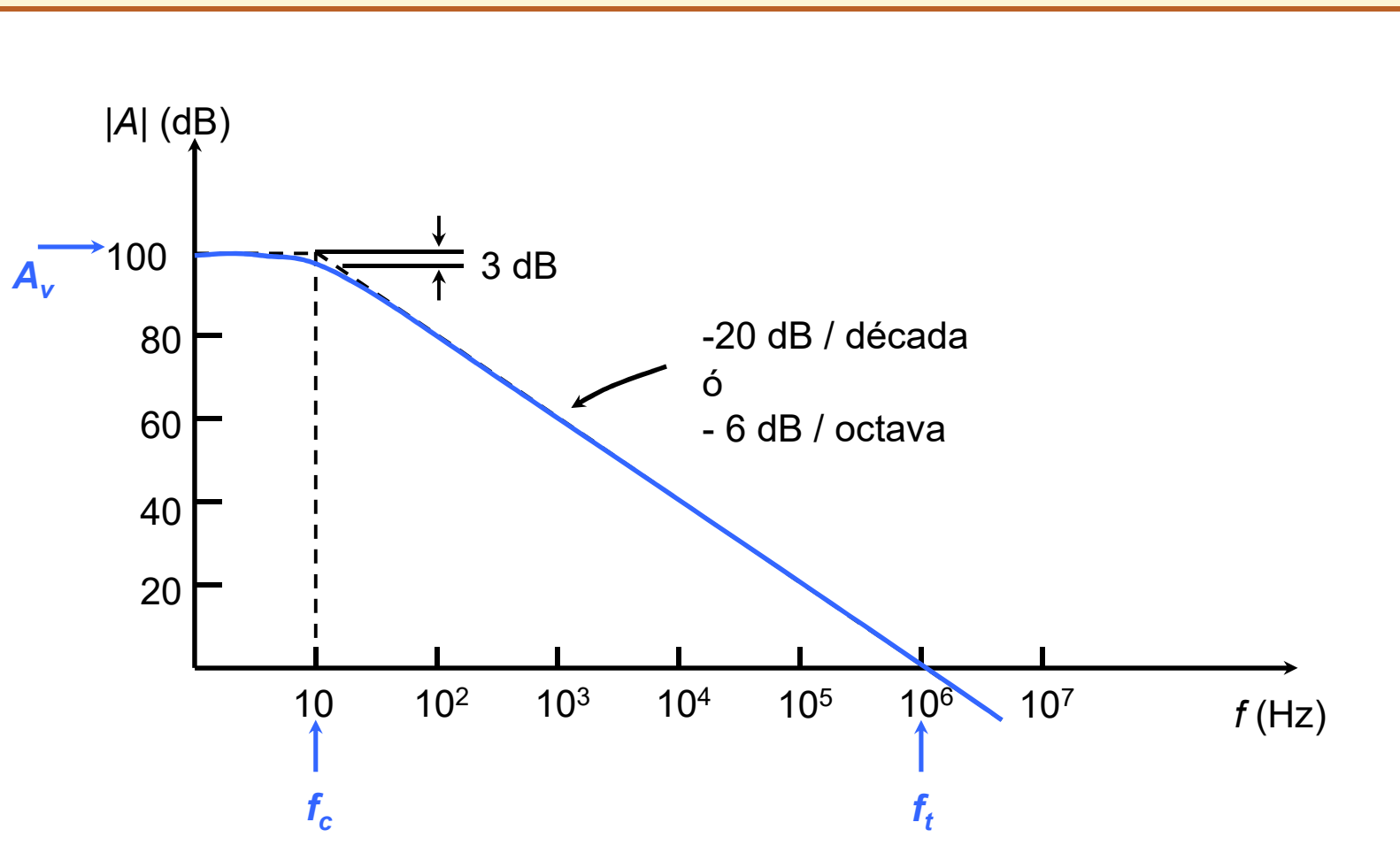
$$\therefore A_{v_2} |dB| - A_{v_1} |dB| = -6$$

⇒ la pendiente cae -6dB en una Octava

DIAGRAMA DE BODE DE UN FILTRO PB

TEMA 4

$$A_v |dB| = 20 \log \left(\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}} \right) = 20 \log \frac{R_2}{R_1} - 10 \log (1 + \omega^2 C^2 R_2^2)$$



Análisis de la diferencia de fase

[Ir a calculo de ganancia](#)

$$w = 0 \Rightarrow \varphi = -\pi$$

$$\varphi = -\pi - \tan g^{-1} w \cdot C \cdot R_2$$

$$\text{Para } w = w_C = \frac{1}{CR_2} \Rightarrow \varphi = -\frac{5}{4}\pi$$

$$\text{Para } w = \infty \Rightarrow \varphi = -\frac{3\pi}{2}$$

$$\text{Para } w = w_T = \frac{1}{CR_1} \Rightarrow \varphi = -\pi - \tan g^{-1} \frac{R_2}{R_1}$$

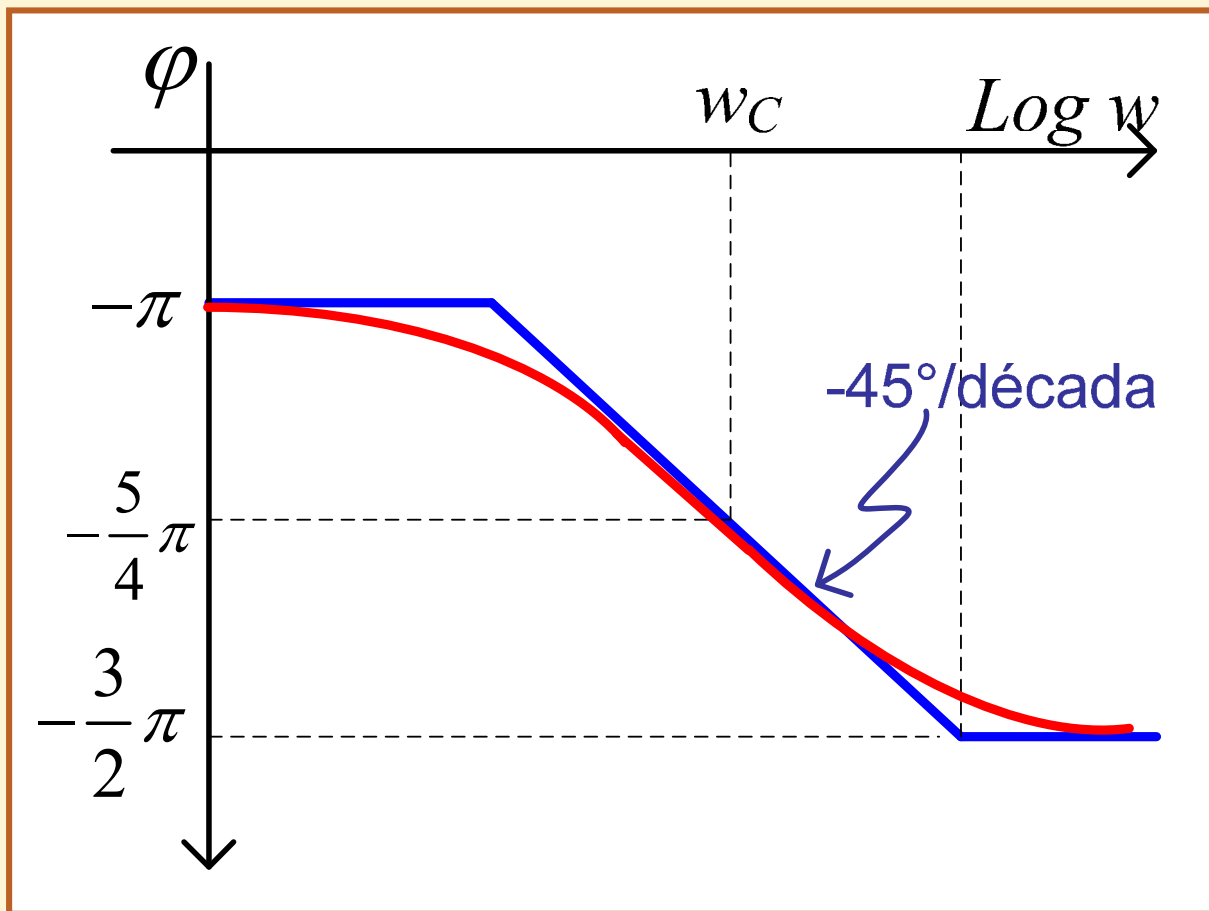
En general:

$$\varphi = -\pi - \tan g^{-1} \frac{w}{w_C}$$

DIAGRAMA DE BODE DE UN FILTRO PB

TEMA 4

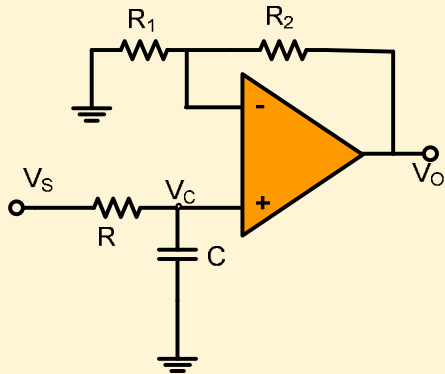
$$\varphi = -\pi - \tan^{-1} \omega \cdot C \cdot R_2 = -\pi - \tan^{-1} \frac{\omega}{\omega_C}$$



RESUMEN FILTRO PB INVERSOR Y NO INVERSOR

TEMA 4

Filtro Pasa bajo no inversor

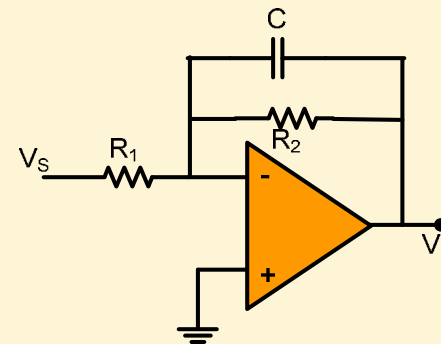


$$|A_v| = \frac{A_o}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}$$
$$\varphi = -\tan^{-1} \omega CR$$

$$A_o = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$\omega_c = \frac{1}{CR}$$

Filtro Pasa bajo inversor



$$|A_v| = \frac{A_o}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}}$$
$$\varphi = -\pi - \tan^{-1} \omega \cdot C \cdot R_2$$

$$A_o = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\omega_c = \frac{1}{CR_2}$$

En comparación con el filtro ideal, los filtros reales adolecen de los siguientes defectos:

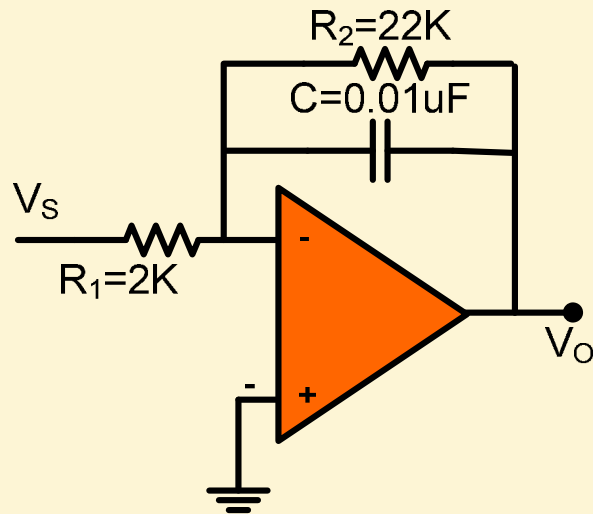
- La transición entre la banda que se quiere dejar pasar y la que se quiere eliminar no es abrupta, sino que tiene una determinada pendiente que depende del número de orden del filtro.
- La respuesta en fase no es lineal, esto aumenta la distorsión de la señal significativamente.

➤ La ganancia y la fase de un filtro puede ser optimizada para satisfacer uno de los siguientes tres criterios:

- Una respuesta máxima plana en la banda de paso.
- Una transición rápida entre la banda de la señal deseada y la no deseada.
- Una respuesta de fase lineal.

FILTRO PASA BAJOS- EJEMPLO

TEMA 4



$$|A_v| = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}}$$
$$\varphi = -\pi + \tan^{-1} \omega \cdot C \cdot R_2$$

$$C \cdot R_1 = 0,00002 \text{ s} \Rightarrow f_T = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot R_1} = 7961 \text{ Hz}$$

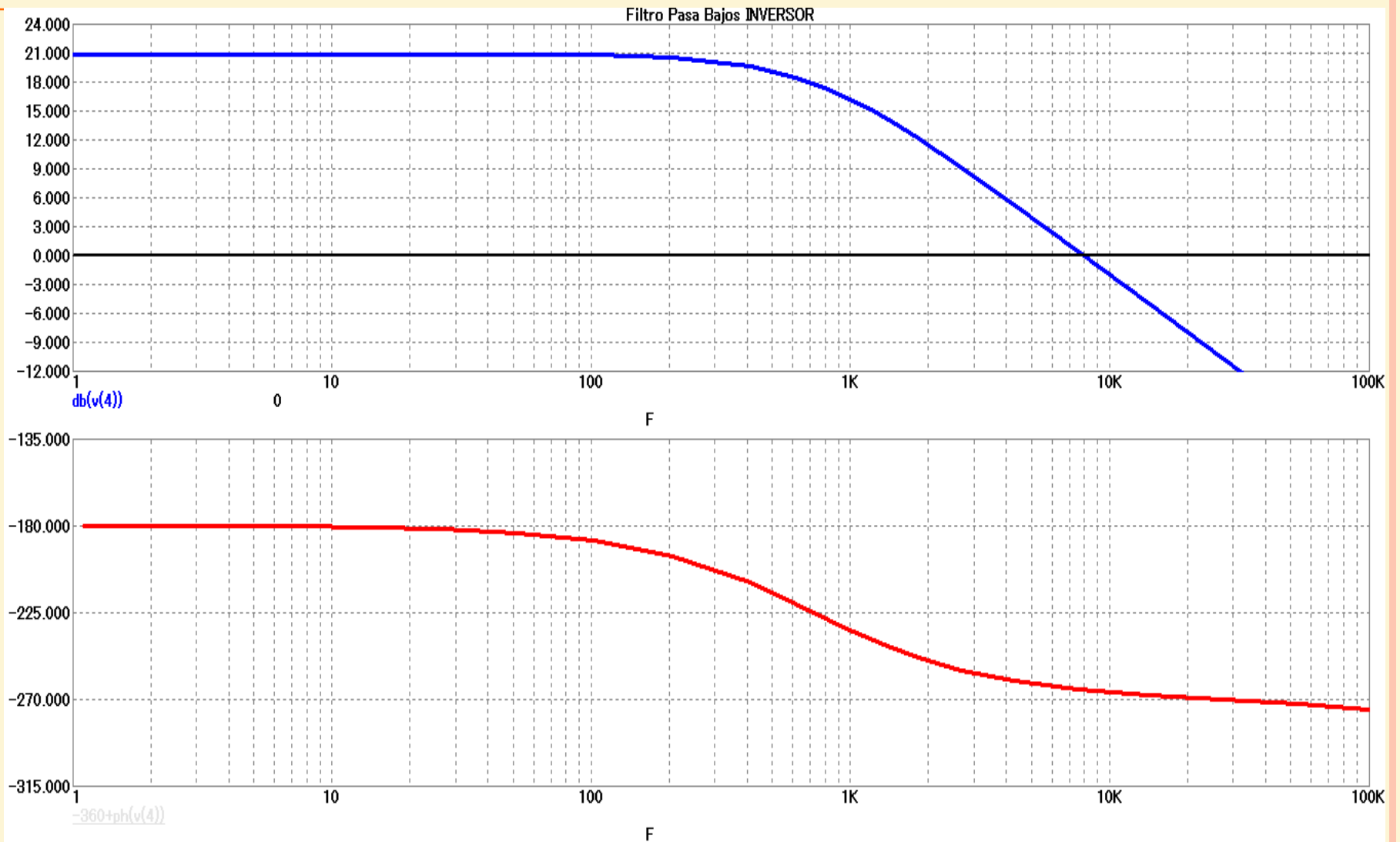
$$C \cdot R_2 = 0,00022 \text{ s} \Rightarrow f_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot R_2} = 723,8 \text{ Hz}$$

$$A_v = 20 \log \left(\frac{R_2}{R_1} \right) = 20 \cdot \log (11) = 21$$

Ver [simulación](#)

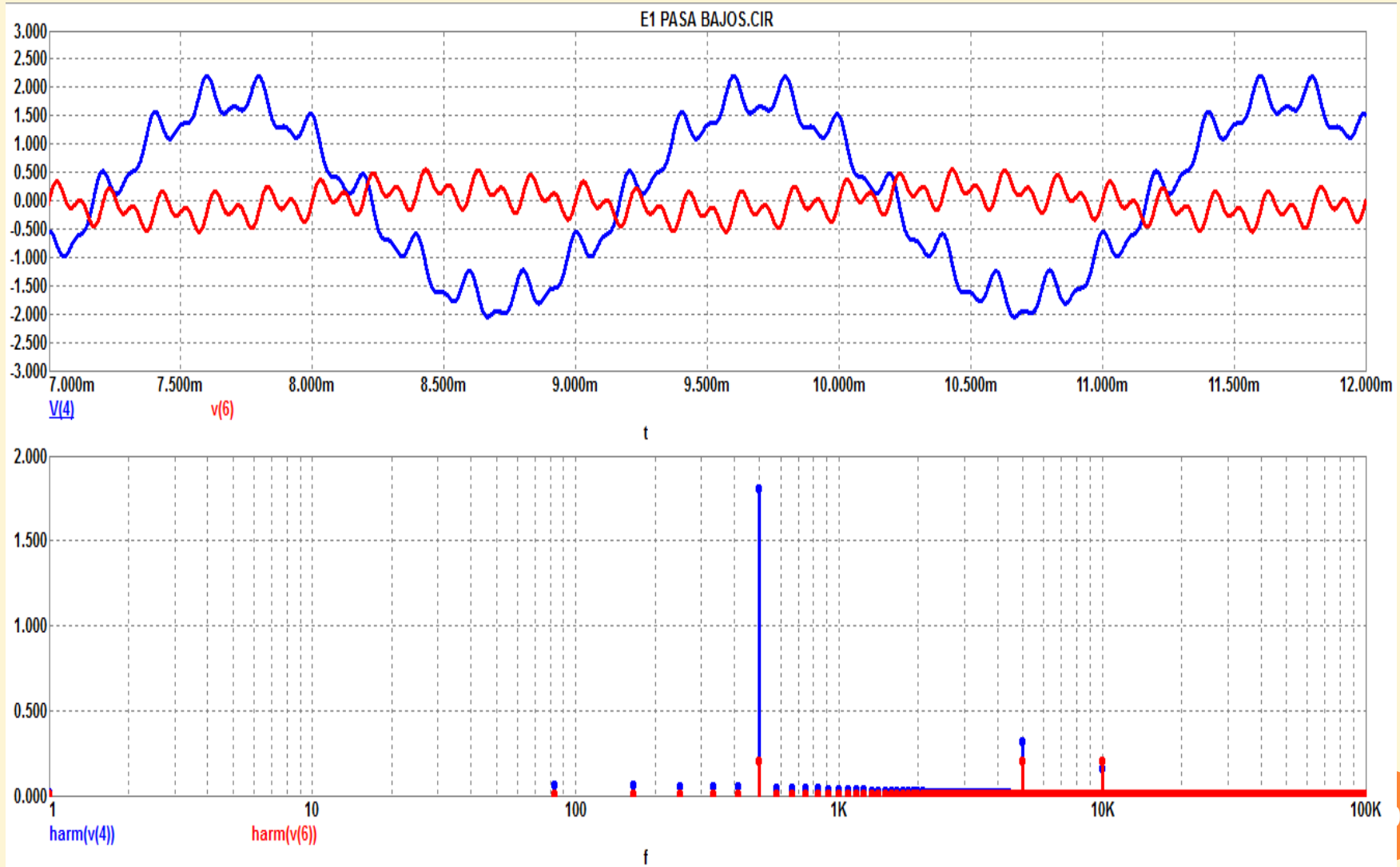
FILTRO PASA BAJOS- EJEMPLO

TEMA 4



FILTRO PASA BAJOS- EJEMPLO

TEMA 4



FILTRO PASA ALTOS IDEAL

TEMA 4

Símbolo:



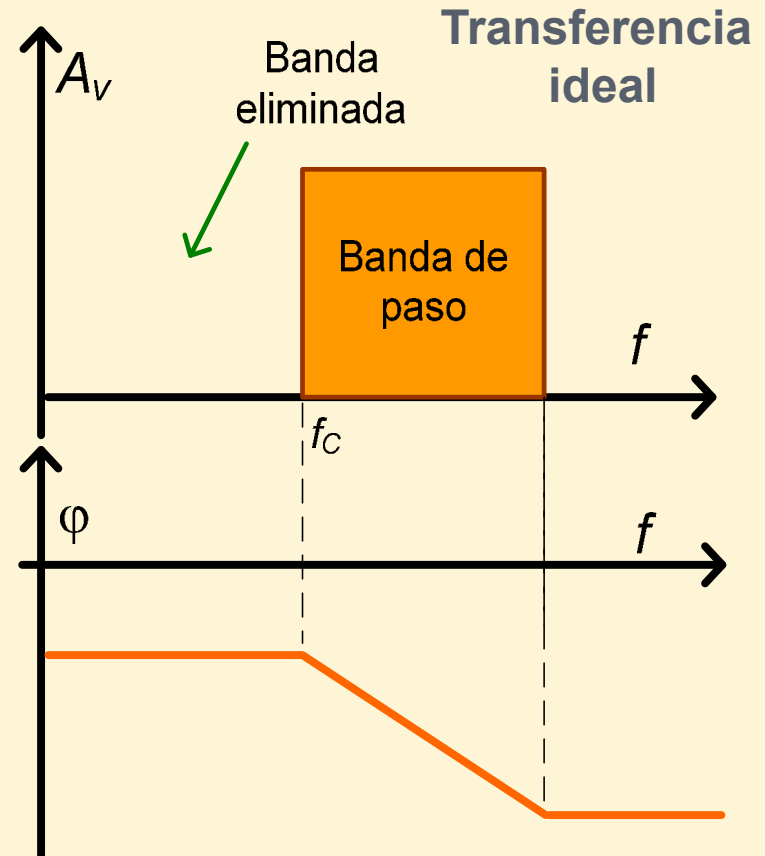
Filtro Paso Alto ideal :

Permite el paso de señales cuyas frecuencias estén comprendidas por encima de una frecuencia de corte f_c y rechaza todas aquellas que estén entre 0 y dicha frecuencia de corte.

Observar:

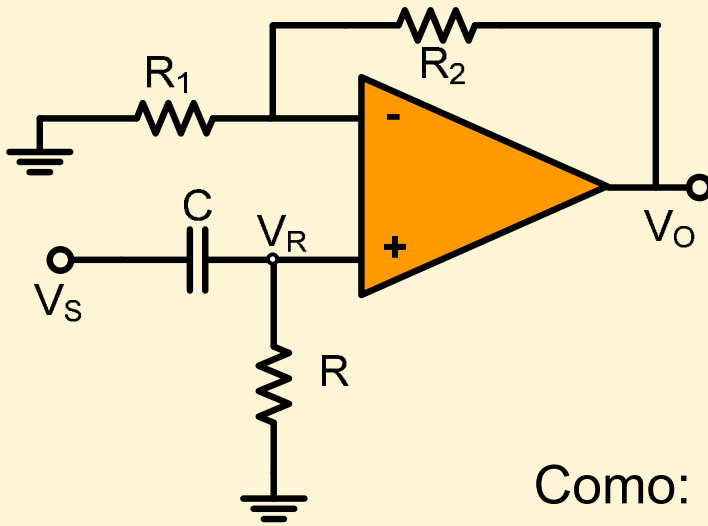
- Respuesta plana en la banda de paso.
- Transición abrupta entre la banda de paso y la no deseada.
- Una respuesta de fase lineal.

Los filtros ideales no existen, debido a imposibilidades prácticas. El objetivo del diseñador es realizar un filtro cuyas características se aproximen a las ideales.



FILTRO PASA ALTOS NO INVERSOR

TEMA 4



$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_R \quad \wedge \quad v_R = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} v_s$$

$$A_v = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega CR}}$$

Como:

$$A_o = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$



$$A_v = A_o \frac{1}{1 - j/\omega CR}$$

En forma polar:

$$|A_v| = A_o \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 R^2}}} \quad \wedge \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{1}{\omega CR}$$

Frecuencia de corte

$$\omega_c = \frac{1}{C.R}$$



$$|A_v| = A_o \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} \quad \wedge \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega}$$

FILTRO PASA ALTOS NO INVERSOR

TEMA 4

Para $\omega = 0$ $|A_v| = 0$

$|A_v|_{dB} = -\infty \wedge \varphi = \frac{\pi}{2}$

$$|A_v| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 R^2}}} \wedge \varphi = \tan^{-1} \frac{1}{\omega CR}$$

Para $\omega \gg \omega_c$

$$|A_v| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = |A_o| \wedge \varphi = 0$$

Para $\omega = \omega_c = \frac{1}{CR} \Rightarrow |A_v| = \frac{A_o}{\sqrt{2}}$

$|A_v|_{dB} = 20 \log A_o - 3 \wedge \varphi = \frac{\pi}{4}$

$$|A_v| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega}$$

Para $\omega = 1/CR$ la ganancia cae 3dB (en veces cae un 70%) \Rightarrow **punto de media potencia** que determina la frecuencia de corte

ω_c

FILTRO PASA ALTOS NO INVERSOR

TEMA 4

$$\text{Para } \omega \gg \omega_c \quad |Av| = A_o \frac{\omega}{\omega_c}$$

Cálculo de f_T

$$|Av| = A_o \frac{\omega}{\omega_c} = 1$$

$$\Rightarrow \omega_T = \frac{R_1}{R.C.(R_1 + R_2)} = \frac{\omega_c}{A_o}$$



$$|Av| = A_o \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega}$$



Para f_T

$$Av = 20 \log 1 = 0$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega} = \tan^{-1} \infty = \frac{\pi}{2}$$

FILTRO PASA ALTOS NO INVERSOR

TEMA 4

Cálculo de la pendiente de la curva A_v vs frecuencia:

$$\text{Para } w \ll w_c \Rightarrow |Av| = A_o \cdot \frac{w}{w_c} \Rightarrow Av|dB| = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + 20 \log w - 20 \log w_c$$

Para una frecuencia w_2 , 10 veces mayor que w , la ganancia de tensión en dB es:

$$Av_2|dB| = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + 20 \log 10 \cdot w - 20 \log w_c = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + (20 \log w + 20) - 20 \log w_c$$

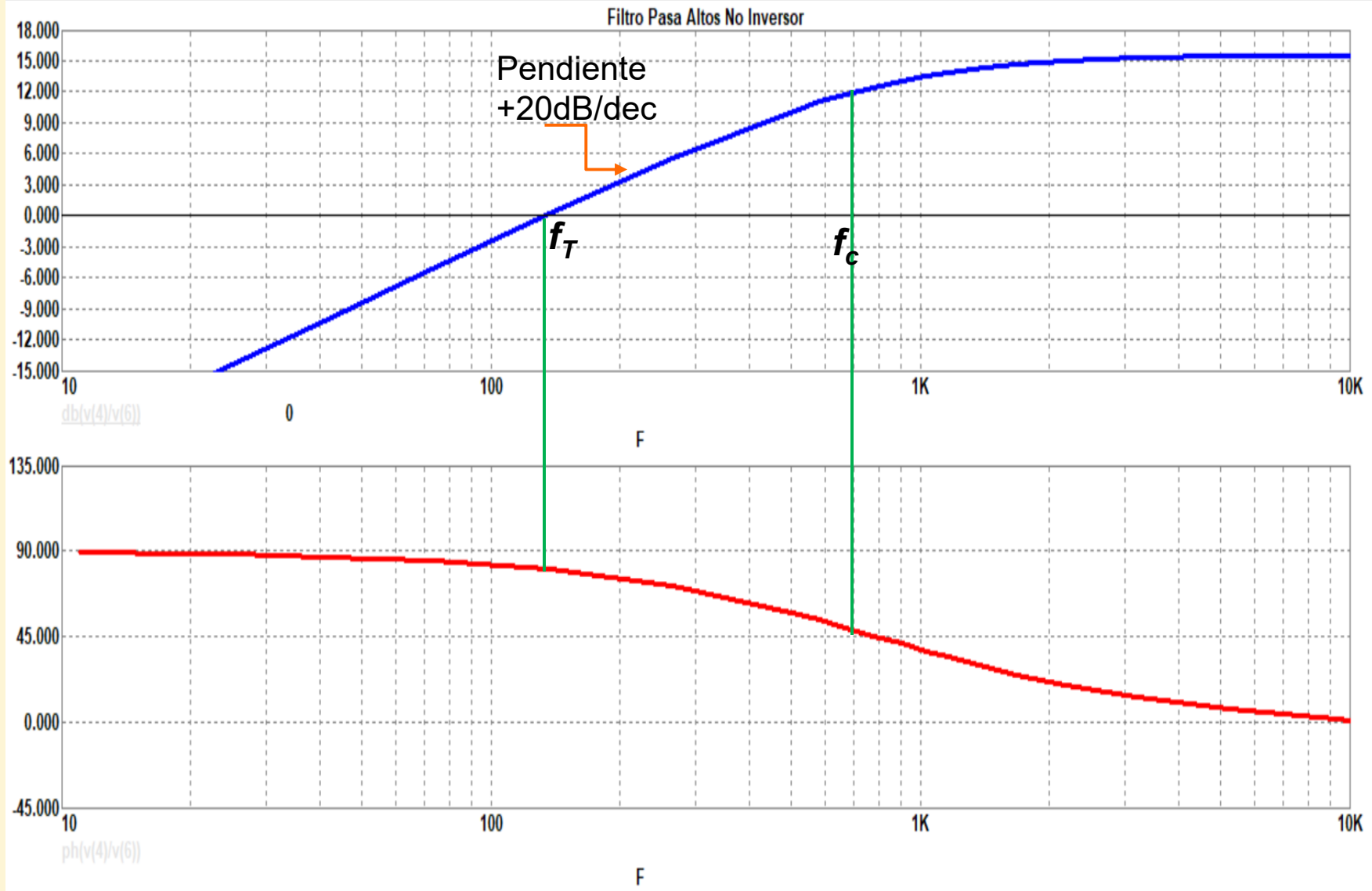
La diferencia entre las ganancias Av_1 y Av_2 es:

$$\therefore Av_2|dB| - Av_1|dB| = +20dB$$

• La pendiente de la recta asintótica para un circuito de primer orden, cuando $\omega \ll \omega_c$, es de ***+20dB/década***.

FILTRO PASA ALTOS NO INVERSOR

TEMA 4

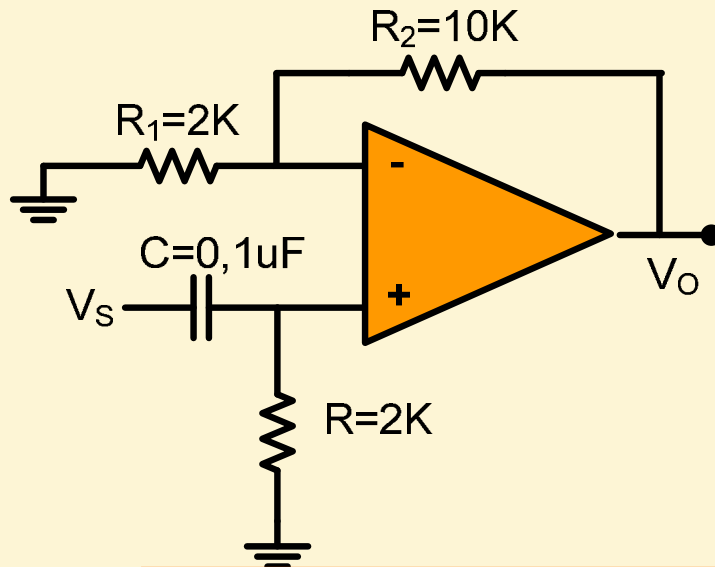


Pasos para diseñar un filtro Pasa Altos no inversor

1. Establecer el valor de la ganancia en la zona plana. $A_V = (1 + R_2/R_1)$
2. Establecer el valor de la frecuencia de corte f_c
3. Adoptar el valor de C . Criterio práctico: $\frac{10^{-5}}{f_c} \leq C \leq \frac{10^{-4}}{f_c}$
4. Calcular el valor de la resistencia que conforma el filtro.
$$R = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot f_c}$$
5. Calcular el/los valores de la/las resistencias que determinan la ganancia. Considerar las sig condiciones: valor de ganancia en zona plana, valores necesarios para que el AOp real se comporte como ideal, compensaciones de offset
6. Simular
7. Ajustar la frecuencia de corte por medio de R
8. Ajustar la ganancia por medio de R_1 o R_2 .

FILTRO PASA ALTOS NO INVERSOR-EJEMPLO

TEMA 4



$$|A_v| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 R^2}}} \quad \wedge \quad \varphi = -\tan^{-1} \frac{1}{\omega C R}$$

$$C \cdot R = 0,0002 \text{ s} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot R} = 796,2 \text{ Hz}$$

$$f_T = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot R \cdot A_o} = 132,6 \text{ Hz}$$

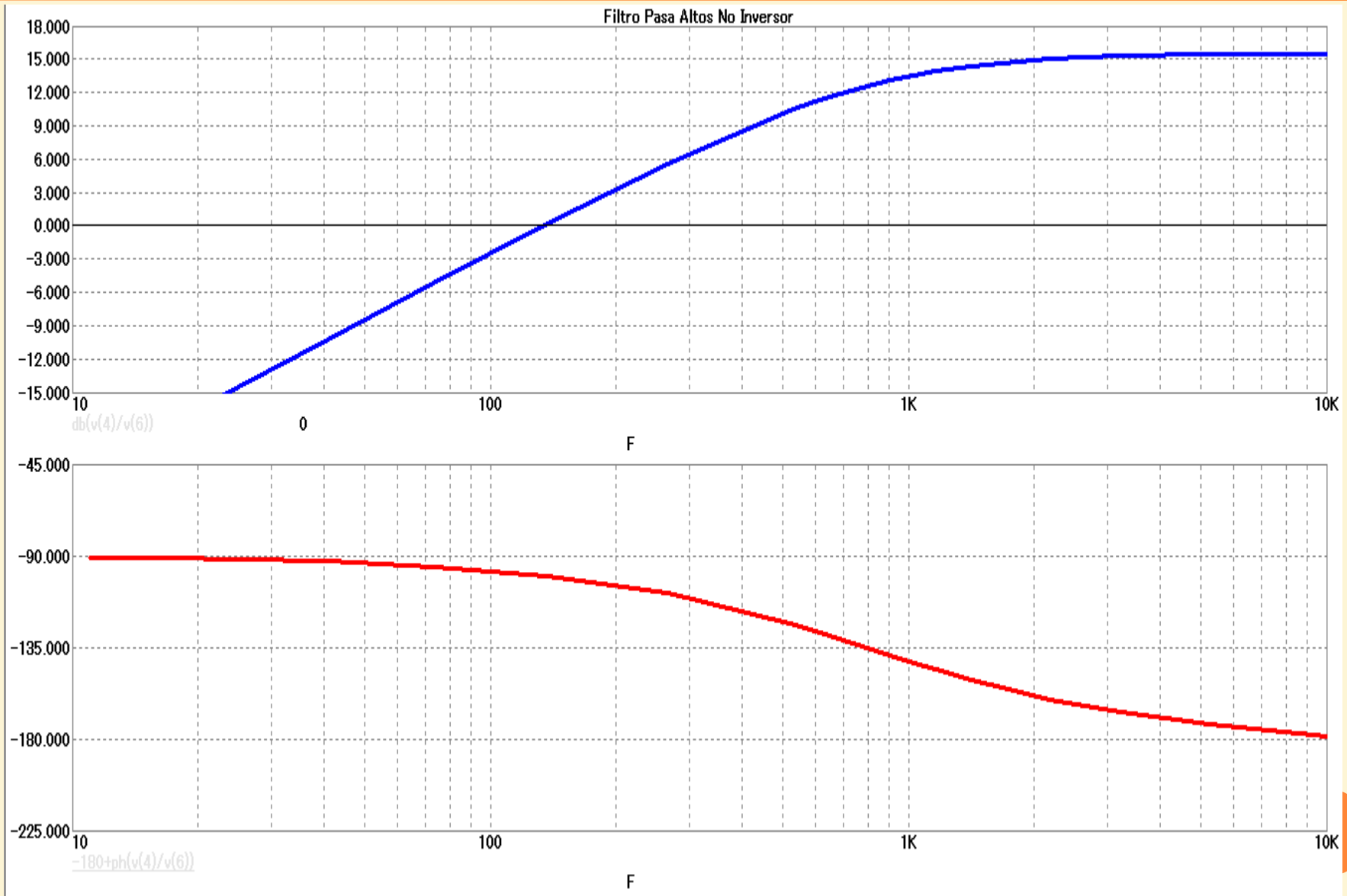
$$A_o = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 6$$

$$A_v = 20 \log(A_o) = 15,56 \text{ dB}$$

VER SIMULACIÓN

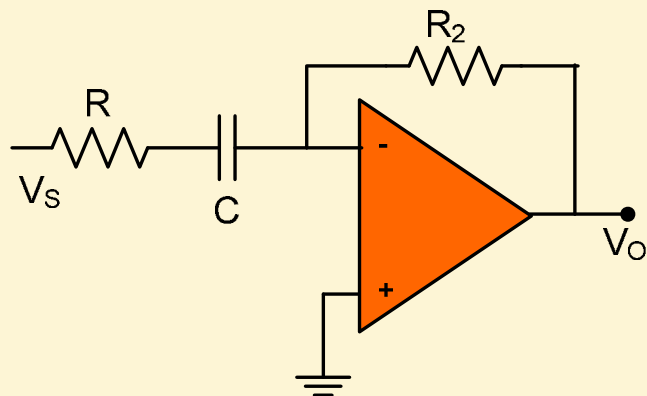
FILTRO PASA ALTOS NO INVERSOR-EJEMPLO

TEMA 4



FILTRO PASA ALTOS INVERSOR

TEMA 4



$$A_v = \frac{v_o}{v_s} = - \frac{Z_2}{Z_1}$$

$$A_v = - \frac{R_2}{R} \cdot \frac{j\omega CR}{(1 + j\omega CR)}$$

Como: $A_0 = - \frac{R_2}{R}$

$$A_v = - \frac{A_0 \cdot j\omega CR}{(1 + j\omega CR)} = - \frac{A_0}{\frac{1}{j\omega CR} + 1}$$

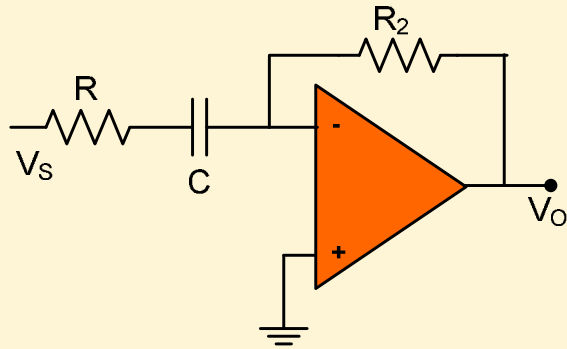
$$A_v = - \frac{A_0}{1 - j \frac{1}{\omega CR}}$$

Si Frecuencia de corte: $\omega_c = \frac{1}{CR}$

$$A_v = - \frac{A_0}{1 - j \frac{1}{\omega CR}} = - \frac{A_0}{1 - j \frac{\omega_c}{\omega}}$$

FILTRO PASA ALTOS INVERSOR

TEMA 4



$$A v = - \frac{A_0}{1 - j \frac{1}{\omega C R}} = - \frac{A_0}{1 - j \frac{\omega_c}{\omega}}$$

$$\varphi = -\pi - \tan^{-1} \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R} = -\pi + \tan^{-1} \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R}$$

$$\varphi = -\pi + \tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega}$$

Frecuencia de corte $\omega_c = \frac{1}{C \cdot R}$

$$|A v| = \frac{A_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

$$\varphi = -\pi + \tan^{-1} \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R} = -\pi + \tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega}$$

En dB:

$$A v |dB| = 20 \log \frac{R_2}{R} - 10 \log \left(1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2 \right)$$

FILTRO PASA ALTOS INVERSOR

TEMA 4

Para $\omega=0$ $|A_v|=0$

$A_v|_{dB} = -\infty \wedge \varphi = -\frac{\pi}{2}$

$$|A_v| = \frac{A_o}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 R^2}}}$$
$$\varphi = -\pi + \tan^{-1} \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R}$$

$$|A_v| = \frac{R_2}{R} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

$$\varphi = -\pi + \tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega}$$

Para $\omega = \omega_c = \frac{1}{CR} \Rightarrow |A_v| = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

$A_v|_{dB} = 20 \log \frac{R_2}{R_1} - 3 \wedge \varphi = -\frac{3\pi}{4}$

Para $\omega = 1/CR$ la ganancia cae 3dB \Rightarrow punto de media potencia que determina la frecuencia de corte ω_c

FILTRO PASA ALTOS INVERSOR 1

TEMA 4

Para $w \ll w_c$

$$|A_v| = \frac{R_2}{R} = A_o \quad \wedge \quad \varphi = -\pi$$

$$|A_v| = \frac{R_2}{R} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{w_c}{w}\right)^2}}$$

$$\varphi = -\pi + \tan^{-1} \frac{w_c}{w}$$

Para $w \ll w_c \Rightarrow |A_v| = \frac{R_2}{R} \cdot \frac{w}{w_c}$

Cálculo de f_T

$$w_T = w_c \frac{R}{R_2} = \frac{w_c}{A_o}$$

FILTRO PASA ALTOS INVERSOR

TEMA 4

Cálculo de la pendiente de la curva A_v vs frecuencia:

$$\text{Para } w \ll w_c \Rightarrow |Av| = \frac{R_2}{R} \cdot \frac{w}{w_c} \Rightarrow Av|dB| = 20 \log \frac{R_2}{R} + 20 \log w - 20 \log w_c$$

Para una frecuencia w_2 , 10 veces mayor que w , la ganancia de tensión en dB es:

$$Av_2|dB| = 20 \log \frac{R_2}{R_1} + 20 \log 10 \cdot w - 20 \log w_c = 20 \log \frac{R_2}{R} + (20 \log w + 20) - 20 \log w_c$$

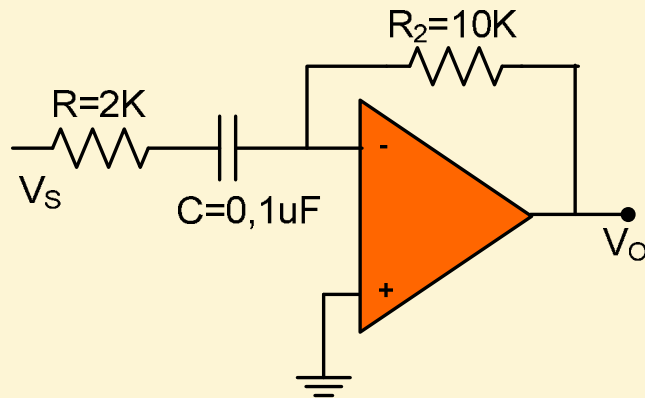
La diferencia entre las ganancias A_{v1} y A_{v2} es:

$$\therefore Av_2|dB| - Av_1|dB| = +20dB$$

•La pendiente de la recta asintótica para un circuito de primer orden, cuando $\omega \ll \omega_C$, es de ***+20dB/década***.

FILTRO PASA ALTOS INVERSOR - EJEMPLO

TEMA 4



$$|A_v| = \frac{R_2}{R} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_C}{\omega} \right)^2}}$$
$$\varphi = -\pi + \tan^{-1} \frac{\omega_C}{\omega}$$

$$C \cdot R = 0,0002 s \Rightarrow f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot R} = 796,2 Hz$$

$$A_o = \frac{R_2}{R_1} = 5$$

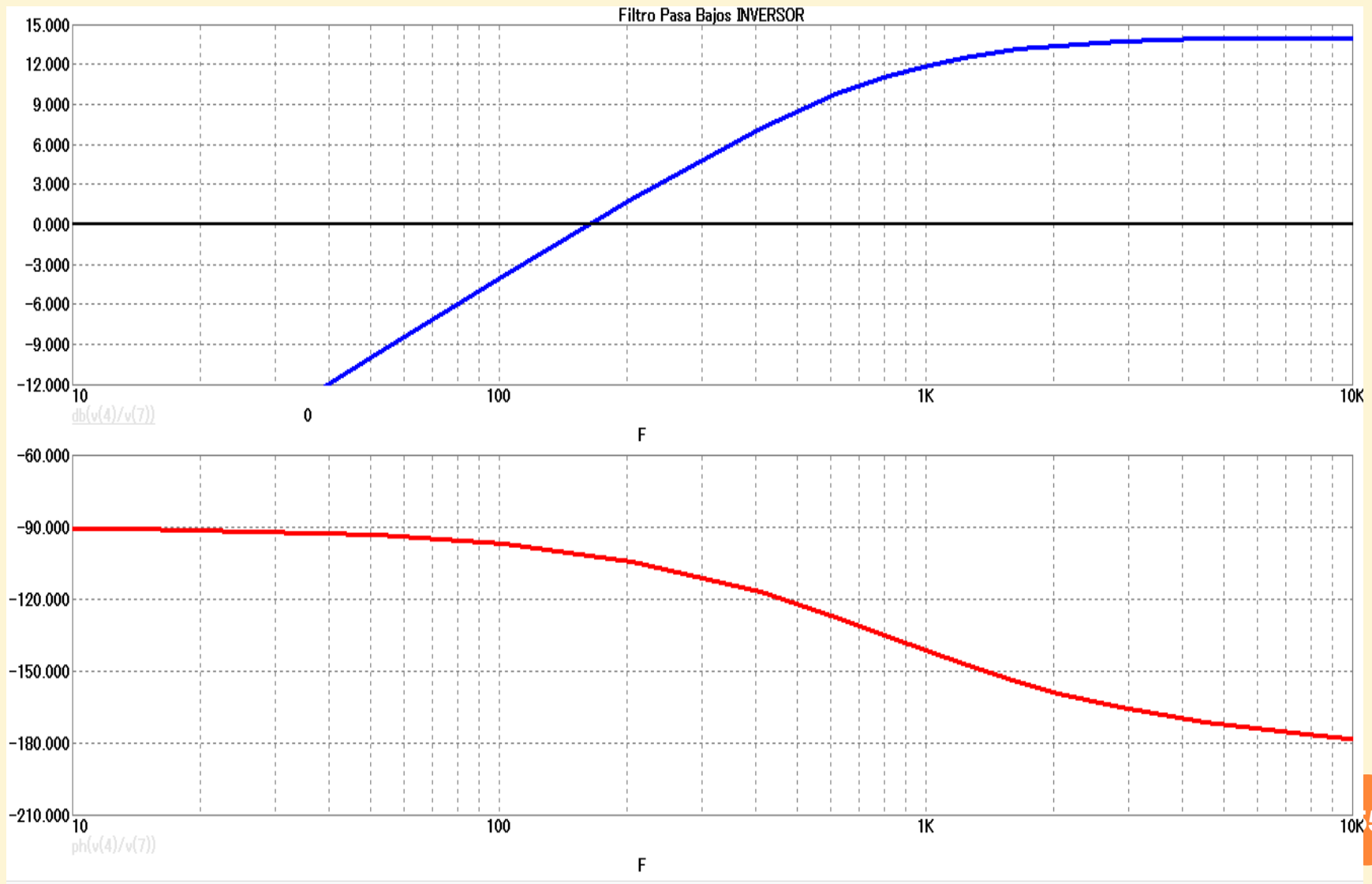
$$f_T = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot R \cdot A_o} = 159,24 Hz$$

$$A_v = 20 \cdot \log(A_o) = 13,98 dB$$

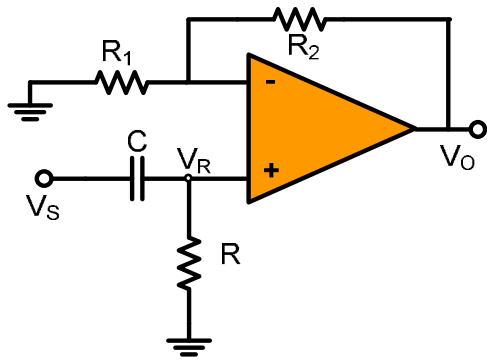
VER SIMULACIÓN

FILTRO PASA ALTOS INVERSOR -EJEMPLO

TEMA 4



FILTRO PASA ALTO NO INVERSOR



$$|A_v| = \frac{A_o}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 R^2}}}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{1}{\omega C R}$$

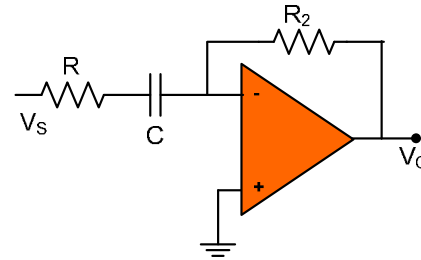
$$A_o = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$\omega_c = \frac{1}{C R}$$

$$\omega_T = \frac{\omega_c}{A_o}$$

$$m = +20 \text{ dB / decada}$$

FILTRO PASA ALTO INVERSOR



$$|A_v| = \frac{A_o}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 R^2}}}$$

$$\varphi = -\pi + \tan^{-1} \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R}$$

$$A_o = -\frac{R_2}{R}$$

$$\omega_c = \frac{1}{C \cdot R}$$

$$\omega_T = \frac{\omega_c}{A_o}$$

$$m = +20 \text{ dB / decada}$$

- El diagrama de Bode es un tipo de representación gráfica de funciones complejas (ganancia y fase) dependientes de una variable real (la frecuencia angular o lineal).
- En un diagrama de Bode se representa por un lado el módulo de la función ($A_v(\omega)$) y por otro la fase ($\phi(\omega)$)
- El eje de frecuencia se expresa en escala logarítmica.
- La ganancia se expresa en dB, ya que A_v puede tener valores muy grandes para alguna frecuencias y muy pequeño para otras.
- Una ventaja adicional de las ganancias logarítmicas es que, cuando una ganancia resulta de la multiplicación de varias ganancias, la gráfica puede obtenerse a partir de la suma de las gráficas de cada una de las ganancias individuales.
- Recordar: $1\text{dB} = 20 \text{ Log } A_v$, donde $A_v = V_o/V_s$

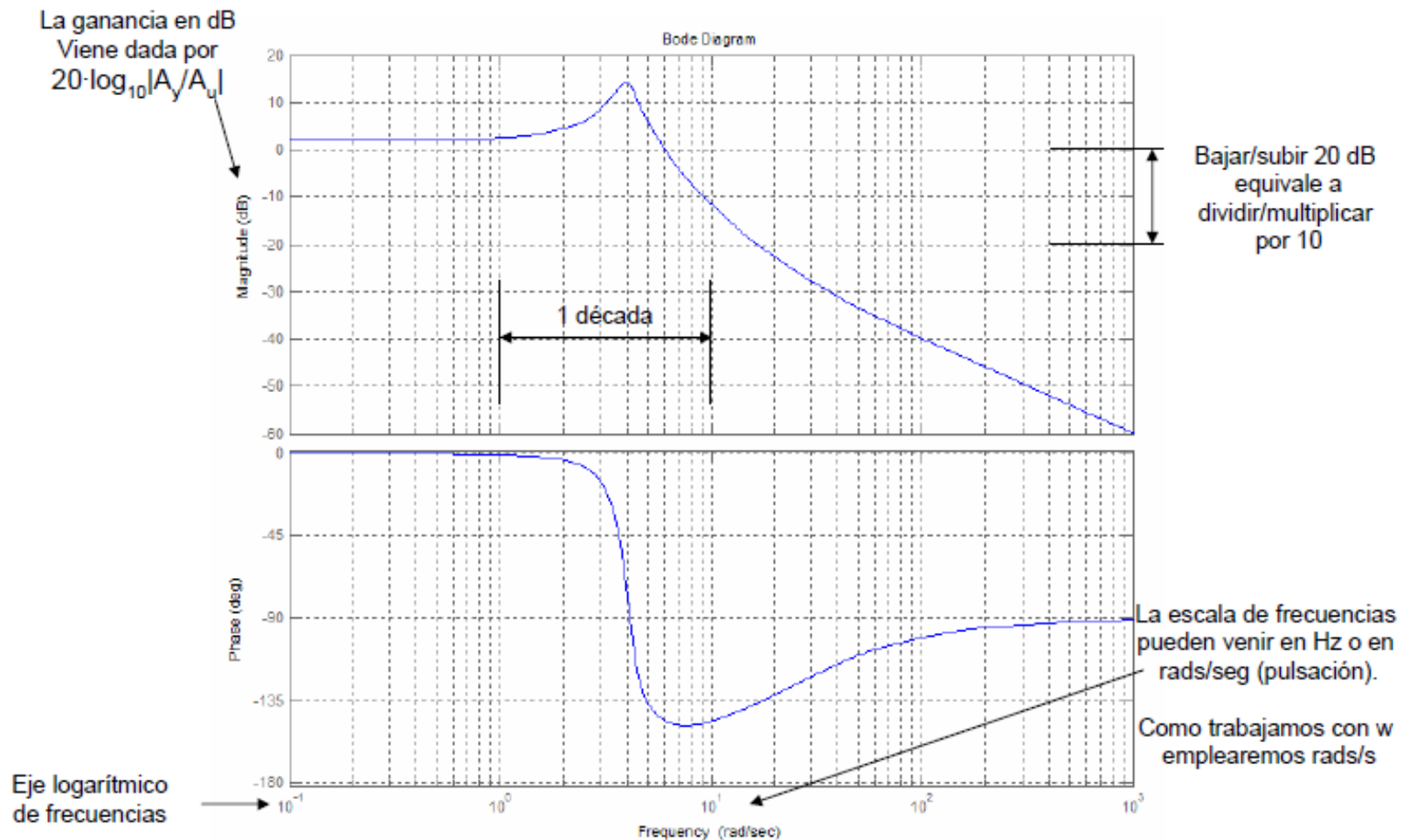
Pasos para dibujar un diagrama de Bode de un filtro dado

1. Determinar la expresión de la ganancia $A_v(\omega)$ y de la fase $(\phi(\omega))$ en forma polar.
2. Calcular el valor de la ganancia A_v en la zona plana, calculando para que rango de frecuencias ocurre.
3. Calcular el valor de la frecuencia de corte f_c (la ganancia cae 3dB respecto a su valor en la zona plana)
4. Calcular el valor de la ganancia A_v en los siguientes puntos:

Para $\omega = 0 \wedge \omega = \infty$

5. Verificar el valor de la pendiente (-20dB/década)
6. Dibujar los puntos encontrados y unir con una línea.
7. Repetir los pasos para dibujar la fase.

Anatomía de un Diagrama de Bode



Décadas y Octavas

- Cuando dos frecuencias están separadas por una DÉCADA significa que una frecuencia es 10 veces la otra
- Cuando dos frecuencias están separadas por una OCTAVA significa que una frecuencia es el doble que la otra.

- Dos frecuencias f_1 y f_2 están separadas n décadas cuando:

$$\log_{10} (f_2/f_1) = n$$

- Dos frecuencias f_1 y f_2 están separadas n octavas cuando:

$$\log_2 (f_2/f_1) = n$$

1 Octava \cong 0,3 Décadas

1 Década \cong 3,3 Octavas