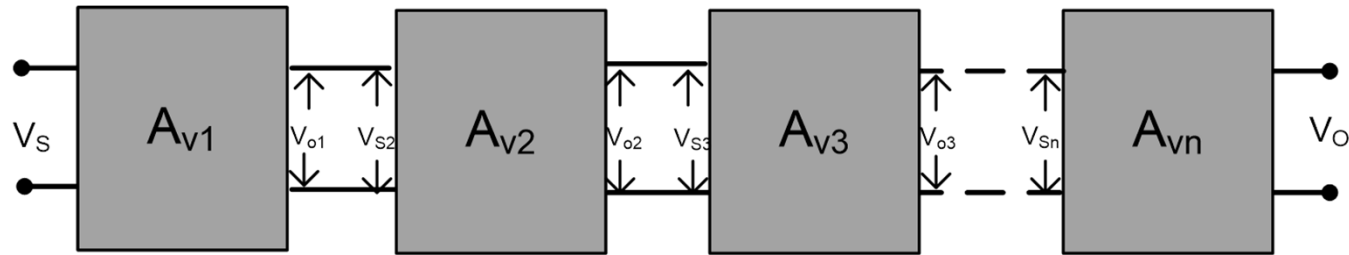


Una cascada de filtros activos tiene la siguiente forma:



La ganancia de la cascada es:

$$A_V = A_{V1} \cdot A_{V2} \cdot \dots \cdot A_{Vn}$$
$$\Rightarrow |A_V| = |A_{V1}| \cdot |A_{V2}| \cdot \dots \cdot |A_{Vn}|$$

Si la ganancia está en dB:

$$|A_V|_{dB} = |A_{V1}|_{dB} + |A_{V2}|_{dB} + \dots + |A_{Vn}|_{dB}$$

Inversor

$$|A_v| = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + w^2 / w_C^2}}$$

No Inversor

$$|A_v| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + w^2 / w_C^2}}$$

$$|A_v| = \frac{A_o}{\sqrt{1 + w^2 / w_C^2}}$$

Se puede demostrar que para el caso que los n filtros conectados en cascada sean idénticos, igual ganancia y fc:

$$|A_{VT}| = \frac{A_o^n}{\left(1 + w^2 / w_C^2\right)^{\frac{n}{2}}}$$

$$A_{OT} |dB| = 20.n.\log A_o - 10.n.\log \left(1 + w^2 / w_C^2\right)$$

$$A_{OT} |dB| = n.\left(20.\log A_o - 10.\log \left(1 + w^2 / w_C^2\right)\right)$$

$$A_{OT} |dB| = n.A_{OPB1} |dB|$$

La conexión en cascada aumenta la ganancia en la zona plana, aumenta la atenuación y reduce el Ancho de Banda

Aumento en la atenuación = Aumento en la pendiente

CASCADA DE FILTROS PASA BAJOS

TEMA 4

Calculo de la frecuencia de corte de la cascada

En el punto de media potencia, se debe cumplir:

$$\left(1 + w^2 / w_C^2\right)^{\frac{n}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

La frecuencia de corte de la cascada es:

$$w_{C C} = w_{C P B} \sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$$

$w_{C C}$ = frecuencia de corte de la cascada

$w_{C P B}$ = frecuencia de corte de cada filtro Pasa bajos

$\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$ = factor de corrimiento de frecuencia de corte. Disminuye con n

La frecuencia de corte de la cascada $w_{C C}$ disminuye con el n° de filtros (n)

Calculo de la frecuencia de ganancia unitaria

Para el calculo de la frecuencia de ganancia unitaria f_T :

Para $w \gg w_C$:

$$\left|A_{V T}\right| = \frac{A_o^n}{\left(1 + (w / w_C)^2\right)^{\frac{n}{2}}} \approx \frac{A_o^n}{(w / w_C)^n}$$

CASCADA DE FILTROS PASA BAJOS

TEMA 4

$$\frac{A_o^n}{(w_T / w_C)^n} = 1 \Rightarrow A_o^n = (w_T / w_C)^n \Rightarrow w_T = w_C \cdot A_o$$

La frecuencia de ganancia unidad no cambia. Quiere decir que la curva cruza el eje en el mismo punto

Para $w \gg w_C$:

$$A_{VT} |dB| \approx 20.n.\log A_o - 20.n.\log \frac{w}{w_C}$$

La ganancia para w es:

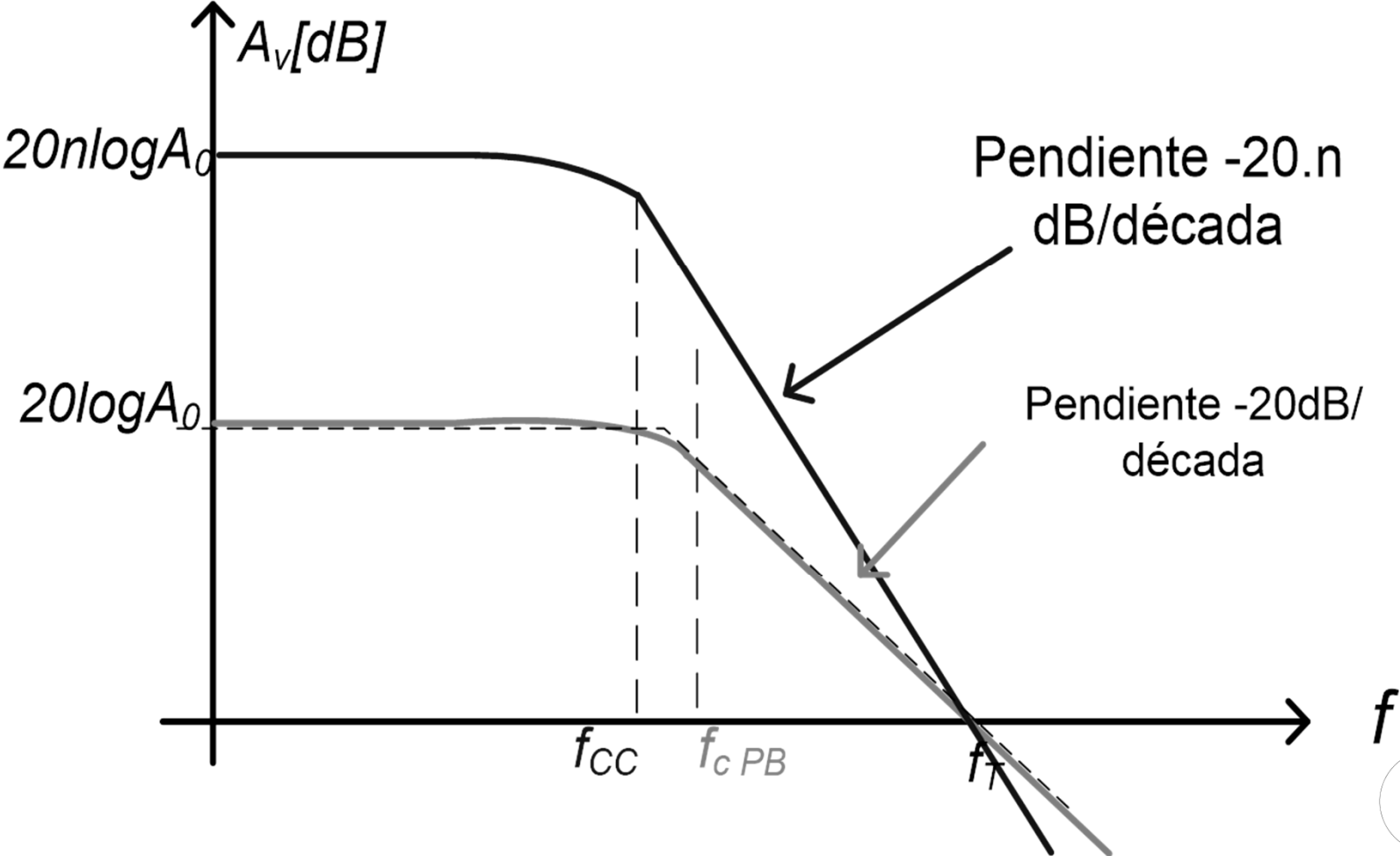
La ganancia para $10w$ es:

$$A_{VT} |dB| \approx 20.n.\log A_o - 20.n.\log \frac{10w}{w_C}$$

La pendiente es $-20.n$ dB/déc

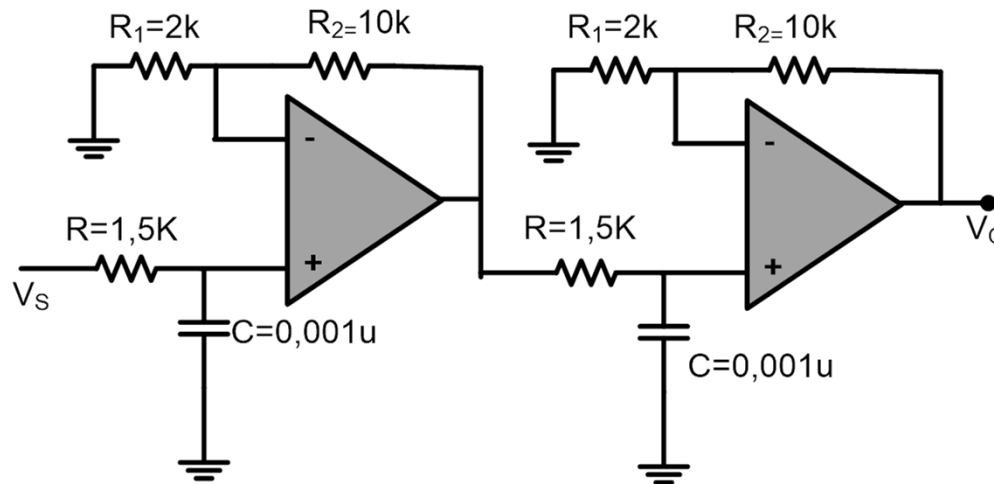
Se puede demostrar que la diferencia de fase entre la entrada y la salida es:

$$\varphi = -n.\tan^{-1} w.C.R$$



CASCADA DE FILTROS PASA BAJOS- EJEMPLO

TEMA 4



Para 1 etapa:

$$f_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot R} \approx 10610,3 \text{ Hz}$$

$$A_{O_{PB1}} = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = 15,56 \text{ dB}$$

Para la cascada:

$$A_{oT} \text{ [dB]} = 2 \cdot A_{o_{PB1}} \text{ [dB]} = 31,12$$

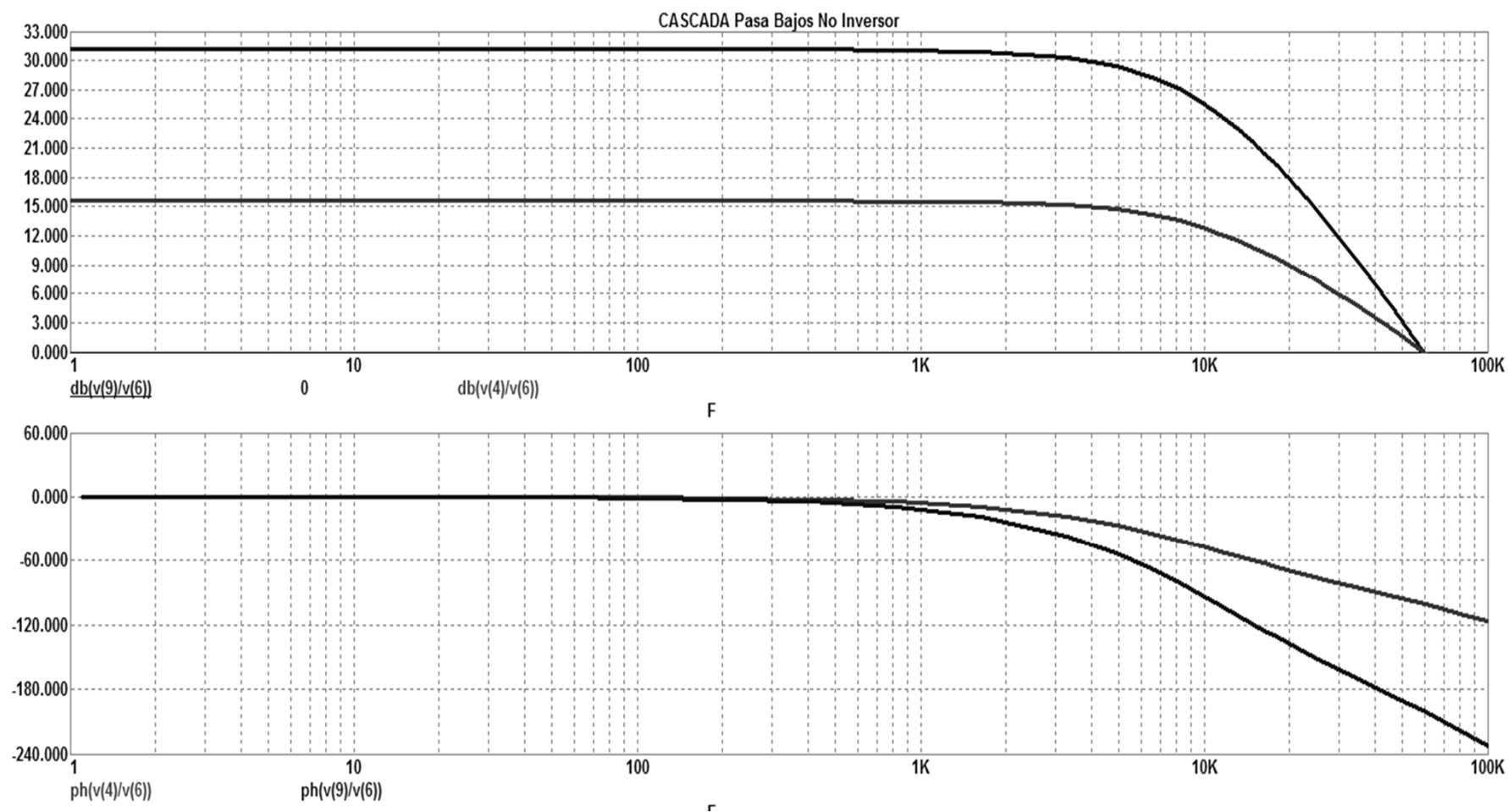
$$f_{CC} = f_{CPB} \cdot \sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$$
$$f_{CC} = 10610,3 \times 0,64$$
$$f_{CC} = 6828,73 \text{ KHz}$$

$$f_T = f_C \cdot A_o = 10610,3 \times 6$$
$$f_T = 63,66 \text{ KHz}$$

VER SIMULACION

CASCADA DE FILTROS PASA BAJOS- EJEMPLO

TEMA 4



CASCADA DE FILTROS PASA ALTOS

TEMA 4

Inversor

$$|A_V| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + (w_C / w)^2}}$$

No Inversor

$$|A_V| = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + (w_C / w)^2}}$$

$$|A_V| = \frac{A_o}{\sqrt{1 + w_C^2 / w^2}}$$

Se puede demostrar que para el caso que todos los filtros sean idénticos, igual ganancia y f_c :

$$|A_{VT}| = \frac{A_o^n}{\left(1 + w_C^2 / w^2\right)^{\frac{n}{2}}}$$

$$A_{OT} |dB| = 20.n.\log A_o - 10.n.\log \left(1 + w_C^2 / w^2\right)$$

$$A_{OT} |dB| = n.\left(20.\log A_o - 10.\log \left(1 + w_C^2 / w^2\right)\right)$$

$$A_{OT} |dB| = n.A_{OPAI} |dB|$$

La conexión en cascada aumenta la ganancia en la zona plana, aumenta la atenuación y reduce el Ancho de Banda

Aumento en la atenuación = Aumento en la pendiente

CASCADA DE FILTROS PASA ALTOS

TEMA 4

En el punto de media potencia, se debe cumplir:

$$\left(1 + w_c^2 / w^2\right)^{\frac{n}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

La frecuencia de corte de la cascada es:

$$w_{c c} = \frac{w_{c p a}}{\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}}$$

$w_{c c}$ = frecuencia de corte de la cascada

$w_{c p a}$ = frecuencia de corte de cada filtro Pasa Altos

$\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$ =factor de corrimiento de frecuencia de corte.

Aumenta con la frecuencia

Para $w \ll w_c$:

La ganancia para w es:

$$A_{v T} |dB| \approx 20.n.\log A_o - 20.n.\log \frac{w_c}{w}$$

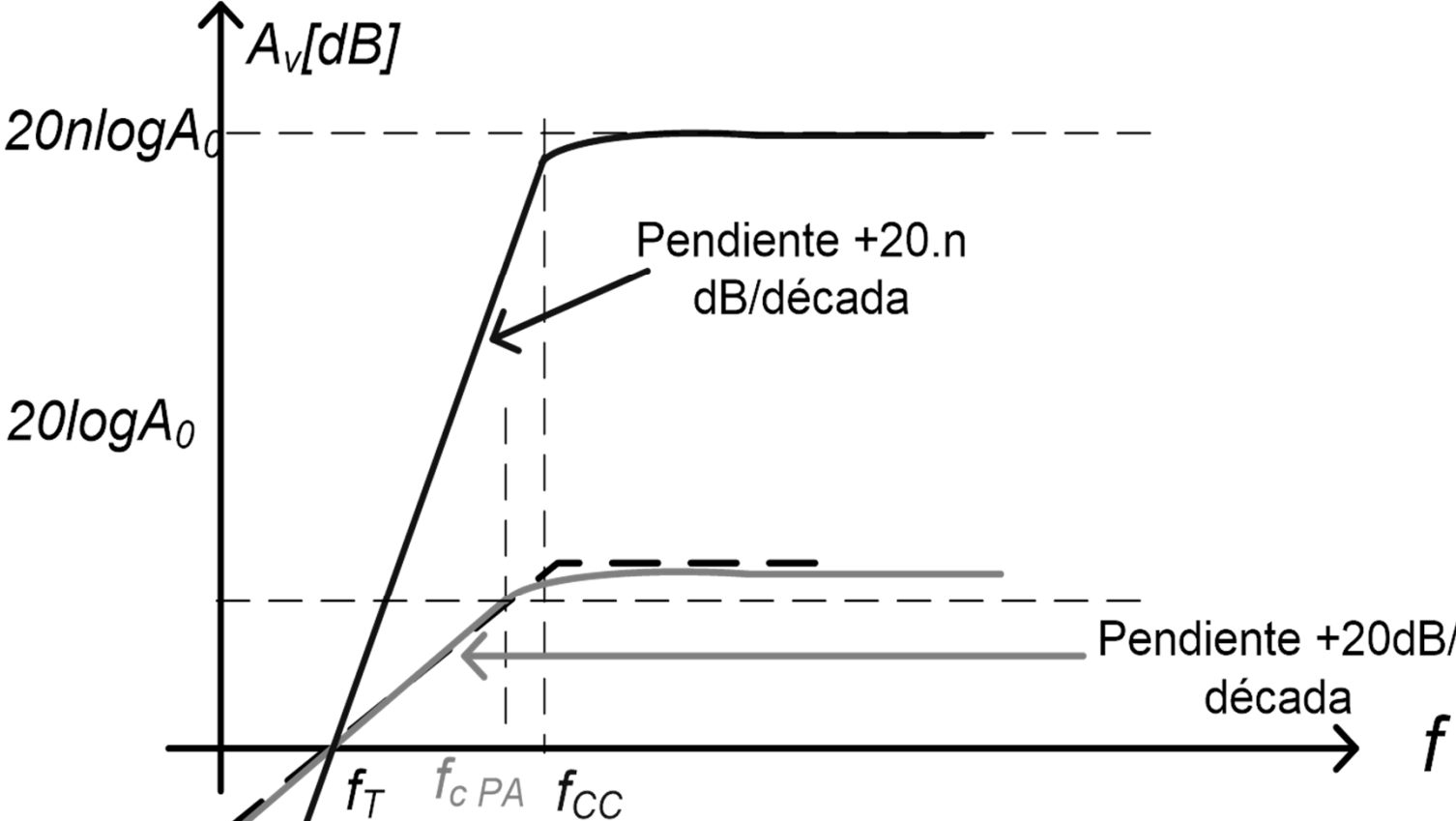
La ganancia para $10w$ es:

$$A_{v T} |dB| \approx 20.n.\log A_o - 20.n.\log \frac{w_c}{10w}$$

La pendiente es +20.n dB/déc

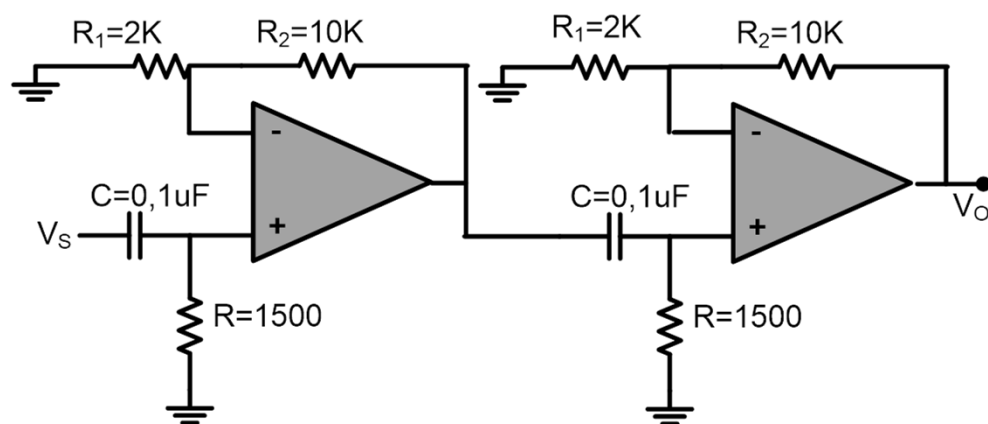
Se puede demostrar que la diferencia de fase entre la entrada y la salida es:

$$\varphi = -\pi - n.\tan^{-1} \frac{w_c}{w}$$



CASCADA DE FILTROS PASA ALTOS- EJEMPLO

TEMA 4



Para 1 etapa:

$$|A_v| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega_C^2}{\omega^2}}} \wedge \varphi = -\tan^{-1} \frac{\omega_C}{\omega}$$

$$f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot R} = 1061.57 \text{ Hz}$$

$$A_v = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 15,56 \text{ dB}$$

Para la cascada:

$$A_{oT} |dB| = A_{oPB1} |dB| + A_{oPB2} |dB|$$

$$A_{oT} |dB| = 2 \cdot A_{oPB1} |dB|$$

$$A_{oT} |dB| = 31.12$$

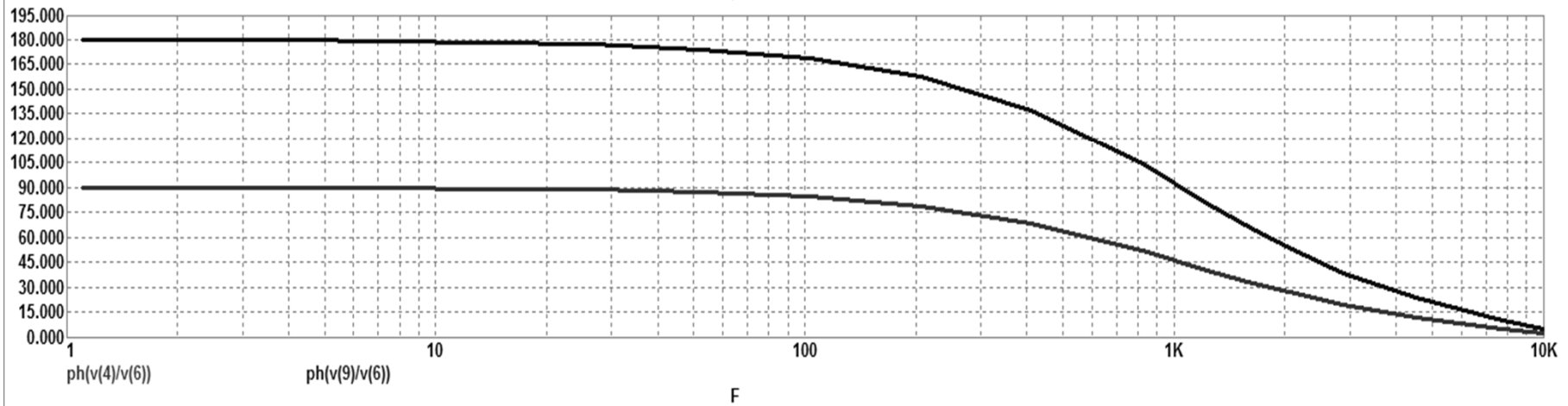
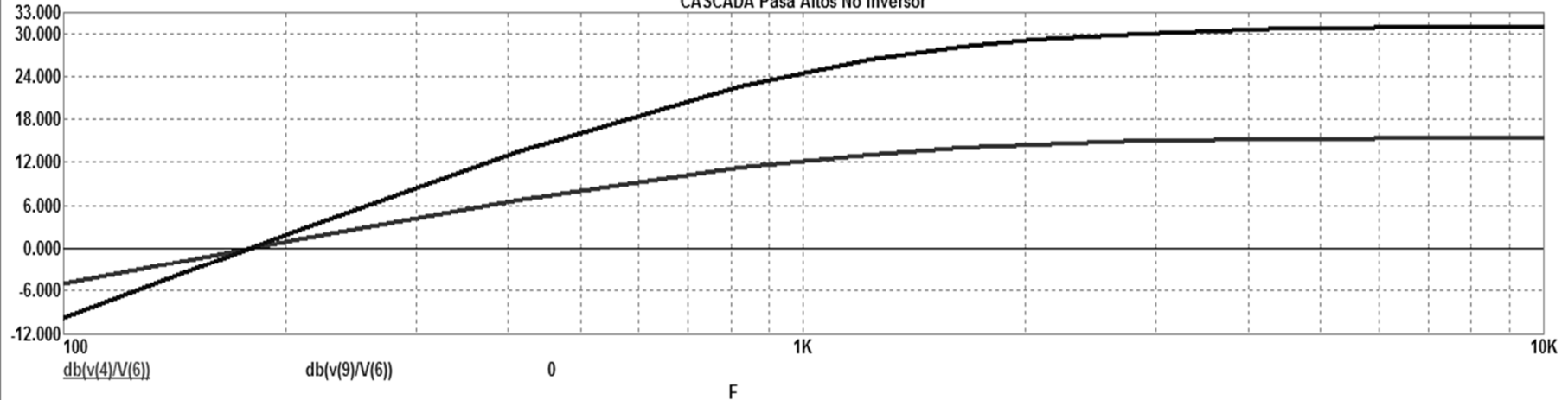
$$f_{cC} = \frac{f_{cPA}}{\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}}$$

$$f_{cC} = 1061 \times 1,55 = 1648 \text{ Hz}$$

CASCADA DE FILTROS PASA ALTOS- EJEMPLO

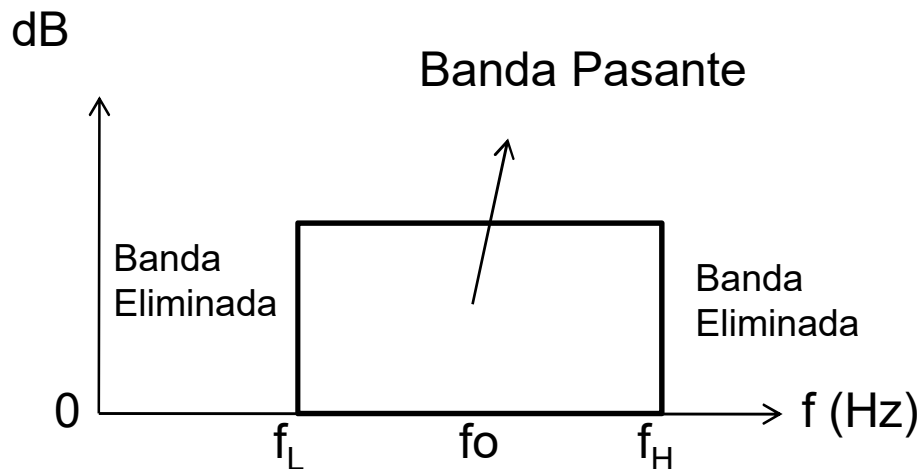
TEMA 4

CASCADA Pasa Altos No Inversor



Filtro Paso Banda ideal:

Permite el paso de señales cuyas frecuencias estén comprendidas por encima de una frecuencia de corte inferior f_L y por debajo de una frecuencia de corte superior f_H , rechazando las frecuencia fuera de este rango.



f_{cL} Frecuencia corte inferior
 f_{cH} Frecuencia corte superior
 f_0 Frecuencia central de operación



Características:

1. Magnitud constante de la función de transferencia en la banda de paso.
2. Frecuencia de corte abrupta, es decir atenuación infinita.
3. Fase Lineal respecto a la frecuencia

Los parámetros considerados en los Filtros son:

- Ancho de Banda (AB): Rango de frecuencia entre las frecuencias de corte superior e inferior

$$AB = f_H - f_L$$

- Frecuencia Central de operación (f_0): Se calcula mediante la media geométrica entre las frecuencias de corte superior e inferior

$$f_0 = \sqrt{f_{CL} \cdot f_{CH}}$$

- Factor de mérito o factor de calidad (Q): indica la calidad del filtro

$$Q = \frac{f_0}{AB}$$

Si Q es grande, significa que el AB es chico, o sea que la banda pasante es chica, por lo tanto es un filtro estrecho llamado de banda angosta. Por el contrario será de banda Ancha si Q es chico, ya que esto indica que el AB es grande. Q es una medida de la selectividad de un filtro.

Si $Q \leq 10 \Rightarrow$ Banda Ancha

Si $Q > 10 \Rightarrow$ Banda Angosta

En general un filtro pasa banda de banda ancha puede ser elaborado conectando en cascada secciones de filtros pasa altos y pasa bajos, el orden de las secciones debe de ser el mismo.

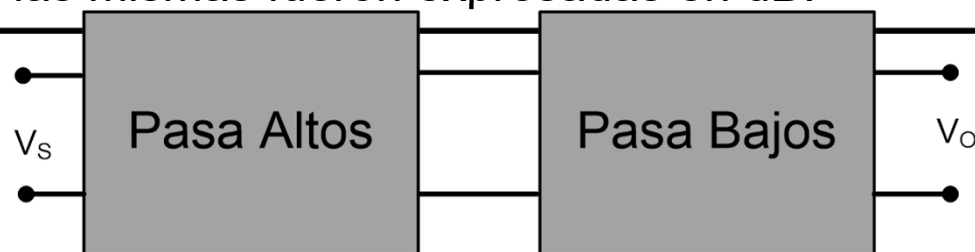
Es importante que las frecuencias de las secciones pasa bajos y pasa altos no se traslapen y que ambas tengan la misma ganancia en la banda de paso.

Para que esto se cumpla, la frecuencia de corte del filtro pasa bajos debe de ser **10 veces o más veces** la frecuencia de corte del filtro pasa altos.

El filtro de banda ancha obtenido mediante los filtros pasa bajos y pasa altos conectados en cascada tiene las siguientes características:

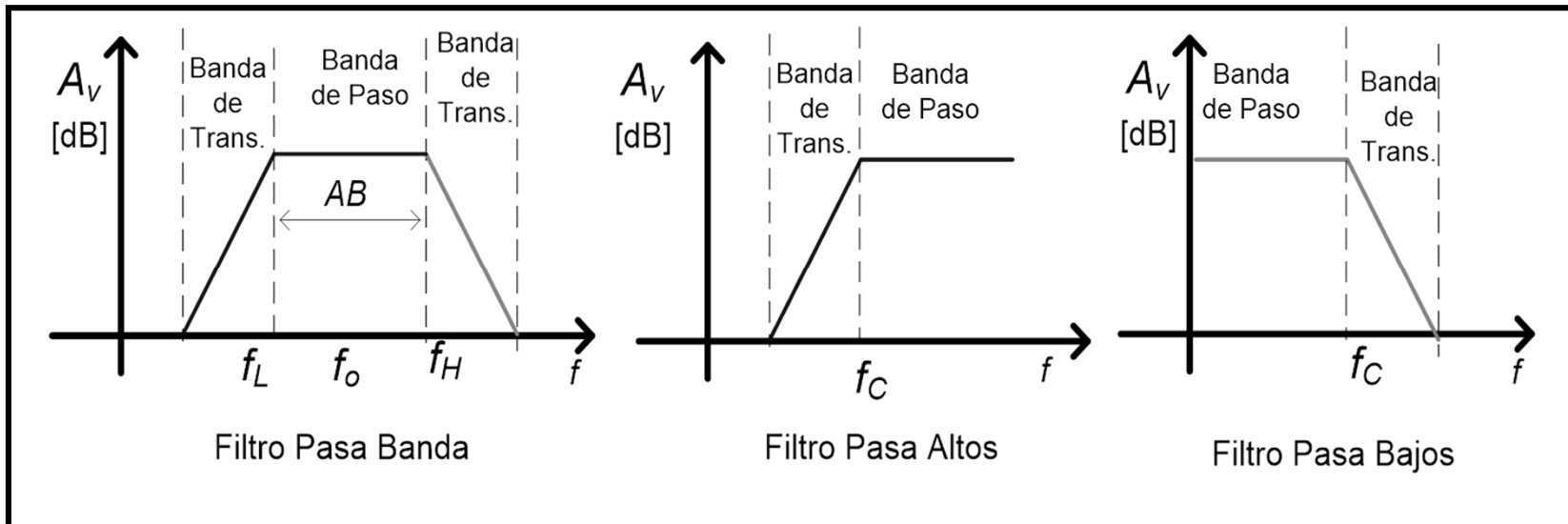
- La frecuencia de corte inferior está determinada solo por el filtro pasa altos
- La frecuencia de corte superior está determinada por el filtro pasa bajos
- La ganancia tendrá su valor máximo en la frecuencia central.

Para la obtención de la función de transferencia es posible sumar la función de transferencia del filtro pasa bajos con la función de transferencia del filtro pasa altos si las mismas fueron expresadas en dB.



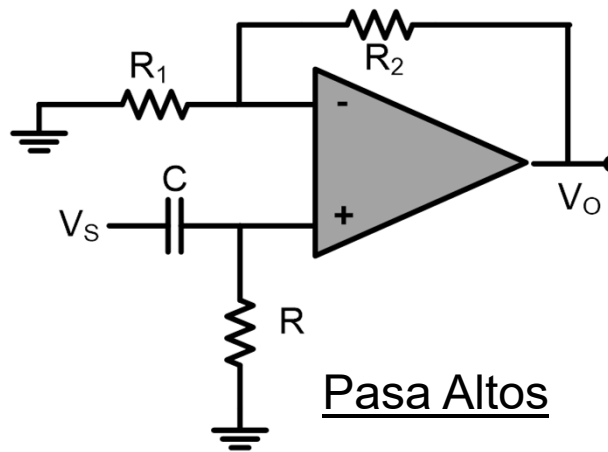
Pasabanda de banda Ancha

- Pendientes: ± 20 dB década
- Ganancia de tensión: es el producto de las ganancias de los filtros: PAltos y Pbajos, expresada en veces: $A_V = A_{V Pb} \cdot A_{V PA}$
- Ganancia de tensión es la suma de las ganancias de los filtros: PAltos y Pbajos, expresada en dB: $A_V |dB| = A_{V Pb} + A_{V PA}$



FILTRO PASABANDA

TEMA 4



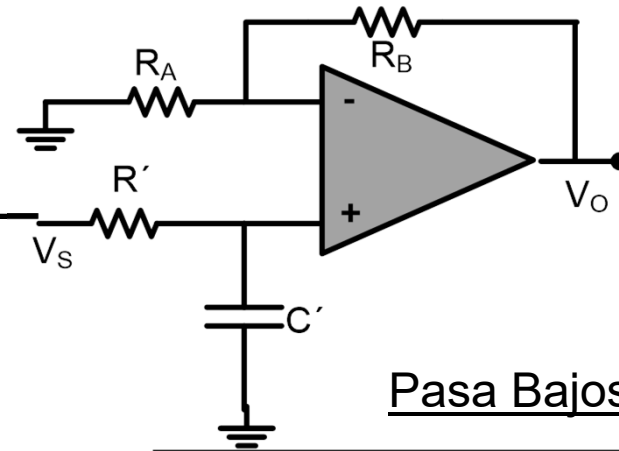
Pasa Altos

$$A_v = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega CR}} = A_{o1} \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega CR}}$$

$$|A_v| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 R^2}}} = \frac{A_{o1}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

$$\varphi = -\tan^{-1} \frac{1}{\omega CR} = -\tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega}$$

$$\text{Frecuencia de corte } \omega_{c1} = \frac{1}{CR}$$



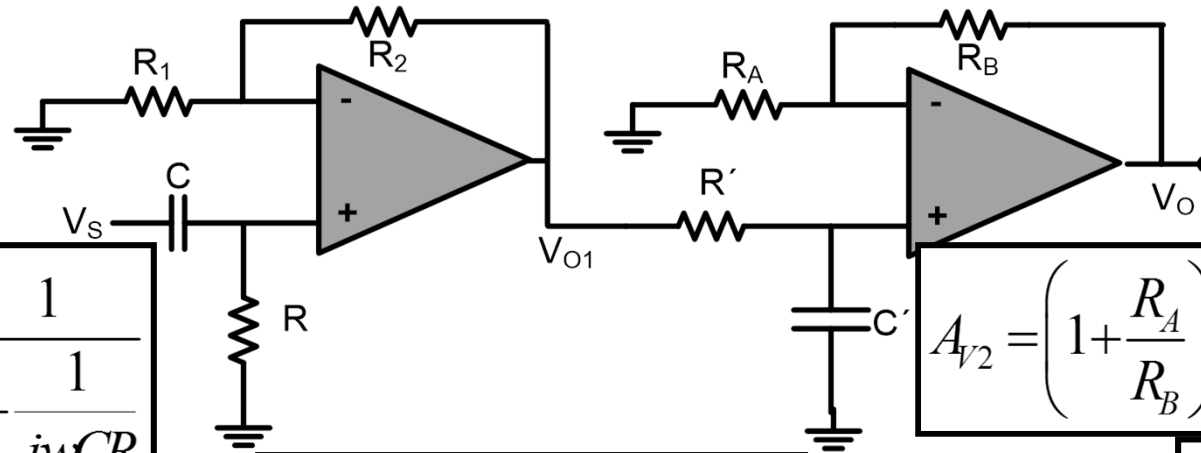
Pasa Bajos

$$A_v = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) \frac{1}{1 + j\omega C' R'} = A_{o2} \frac{1}{1 + j\omega C' R'}$$

$$|A_v| = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C'^2 R'^2}} = \frac{A_{o2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

$$\varphi = -\tan^{-1} \omega C' R' = -\tan^{-1} \frac{\omega}{\omega_c}$$

$$\text{Frecuencia de corte } \omega_{c2} = \frac{1}{C' R'}$$



$$A_{V1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega CR}}$$

$$\omega_{c1} = \frac{1}{C \cdot R}$$

$$A_V = \frac{A_0}{1 + j\omega C' R'} \cdot \frac{A_0}{1 + \frac{1}{j\omega CR}}$$

$$A_V = A_0^2 \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_H}} \cdot \frac{1}{1 + j \frac{\omega_L}{\omega}}$$

$$A_{V2} = \left(1 + \frac{R_A}{R_B}\right) \frac{1}{1 + j\omega C' R'}$$

$$\omega_{c2} = \frac{1}{C' \cdot R'}$$

Si las ganancias de ambos filtros son iguales en la zona plana:

$$A_0 = 1 + \frac{R_A}{R_B} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$|A_V| = \frac{A_0^2}{\left(\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 R^2}}\right) \cdot \left(\sqrt{1 + \omega^2 C'^2 R'^2}\right)} = \frac{A_0^2}{\sqrt{1 + \frac{\omega_{c1}^2}{\omega^2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_{c2}^2}}}$$

$$A_v |dB| = 20 \cdot \log A_0^2 - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{w}{w_{C2}}\right)^2} - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{w_{C1}}{w}\right)^2}$$

$$A_v |dB| = 40 \log A_0 - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{w}{w_{C2}}\right)^2} - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{w_{C1}}{w}\right)^2}$$

Calculo de las pendientes:

Para $w \gg w_{C2}$:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{w}{w_{C2}}\right)^2} \approx w/w_{C2}$$

y

$$\sqrt{1 + \left(\frac{w_{C1}}{w}\right)^2} \approx 1$$

Para w :

$$A_v |dB| = 40 \cdot \log A_0 - 20 \log \frac{w}{w_{C2}}$$

Para $10w$:

$$A_v |dB| = 40 \cdot \log A_0 - 20 \log \frac{10w}{w_{C2}}$$

$$A_v |dB| = 40 \cdot \log A_0 - 20 \log \frac{w}{w_{C2}} - 20$$

19

Para $w \gg w_{C2}$ la pendiente es de -20dB/dec

FILTRO PASABANDA

TEMA 4

Calculo de las pendientes:

Para $w \ll w_{C1}$:

$$\sqrt{1 + (w/w_{C2})^2} \approx 1$$

y

$$\sqrt{1 + (w_{C1}/w)^2} \approx w_{C1}/w$$

Para w :

$$|A_v|_{dB} = 40 \cdot \log A_0 - 20 \log \frac{w_{C1}}{w}$$

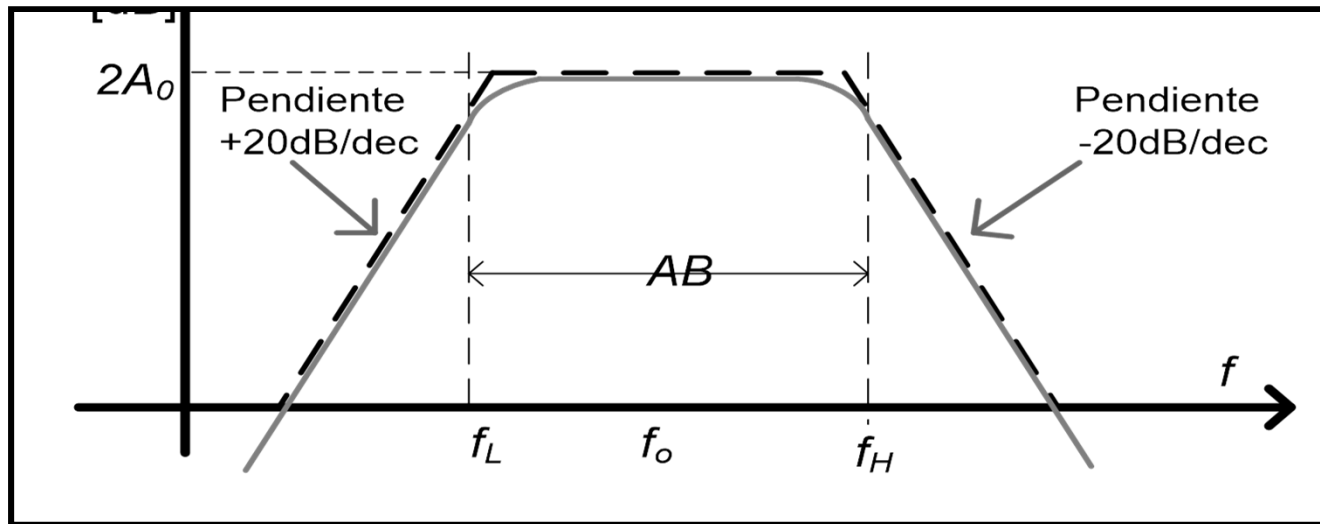
Para $10w$:

$$|A_v|_{dB} = 40 \cdot \log A_0 - 20 \log \frac{w_{C1}}{10w}$$

Para $w \ll w_L$ la pendiente es de **+20dB/dec**

$$|A_v|_{dB} = 40 \cdot \log A_0 - 20 \log \frac{w_{C1}}{w} + 20$$

20



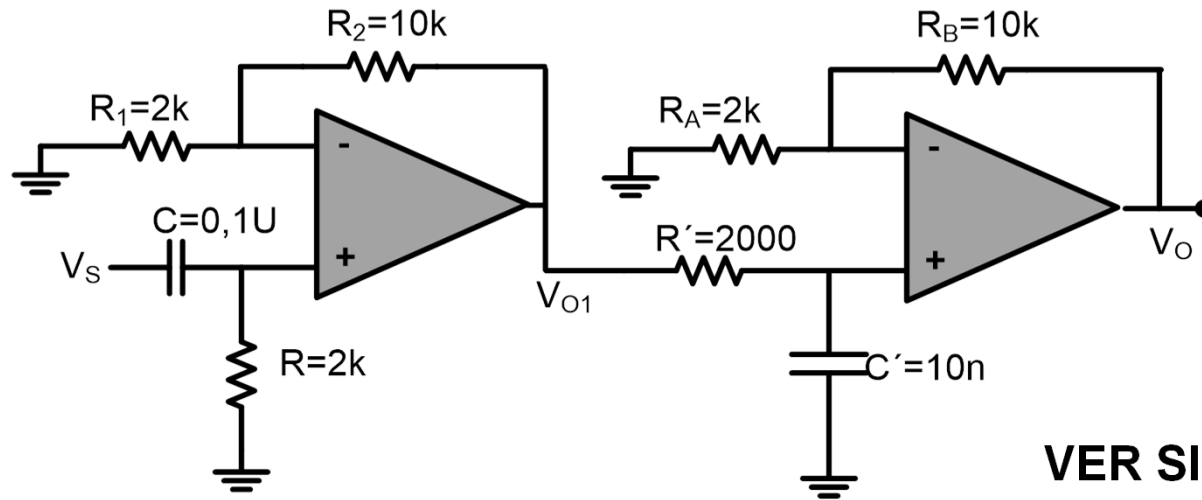
$$w_0 \approx \sqrt{\frac{1}{CR} \cdot \frac{1}{C'R'}}$$

$$f_L < f_{C1}$$

$$f_H > f_{C2}$$

FILTRO PASABANDA - EJEMPLO

TEMA 4



VER SIMULACIÓN

$$|A_{V1}| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + 1/w^2 C^2 R^2}} \quad \wedge \quad \varphi = -\tan^{-1} 1/wCR$$

$$|A_{V2}| = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + w^2 C'^2 R'^2}} \quad \wedge \quad \varphi = -\tan^{-1} wC'R'$$

$$f_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot R} = 796,2 \text{ Hz}$$

$$f_{C2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C' \cdot R'} \approx 7961,8 \text{ Hz}$$

$$A_{V1} = 20 \log \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 15,56 \text{ dB}$$

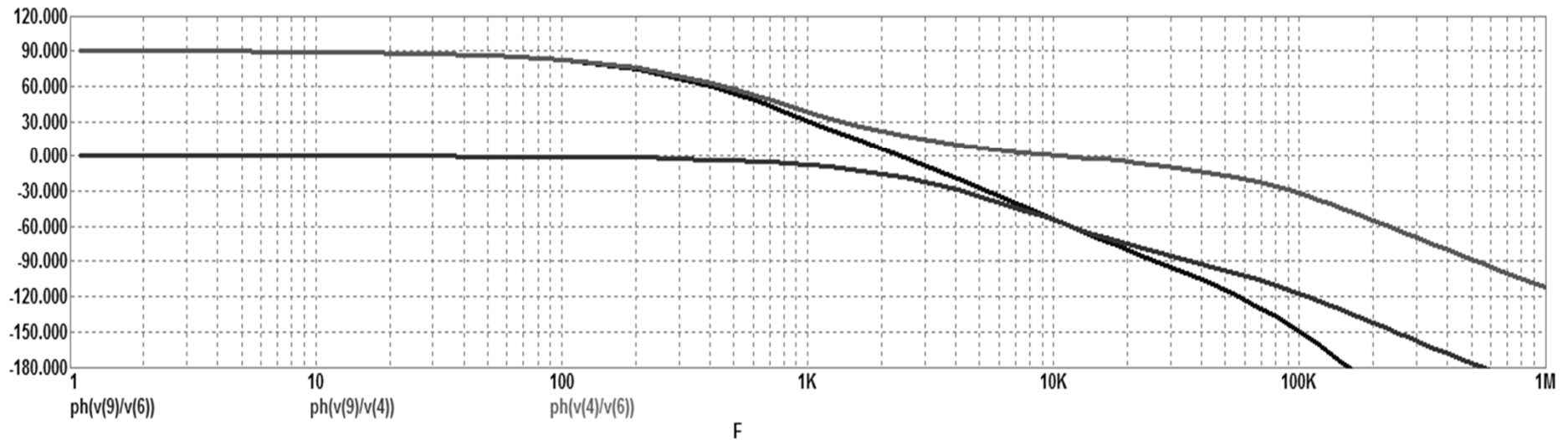
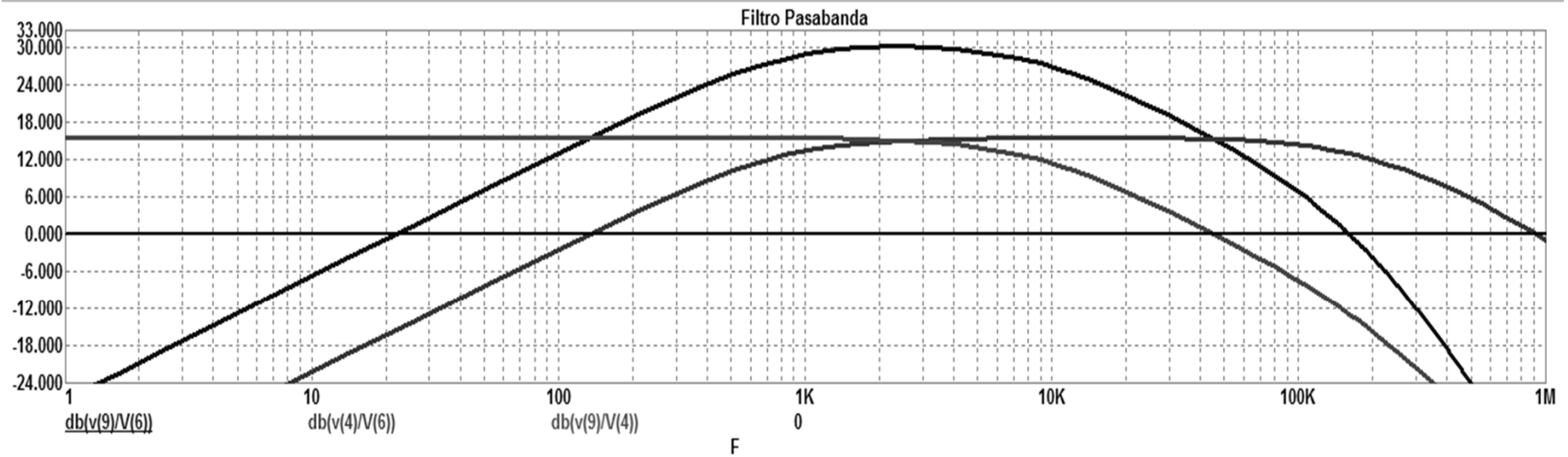
$$A_{V2} = 20 \log \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) = 15,56 \text{ dB}$$

$$f_o \approx \sqrt{f_{C1} \cdot f_{C2}} = 2517,7 \text{ Hz}$$

$$A_{V_o} = A_{V1} + A_{V2} = 31,12 \text{ dB}$$

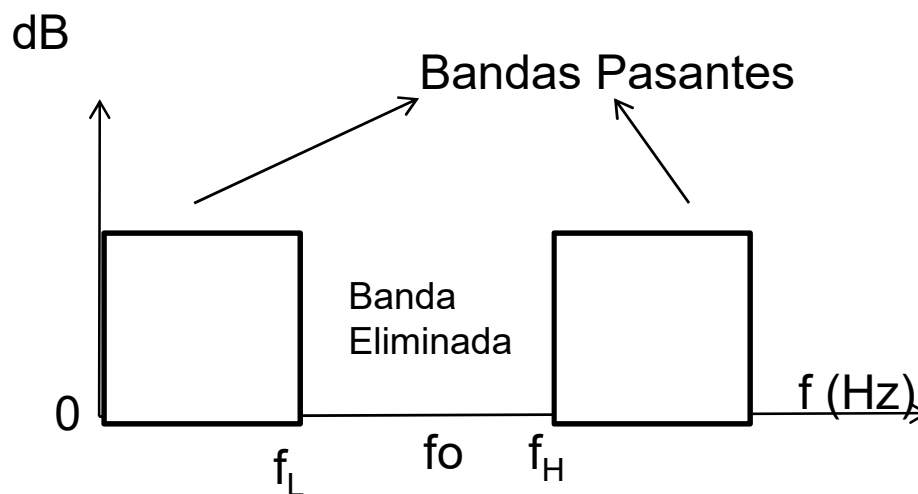
FILTRO PASABANDA - EJEMPLO

TEMA 4



Filtro Rechaza Banda ideal:

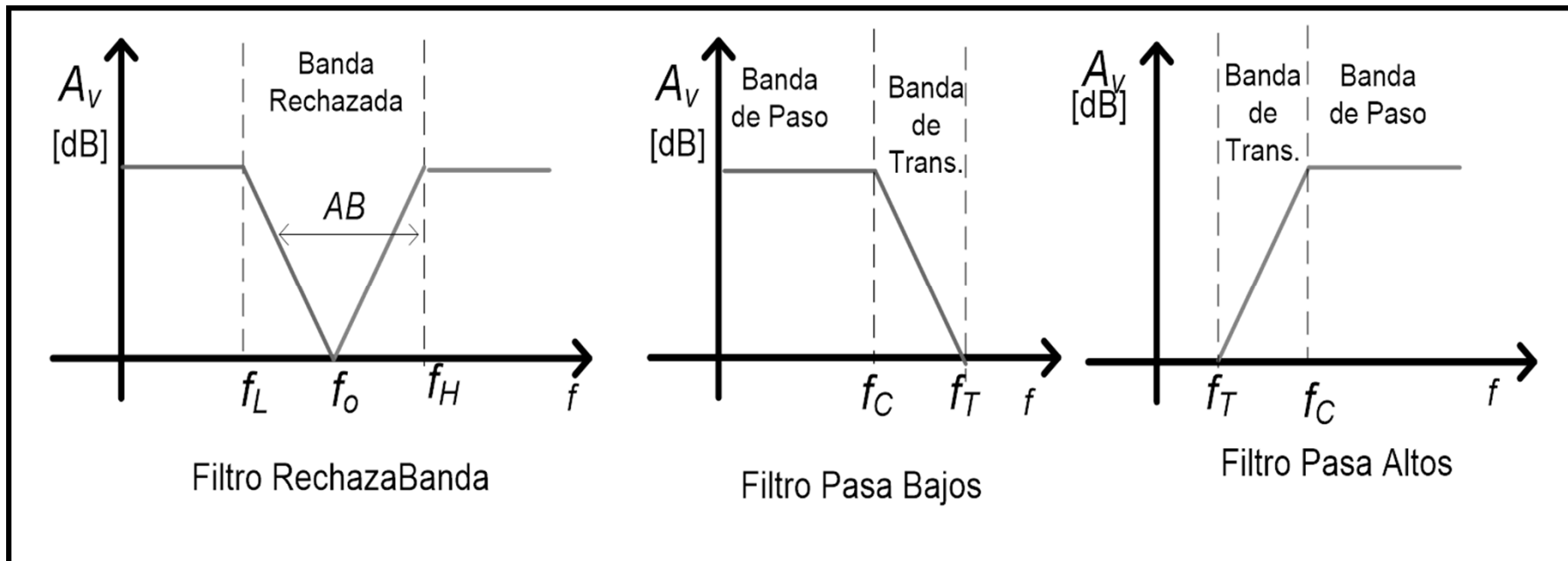
Rechaza el paso de señales cuyas frecuencias estén comprendidas por encima de una frecuencia de corte inferior f_{c_L} y por debajo de una frecuencia de corte superior f_{c_H} , dejando pasar las frecuencia fuera de este rango.



f_{c_L} Frecuencia corte inferior
 f_{c_H} Frecuencia corte superior
 f_0 Frecuencia central de operación

Rechazabanda de banda Ancha

- Pendientes: ± 20 dB década
- Ganancia de tensión: es el producto de las ganancias de los filtros: PAltos y Pbajos, expresada en veces: $A_V = A_{V Pb} \cdot A_{V PA}$



En general un filtro Rechazabanda de banda puede ser elaborado conectando en cascada secciones de filtros pasa bajos y pasa Altos, el orden de las secciones debe de ser el mismo.

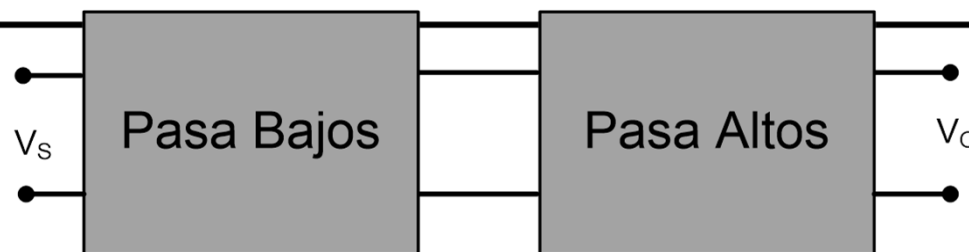
Es importante que las frecuencias de las secciones pasa bajos y pasa altos no se traslapen y que ambas tengan la misma ganancia en la banda de paso.

Para que esto se cumpla, la frecuencia de corte del filtro pasa altos debe de ser **10 veces o más veces** la frecuencia de corte del filtro pasa bajos.

El filtro de banda ancha obtenido mediante los filtros pasa bajas y pasa altas conectados en cascada tiene las siguientes características:

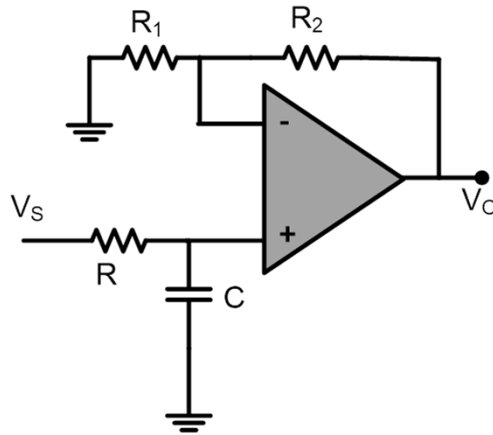
- La frecuencia de corte inferior está determinada solo por el filtro pasa bajos
- La frecuencia de corte superior está determinada por el filtro pasa altos
- La ganancia tendrá su valor mínimo en la frecuencia central.

Para la obtención de la función de transferencia es posible multiplicar la función de transferencia del filtro pasa bajos con la función de transferencia del filtro pasa altos.



FILTRO PASA BAJOS- RESUMEN

TEMA 4



$$|A_v| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} = \frac{A_o}{\sqrt{1 + \omega^2 / \omega_c^2}}$$

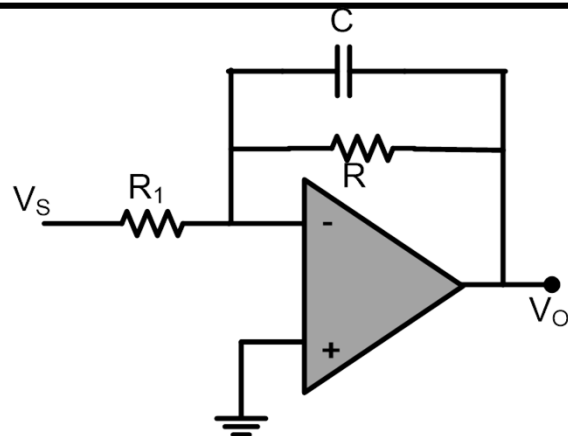
$$\varphi = -\tan^{-1} \omega C R = -\tan^{-1} \frac{\omega}{\omega_c}$$

Frecuencia de corte $\omega_c = \frac{1}{CR}$

$$\omega_T = \omega_c \cdot A_o$$

Volver a pasabanda

Volver a cascada



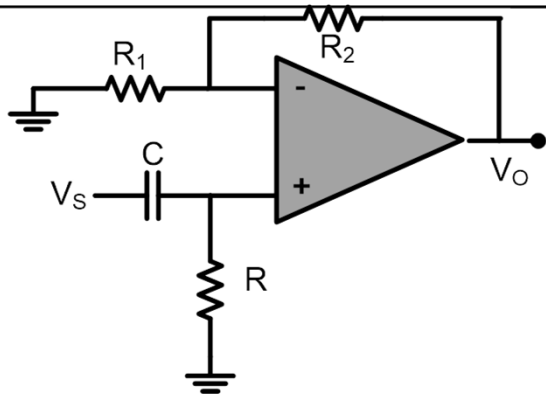
$$|A_v| = \frac{R}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} = \frac{A_o}{\sqrt{1 + \omega^2 / \omega_c^2}}$$

$$\varphi = -\pi - \tan^{-1} \omega \cdot C \cdot R = -\pi - \tan^{-1} \frac{\omega}{\omega_c}$$

Observar: El modulo de la ganancia (magnitud) es el mismo en ambos casos. Las fases también son idénticas, excepto por un atraso de 180° en el circuito inversor

FILTRO PASA ALTOS- RESUMEN

TEMA 4



$$|A_v| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 R^2}}} = \frac{A_o}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

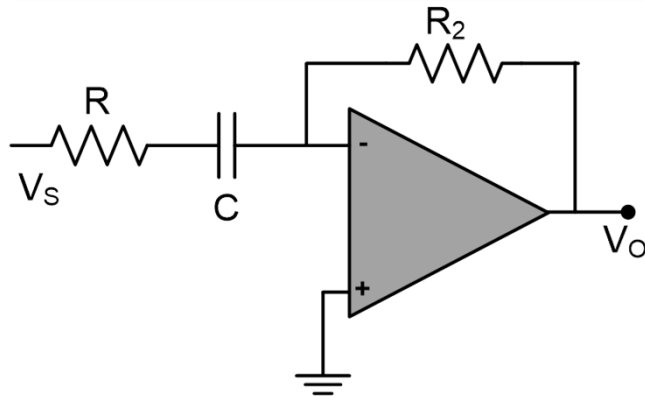
$$\varphi = -\tan^{-1} \frac{1}{\omega CR} = -\tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega}$$

Frecuencia de corte $\omega_c = \frac{1}{CR}$

$$\omega_T = \frac{\omega_c}{A_o}$$

Volver a pasabanda

Volver a cascada



$$|A_v| = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} = \frac{A_o}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

$$\varphi = -\pi - \tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega}$$

Observar: El modulo de la ganancia (magnitud) es el mismo en ambos casos. Las fases también son idénticas, excepto por un atraso de 180° en el circuito inversor