



PROBLEMA –Cálculo de márgenes de estabilidad

La función de transferencia de un lazo de temperatura correspondiente al elemento final de control, proceso y transmisor es:

$$G(s) = \frac{1.5}{(2s + 1)^2(s + 1)}$$

Sintonice un controlador proporcional de modo que el margen de fase sea por menos de 45° y el margen de ganancia de por lo menos 2.

Los parámetros de la respuesta en frecuencia son:

$$\rho(\omega) = \frac{Kc \cdot 1.5}{(4\omega^2 + 1)\sqrt{\omega^2 + 1}}$$

$$\varphi(\omega) = -2tg^{-1}(2\omega) - tg^{-1}(\omega)$$

La ganancia del controlador para Margen de Fase de 45° resulta:

$$MF = 180^\circ + \varphi_1 \rightarrow \varphi_1 = -135^\circ$$

$$\varphi(\omega_1) = -2tg^{-1}(2\omega_1) - tg^{-1}(\omega_1) = -135^\circ$$

$$\omega_1 = 0.63 \text{ (min}^{-1}\text{)}$$

$$\rho(\omega_1) = \frac{Kc \cdot 1.5}{(4\omega_1^2 + 1)\sqrt{\omega_1^2 + 1}} = 1$$

$$Kc = 2.04$$

Con esta ganancia, el Margen de Ganancia es:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 + 1}{2 \cdot 2 \cdot 1}} = 1.11 \text{ (min}^{-1}\text{)}$$

$$\rho_c = \rho(\omega_c) = \frac{Kc \cdot 1.5}{(4\omega_c^2 + 1)\sqrt{\omega_c^2 + 1}} = 0.34$$

$$MG = \frac{1}{\rho_c} = 2.95$$

Por lo tanto, sintonizando el controlador con $Kc = 2.04$ se cumple que:

$$MG > 2 \text{ y } MF = 45^\circ$$