RESPUESTA EN FRECUENCIA EN LAZO ABIERTO

Considérese un lazo de control típico con los elementos que se consignan en la Figura 1. Se han rellenado los bloques correspondientes a elementos del sistema de control automático.

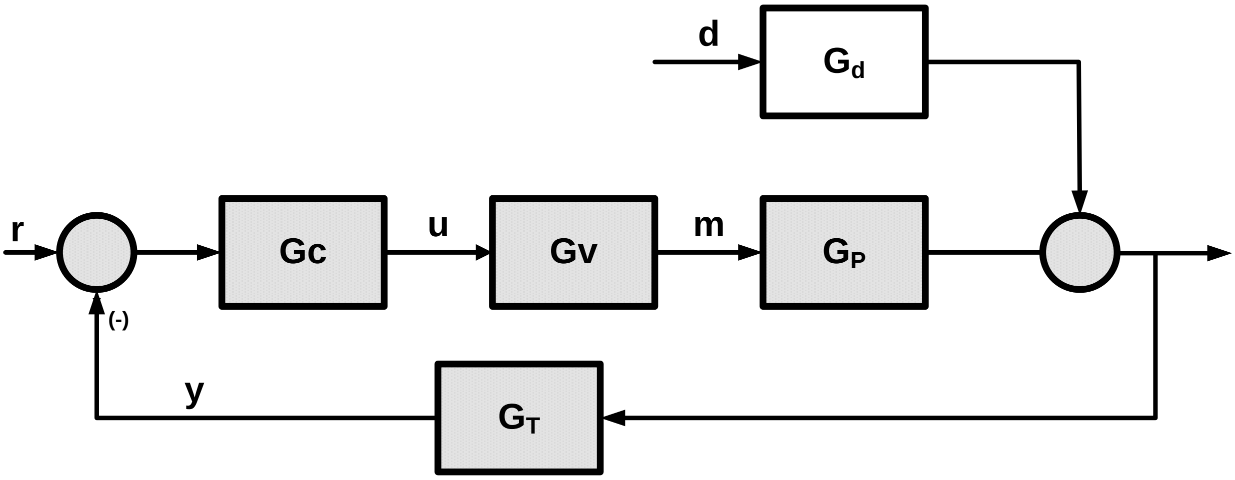


Figura 1: Diagrama en bloques con los elementos típicos de un lazo cerrado de Control de Procesos

Para analizar la estabilidad o para estimar la respuesta a perturbaciones del sistema en Lazo Cerrado se puede recurrir a la Respuesta en Frecuencia de los elementos en serie que constituyen el lazo. A ésta se la conoce como *Respuesta en Frecuencia en Lazo Abierto* y consiste en la respuesta en Frecuencia del sistema mostrado en la Figura 2.

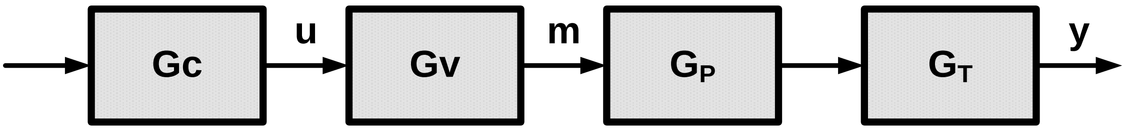


Figura 2: Diagrama en bloques con los elementos de un Lazo de Control Abierto

Como idea a fijar se establece que: *el comportamiento dinámico de un lazo cerrado de control se puede estudiar a partir de la Respuesta en Frecuencia del Lazo Abierto*. En un primer momento se considera controlador proporcional con ganancia unitaria para obtener los parámetros característicos de la planta a controlar.

La Respuesta en Frecuencia de los elementos del lazo se obtiene analizando el complejo:

$$G_{LA}(j\omega) = G_C(j\omega)G(j\omega) = G_C(j\omega)G_V(j\omega)G_P(j\omega)G_T(j\omega)$$

y aplicando el Teorema de Respuesta en Frecuencia de sistemas en serie resulta:

$$\rho(\omega) = \rho_C(\omega)\rho_V(\omega)\rho_P(\omega)\rho_T(\omega)$$

$$\Phi(\omega) = \Phi_C(\omega) + \Phi_V(\omega) + \Phi_P(\omega) + \Phi_T(\omega)$$

Toda esta información se puede volcar en un Diagrama de Bode tal como se presenta en el ejemplo que se trata a continuación.

PARÁMETROS CRÍTICOS

Si bien en algunos casos es preciso contar con la información en todo el ámbito de la frecuencia ω, para estudiar la estabilidad y estimar cómo sería la dinámica de respuesta a perturbaciones, puede resultar suficiente conocer dos parámetros:

- FRECUENCIA CRÍTICA (**ω_c**): *es la frecuencia en la que el desfasaje es igual a -180°* (o la menor de las frecuencias a las que se alcanza tal ángulo de fase). Ésta es una magnitud importante, ya que permite estimar la frecuencia propia de oscilación del lazo en el campo temporal. Cuando el controlador está bien sintonizado, la frecuencia propia es 10 a 30 % menor que la Frecuencia Crítica[a] Esto resulta de enorme importancia, ya que conociendo la ω_c (que se evalúa a partir de los parámetros de los elementos del lazo, incluido el controlador) es posible acotar en ámbito en el que estará la frecuencia de oscilación en el campo temporal cuando el sistema reaccionen ante una perturbación.

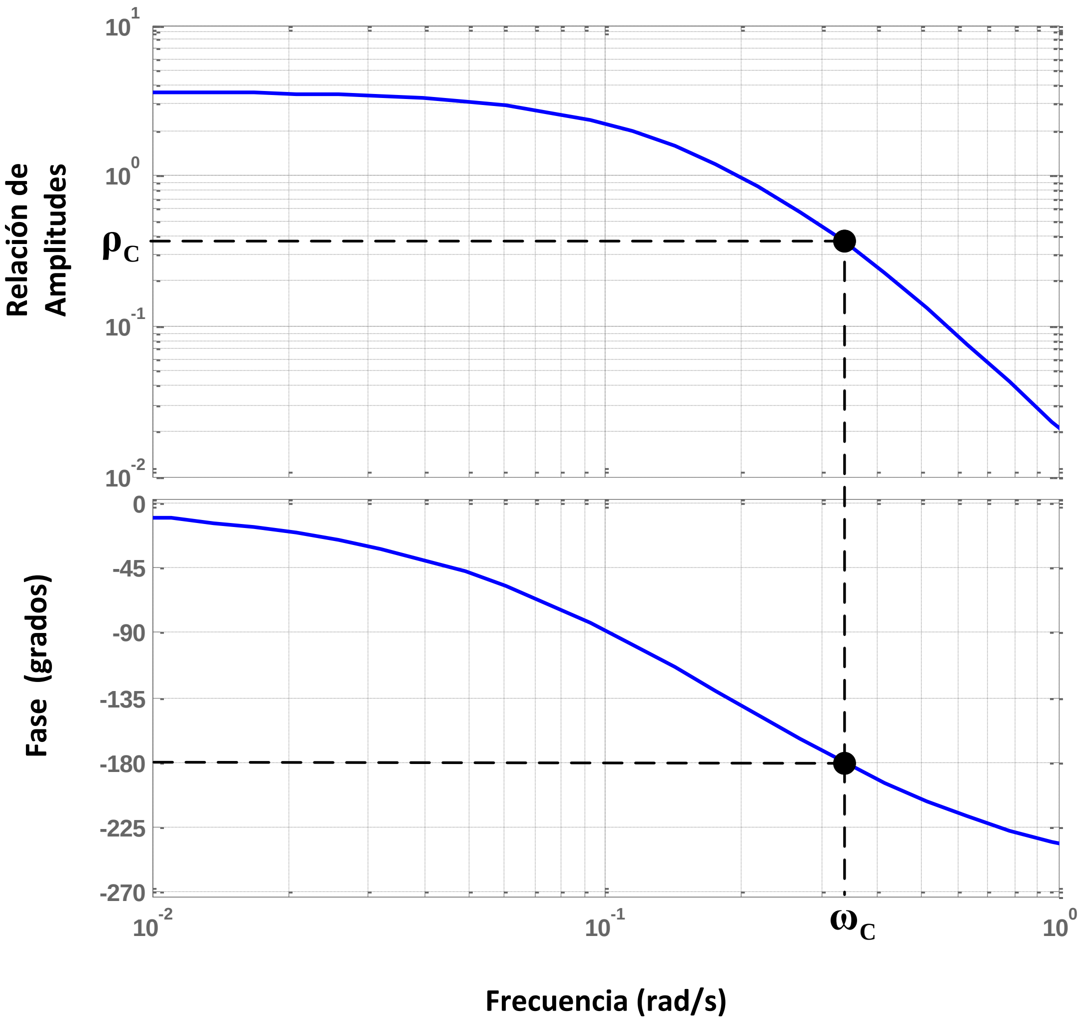


Figura 3: Diagrama de Bode correspondiente a los elementos de un Lazo de Control Abierto

- RELACIÓN DE AMPLITUDES CRÍTICA (ρ_c): *es la relación de amplitudes de los elementos del lazo, correspondientes a la frecuencia crítica*. Este parámetro está asociado a la estabilidad.

[a]Harriott, P. (1964). *Process Control*, pag. 100, McGraw-Hill, Nueva York, USA.

$\rho_C < 1 \quad \Rightarrow$ Sistema Estable
$\rho_C = 1 \quad \Rightarrow$ Sistema Marginalmente estable (Oscilaciones Sostenidas)
$\rho_C > 1 \quad \Rightarrow$ Sistema Inestable

Pero hay una propiedad adicional que se puede deducir de esto. *Cuanto más pequeño sea ρ_c, más amortiguada será la respuesta del lazo*. Los valores normales de ρ_c están entre 0.3 y 0.6, siendo el valor típico de 0.5, para el cual en muchos sistemas la relación de atenuación resulta ser próxima al clásico valor 0.25 (1:4).

MÁRGENES DE ESTABILIDAD

Con el objeto de tener una medida cuantitativa de la proximidad de un sistema a las condiciones de estabilidad marginal (o crítica) se definen dos *Márgenes de estabilidad*:

- MARGEN DE GANANCIA (MG): es la inversa de la relación de amplitudes crítica.

$$\mathbf{MG} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{C}}}$$

  Permite escribir las condiciones de estabilidad de la siguiente forma:

  $MG > 1 \quad \Rightarrow$ Sistema Estable
  $MG = 1 \quad \Rightarrow$ Sistema Marginalmente estable (Oscilaciones Sostenidas)
  $MG < 1 \quad \Rightarrow$ Sistema Inestable (en este caso el sistema carece de margen)

  Los valores típicos de márgenes que los expertos consideran adecuados varían de 1.7 a 3.0[b], siendo el valor clásico de 2. Esta recomendación da una regla para ajustar uno de los parámetros del controlador. El MG es el valor en el que se debe dividir la ganancia del controlador correspondiente a oscilaciones sostenidas para obtener la ganancia del controlador con ese margen de ganancia. Se puede asociar MG con la atenuación del la respuesta, a mayor MG, respuesta temporal más atenuada.

- MARGEN DE FASE (MF). La frecuencia a la que la relación de amplitudes es igual a 1 se la designará como ω_1 y la fase correspondiente a esa frecuencia (expresada en grados sexagesimales) será Φ_1. Se define Margen de Fase como:

$$\mathbf{MF} = \mathbf{180} + \boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{1}}$$

  El MF puede interpretarse como el desfasaje que se debe agregar al sistema para llegar al límite de estabilidad. Los expertos recomiendan que se mantenga MF de por lo menos 30° (y en algunos casos que supere los 45° [c]).

En la Figura 4 se puede observar el Diagrama de Bode del sistema analizado en la Figura anterior, resaltando el significado de ambos márgenes. Es interesante notar que, como la relación de amplitudes se representa en forma logarítmica, el cociente que define del MG se transforma en una resta.

Es frecuente que cuando se hable de márgenes de estabilidad se haga referencia a *Estabilidad Relativa*. Con esta expresión se quiere indicar que los márgenes miden la proximidad del sistema en lazo cerrado a las condiciones de inestabilidad.

[b]Stephanopoulos, G. (1984). *Chemical Process Control*, pag. 351, Prentice-Hall, Nueva York, USA.
[c]Smith, C. y A. Corripio (1991). *Control Automático de Procesos*, pag. 391, Limusa, México.

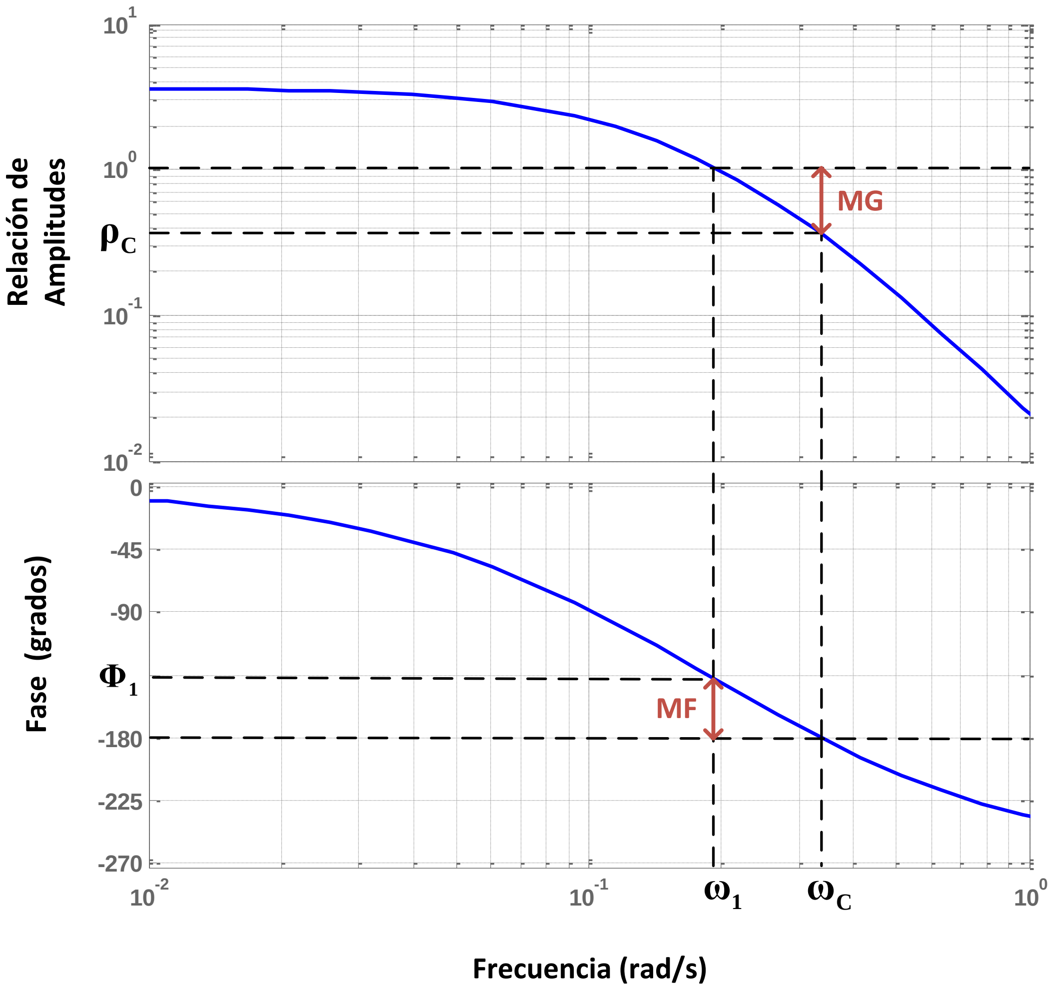


Figura 4: Márgenes de Estabilidad para un sistema en lazo cerrado

FRECUENCIA Y GANANCIA ÚLTIMA

Cuando el lazo de control se cierra con un controlador proporcional, esta unidad no aporta fase y por lo tanto la frecuencia crítica depende solamente del desfasaje de los otros elementos del circuito de control. Pasa a ser entonces una propiedad del sistema a controlar. A esta frecuencia crítica se la conoce también como *Frecuencia Ultima* (ω_u) y el período asociado a ella será el *Período Último* (τ_u). Matemáticamente, la definición es:

$$\Phi(\omega_u) = \Phi_V(\omega_n) + \Phi_P(\omega_n) + \Phi_T(\omega_n) = -180^o$$

Esta frecuencia es un parámetro crucial en la sintonización de controlador y brinda información sumamente útil acerca del comportamiento temporal que puede esperarse para el lazo de control. Para controladores sintonizados con el método de Ziegler y Nichols[d] en lazo cerrado o para mínima IEA a escalones en alguna entrada[e], el período propio de oscilación de la variable controlada en respuesta a una perturbación vale aproximadamente:

---

[d]Aström, K. y T. Hägglund (1988). *Automatic Tuning of PID Controllers*, pag. 55, Instrument Soc. of America, Research Triangle Park, USA.

[e]Shinskey, F (1996). *Process Control Systems*, pag. 116-119, 4ta. Ed., McGraw-Hill, Nueva York, USA.

$$\boldsymbol{\tau_P \approx 1.10\,\tau_u \quad \text{a} \quad \tau_P \approx 1.25\,\tau_u}$$

Entonces, conociendo el proceso que se va a controlar, se puede tener una idea de la velocidad con la que responderá el sistema de control. Por ejemplo, si se sabe que los lazos de caudal de líquidos en períodos naturales de 2 a 10 segundos, entonces no deberá esperarse períodos de oscilación de 2 minutos, ni aún con un controlador PI.

La ganancia última es un parámetro muy empleado para sintonizar controladores y está vinculado al límite de estabilidad. Se define como la ganancia de un controlador proporcional que asegura oscilaciones sostenidas como respuesta a cualquier estímulo. Considerando la condición de estabilidad marginal y controlador proporcional:

$$\boldsymbol{\rho_C(\omega_C) = Kc_U \rho_V(\omega_n)\rho_P(\omega_n)\rho_T(\omega_n) = 1}$$

FRECUENCIA NATURAL Y GANANCIA ÚLTIMA EN SISTEMAS DE PRIMER ORDEN CON TIEMPO MUERTO

Una gran cantidad de sistemas de la industria de procesos se suelen modelar en forma simplificada con funciones de transferencia con dos parámetros dinámicos: una constante de tiempo τ y tiempo muerto L.

$$\mathbf{G(s) = G_V(s)G_P(s)G_T(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts+1}}$$

Con esta descripción matemática, se pueden sacar interesantes conclusiones sobre el comportamiento de lazos de control, vinculándolo a los parámetros estáticos y dinámicos. La Frecuencia Crítica viene definida por la ecuación trascendente que no tiene una solución explícita:

$$\boldsymbol{\Phi(\omega_u) = -tg^{-1}(\tau\omega_u) - L\omega_u = -\pi}$$

Se han propuesto distintas fórmulas para el cálculo de la frecuencia crítica (y de la ganancia última). Algunas son las siguientes:

MÉTODO	$\boldsymbol{\omega_u}$	$\mathbf{Kc_u}$	OBSERVACIÓN
Teórico	$L\omega_u + tg^{-1}(\tau\omega_u) = \pi$	$Kc_u K = \sqrt{\tau^2\omega_u^2 + 1}$	Fórmula no explícita que requiere cálculo iterativo de ω_n.
Aproximación de Shinskey[f]	$\omega_u = \dfrac{\pi}{2L}$	$Kc_u K = \tau\omega_u$	Valores aproximados si la relación $L/\tau < 0.2$ Útil en análisis cualitativos
Aproximación de Fuentes[g]	$\omega_u = \dfrac{\pi}{2L} + \dfrac{1}{2\tau}$	$Kc_u K = \sqrt{\tau^2\omega_u^2 + 1}$	Cómputo directo con buena aproximación si $L/\tau < 1.2$

[f]Idem ant., pag. 35-36.
[g]Ogunnaike, B. y W. Harmon Ray (1994). *Process Dynamics, Modeling, and Control*, pag. 562, Oxford University Press, Nueva York, USA.

RESPUESTA EN FRECUENCIA Y COMPORTAMIENTO TEMPORAL DE LOS LAZOS

Se vio que parámetros de la Respuesta en Frecuencia (de los elementos del lazo abierto) resultan útiles para analizar el comportamiento temporal del lazo una vez que está cerrado. Estos parámetros, en general se pueden relacionar en forma directa con los coeficientes de la función de transferencia de los elementos del lazo. En esto radica su ventaja.

Los lazos de Control de Procesos que tienen controladores convencionales tipo PID, sintonizados razonablemente, responden a las perturbaciones en forma oscilatoria como se muestra en la Figura 5. Este tipo de transitorio tiene dos elementos que caracterizan la oscilación:

- *Período de oscilación* τ_P (vinculada a la frecuencia de oscilación ω_P) da el tiempo que transcurre entre dos máximos, por ejemplo, y permite tener idea de la duración de los transitorios ante una perturbación.
- *Atenuación* que da la medida en la que los sucesivos picos se van reduciendo y se mide habitualmente por la relación de atenuación RA:

$$RA = \frac{v_2}{v_1}$$

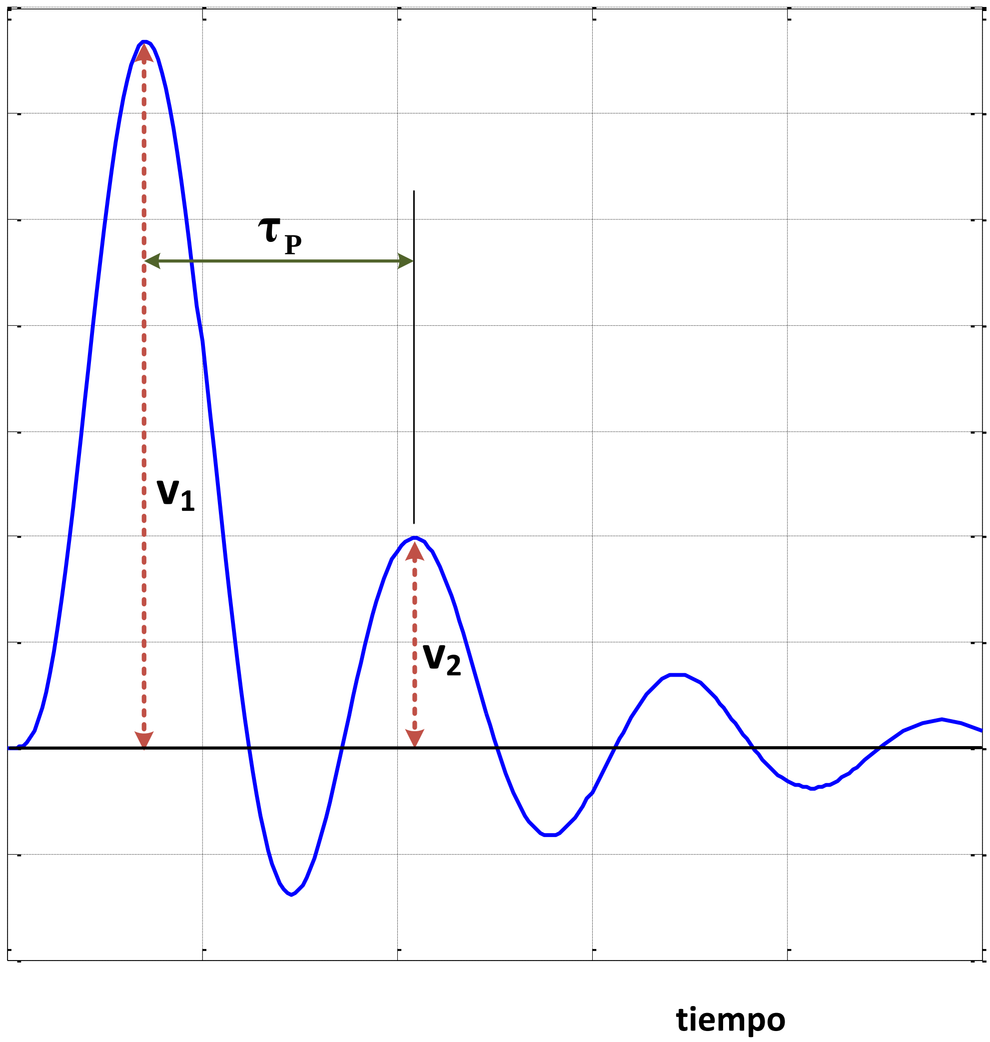
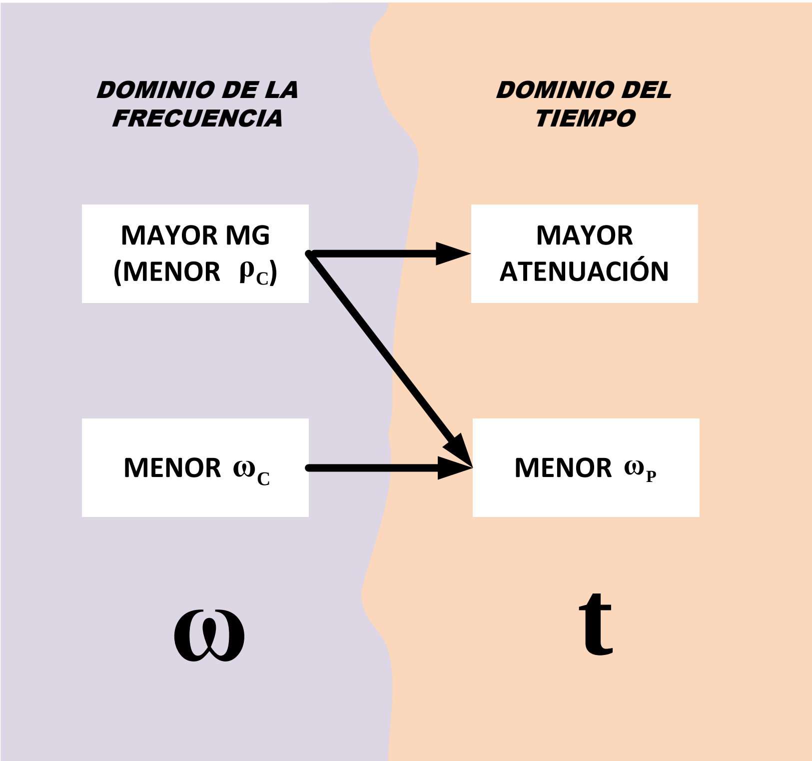


Figura 5: Respuesta transitoria de sistema en lazo cerrado

La velocidad con que la variable controlada retoma su valor de estado estacionario ante una perturbación depende de los dos parámetros anteriores: τ_P y RA. Así un sistema con una frecuencia de oscilación grande pero con RA igual a uno será un oscilador permanente y nunca alcanzará un estado estacionario. Un sistema con grandes períodos pero muy atenuado, a los fines prácticos, no oscilará y rápidamente alcanza el estado estacionario.

Hay que hacer la siguiente observación. Como ocurre con los sistemas de segundo orden sub-amortiguados, la atenuación de la respuesta también influye en el período de oscilación. Un sistema que tiene una dada frecuencia crítica que se sintoniza con un margen MG_1 presentará un período propio τ_{P1}, pero si se re sintoniza con un margen mayor MG_2, presentará oscilará con un período menor τ_{P2}.

Teniendo presente lo que se dijo en los apartados anteriores, se puede relacionar el comportamiento temporal con la Respuesta en Frecuencia de los elementos de lazo según lo esquematizado en el dibujo siguiente:



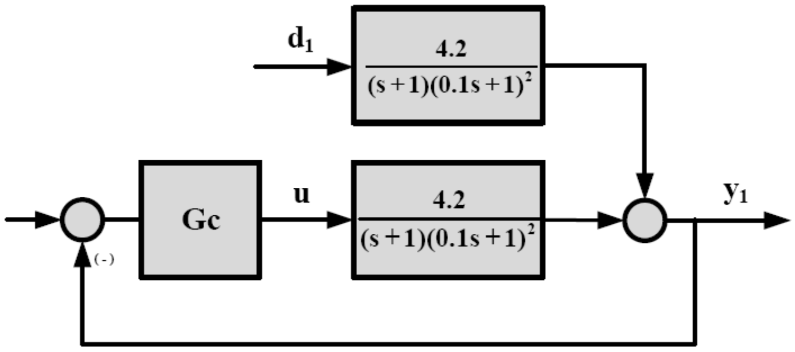
¿Y cuál sería la utilidad de este planteo? Al menos serviría en los tres casos siguientes:

I. *Estimar el efecto, del cambio de sintonización de un controlador, en la atenuación y el período de oscilación de la variable controlada ante cambios en las entradas*. Por ejemplo, se podría prever la tendencia si se aumenta el tiempo integral o se disminuye la ganancia.

II. *Estimar el efecto de distintos tipos de controladores.* Sería el caso de comparar la performance esperada con controlador P o con PI

III. *Evaluar el efecto de no linealidades en el proceso*. Como es sabido, prácticamente todos los procesos tienen un comportamiento no lineal, lo que trae como consecuencia que el controlador deba manejar en principio plantas (lineales) cuyos parámetros cambian. Estos cambios ocasionarán modificaciones en la forma en la que responde el sistema de control.

A modo de ejemplo consideremos un lazo caracterizado por la función de transferencia:



$$G_V(s)G_P(s)G_T(s) = G(s) = \frac{4.2}{(s+1)(0.1s+1)^2}$$

Se emplea un controlador PI. El controlador se sintonizará con dos valores distintos de ganancia y se desea estimar cómo responderá en ambos casos.
Para hacer esto se debe calcular la frecuencia crítica y el margen de ganancia que brindarán información sobre período de oscilación y atenuación de la respuesta. En la tabla siguiente se presentan los resultados.

Caso	Kc	T_I	ω_C	MG
A	2.86	0.48	8.88	2.7
B	1.90	0.48	8.88	4.1

Como los MG son distintos, es de esperar que la atenuación sea distinta en los dos casos (mayor en el Caso B). En la Figura 6 se representa la respuesta a una perturbación escalón (d_1) con las dos sintonizaciones. Se puede ver que se cumple lo previsto respecto de la atenuación.

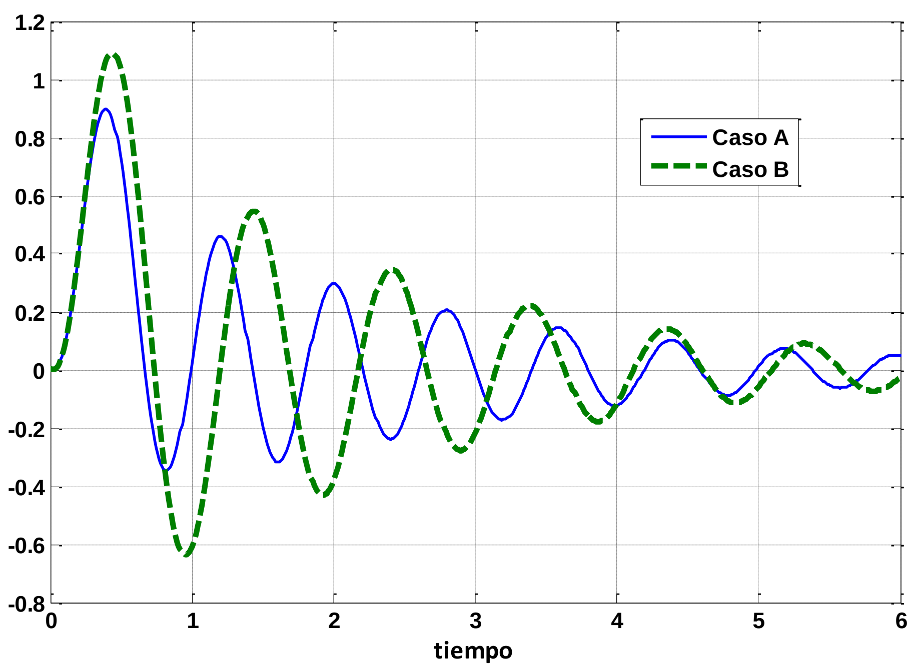


Figura 6: Respuesta transitoria a un escalón unitario de carga para el ejemplo

La Frecuencia crítica no cambia, por lo que se podría conjeturar en primer término que el período de oscilación no debería cambiar sustancialmente. Sin embargo, se puede apreciar que el τ_P es un poco mayor en el Caso B, debido a que presenta menor atenuación. A partir de datos de la Respuesta en Frecuencia se pudo predecir el comportamiento transitorio del sistema.

INCERTIDUMBRE Y ROBUSTEZ DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

En el diseño de los sistemas de control, los procedimientos tanto en el campo temporal como en el dominio de la frecuencia, requieren un modelo del proceso. La descripción matemática que se emplea son funciones de transferencia que sirven para representar sistemas lineales e invariantes en el tiempo. Sin embargo, la dinámica real de los procesos dista mucho de tener tales características, por las siguientes causas:

- *No linealidades:* la inmensa mayoría de los procesos no pueden representarse con ecuaciones diferenciales lineales.
- *Representaciones de bajo orden:* muchas veces se recurre a simplificaciones para no emplear funciones de transferencia con demasiados parámetros y se adoptan modelos simplificados. Por ejemplo, el comportamiento dinámico de una columna de destilación que se debería representar con 60 ecuaciones diferenciales se puede simplificar empleando una función de transferencia de una constante de tiempo y tiempo muerto.
- *Limitado conocimiento del proceso:* es el caso de equipos en los que se producen fenómenos muy complicados y cuyos detalles no se conocen muy bien. Por ejemplo, el efecto de ciertas sustancias en el aumento o disminución de generación de un producto de reacciones enzimáticas.
- *Fenómenos variables en el tiempo:* el ensuciamiento de superficies de intercambiadores de calor o la desactivación de catalizadores son situaciones en las que hay coeficientes que van cambiando a lo largo de tiempo.

Por lo tanto, cuando se considera una función de transferencia para diseñar el sistema de control automático, hay que tener presente que tal función puede cambiar en el tiempo. Este hecho se conoce en Control como *Incertidumbre* y es un fenómeno que debe ser tenido en cuenta. Un sistema de control se dice que es *Robusto* cuando tiene una buena performance a pesar de la incertidumbre, o sea, cualquiera sea la condición en la que trabaje, siempre responde adecuadamente.

La Respuesta en Frecuencia es una herramienta particularmente útil para sintetizar un lazo en forma robusta. El estudio del caso siguiente puede servir de ejemplo.

SELECCIÓN DE LA CARACTERÍSTICA DE FLUJO MÁS APROPIADA PARA LA VÁLVULA

La característica de flujo instalada es crucial ya que determina la ganancia de estado estacionario del cuerpo de la válvula que puede tener grandes cambios dependiendo del punto particular de trabajo. Esta propiedad, que a priori podría parecer una desventaja, puede emplearse para “compensar” una no linealidad surgida en otro punto del lazo (proceso o transmisor).

Si se dispone de información suficiente sobre la dinámica del proceso y de los elementos de medición y de actuación, entonces la elección de la característica de flujo deberá hacerse según la regla:

Elegir la característica que asegure que el margen de ganancia del lazo sea lo más constante posible en el rango de trabajo.

ESTUDIO DE UN CASO: CONTROL DE PRESIÓN DE UN RE-EVAPORADOR

Considérese un lazo de presión de vapor en el re-evaporador de una columna de destilación para mantener constante un cierto valor de consigna. Se manipula el vapor que condensa en el interior de un serpentín a través de una válvula mariposa con actuador neumático. El caudal de líquido que ingresa al equipo (F) varía en forma apreciable, pero las otras condiciones operativas se mantienen más o menos acotadas (composición y temperatura del líquido, condiciones del vapor, ensuciamiento, etc.). Por esta razón sólo el caudal F afectará el comportamiento dinámico del equipo.

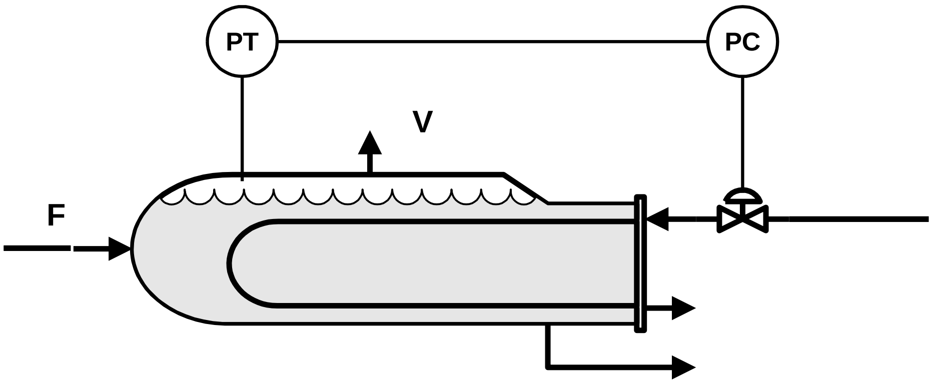


Figura 7: Diagrama P&I de un lazo de presión de un re-evaporador

Para estimar el comportamiento transitorio en lazo cerrado y para sintonizar el controlador es preciso contar con un modelo matemático dinámico de la planta. Si se pretendiera modelar en forma teórica el equipo, se requeriría un modelo a parámetros distribuidos, considerando al menos tres capacidades en serie.

En vista que este procedimiento sería sumamente engorroso, se recurrió a la experiencia en lazo abierto para identificar la función de transferencia de los elementos del lazo (excluido el controlador). Se repitió la operación para distintos caudales F dentro del ámbito en el que se espera varíe en las condiciones normales de operación. Para simplificar el análisis se consideró una constante de tiempo (τ) y tiempo muerto (L). Los valores de los parámetros dinámicos y estáticos (ganancia K) se muestran en la Tabla siguiente:

F (m^3/h)	4	8	12	16	20
τ (min)	10	4.8	3.4	2.5	2
L (min)	1.5	0.72	0.55	0.39	0.3
K	3.8	3.82	3.78	3.81	3.8

Representando los valores de τ y L en función de la inversa de F se observa la proporcionalidad:

$$\tau = \frac{k_T}{F} \qquad L = \frac{k_L}{F}$$

con lo que la relación entre ellos permanece constante.

La ganancia de estado estacionario no se ve afectada por el caudal de líquido procesado.

Con esta información, empleando las herramientas de Respuesta en Frecuencia, se pretende conocer:

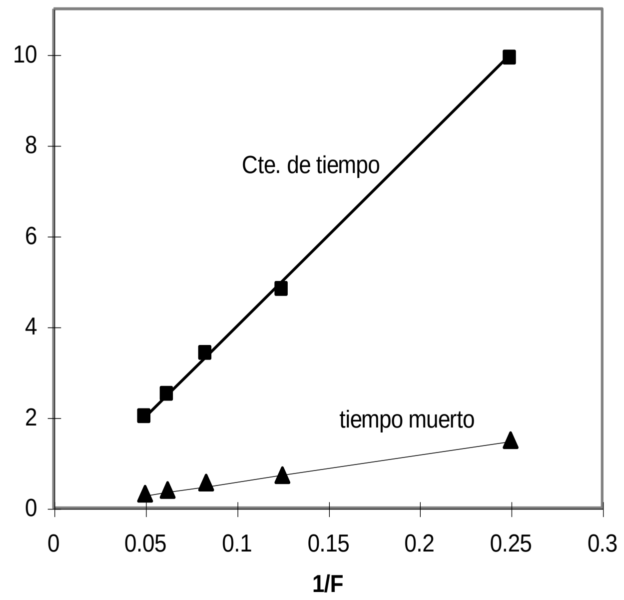


Figura 8: Parámetros dinámicos vs. 1/F

a) Cómo sintonizar un controlador proporcional en forma robusta.
b) El cambio en el patrón de respuesta del lazo entre las condiciones operativas extremas.
c) Cómo sintonizar un controlador PI robusto.
d) El cambio en el patrón de respuesta del lazo entre las condiciones operativas extremas con controlador PI.

Convalidar las conclusiones obtenidas en el campo frecuencia mediante simulación dinámica de respuesta a un escalón en la perturbación.

En este análisis, lo primero será establecer las condiciones de estado estacionario extremas. Hay una sola variable significativa a los efectos de la incertidumbre: el caudal F.

$$\mathbf{F_1 = 4\,m^3/h \le F \le 20\,m^3/h = F_2}$$

La sintonización del controlador en forma robusta significa que cualquiera sea el estado de carga (Caudal F), el controlador debe responder siempre en forma estable. Esto significa que no debe caerse en la inestabilidad y la performance debe ser lo mejor posible.

El ajuste del controlador proporcional usando el método de Ziegler y Nichols requiere considerar los valores de ganancia última, para lo que se debe evaluar antes la frecuencia última. Como la relación L/τ es prácticamente constante y vale 0.15, se puede aplicar la aproximación de Shinskey:

$$\boldsymbol{\omega_u \cong \frac{\pi}{2L} = \frac{\pi}{2k_L}F}$$

Como se ve, la frecuencia última (crítica) varía en forma proporcional al caudal por lo que se puede inducir que la frecuencia de oscilación del lazo será mayor con caudales altos. La ganancia última resulta:

$$\boldsymbol{Kc_u = \frac{\tau\omega_u}{K} = \frac{\pi}{2K}\frac{\tau}{L} = \frac{\pi}{2K}\frac{k_L}{k_T}}$$

Es interesante ver que, a pesar de la incertidumbre, la ganancia última es constante y por lo tanto si se sintoniza con:

$$\mathbf{Kc} = \frac{\mathbf{Kc_u}}{\mathbf{2}} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{4K}}\frac{\boldsymbol{\tau}}{\mathbf{L}}$$

el margen de ganancia se mantendrá constante en el valor 2 en todos los caudales de trabajo.

En el diagrama de Bode de la Figura 9 se representan las curvas correspondientes a los dos estados de carga extremos, permitiendo interpretar gráficamente el resultado anterior. Cuantificando:

F (m^3/h)	**4**	**20**
$\omega_u = \omega_C$ (min^{-1})	1.05	5.24
Kc	1.35	1.35
MG	2	2

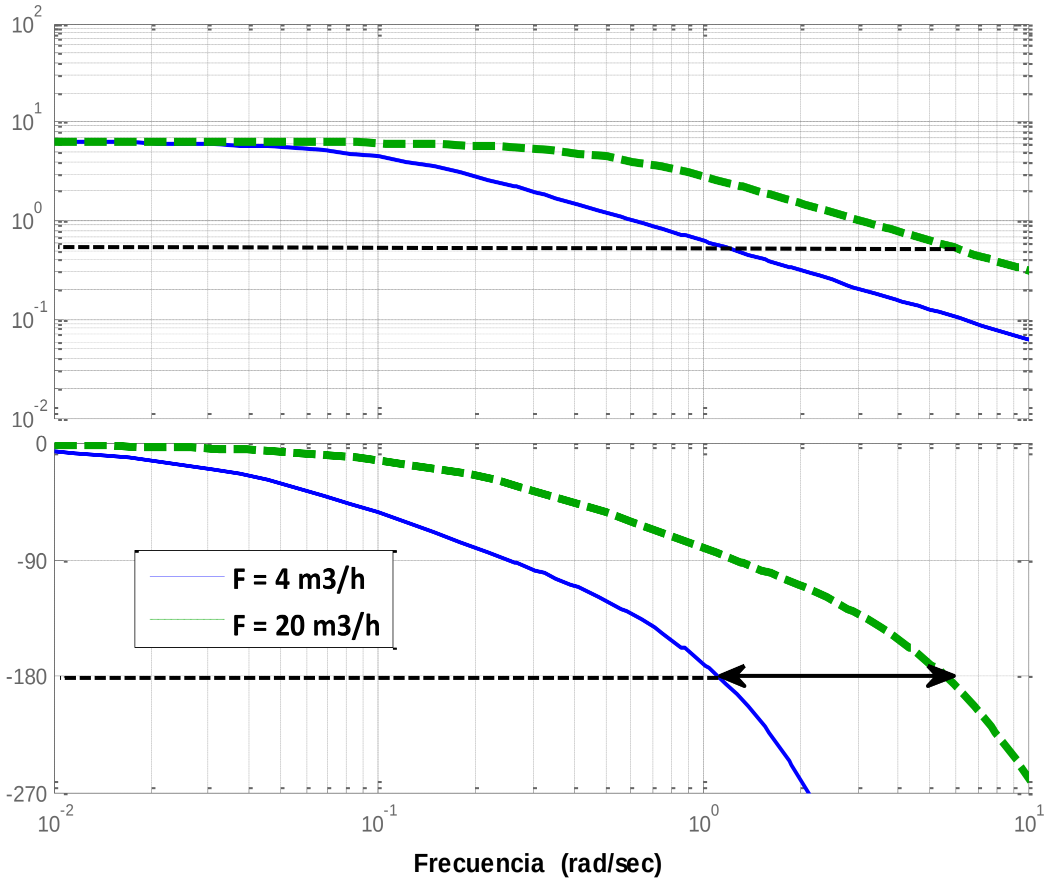


Figura 9: Diagrama de Bode de los elementos del lazo en las situaciones extremas de carga

La técnica de Respuesta en Frecuencia no sólo permitió sintonizar el controlador proporcional en forma robusta, sino que posibilita hacer la siguiente predicción respecto del comportamiento temporal del lazo de control:

- Al ser el MG constante, la atenuación de la respuesta permanecerá prácticamente constante a pesar de cambiar la función de transferencia de la planta.

- Como la frecuencia crítica aumenta linealmente con el caudal y _siendo la atenuación constante, la frecuencia propia de oscilación del lazo aumentará en la misma forma_. Cuando el caudal sea de 20 m^3/h, el sistema alcanzará antes el estado estacionario final.

La Figura 10 están representados los transitorios correspondientes a un escalón de perturbación en las situaciones extremas de caudal.

Realizando los cálculos para ω_C, y **MG** y evaluando del transitorio ω_P y RA, se tiene:

F (m^3/h)	4	20	
ω_C (min^{-1})	1.05	5.24	De la Respuesta en Frecuencia
ω_P (min^{-1})	0.87	4.30	De la Respuesta en Temporal
MG	2	2	De la Respuesta en Frecuencia
RA	0.07	0.07	De la Respuesta en Temporal

Se puede comprobar que la frecuencia propia de oscilación cambia en relación 5 a 1 mientras que se mantiene la relación de atenuación, tal como se puede inferir a partir de los parámetros de la Respuesta en Frecuencia.

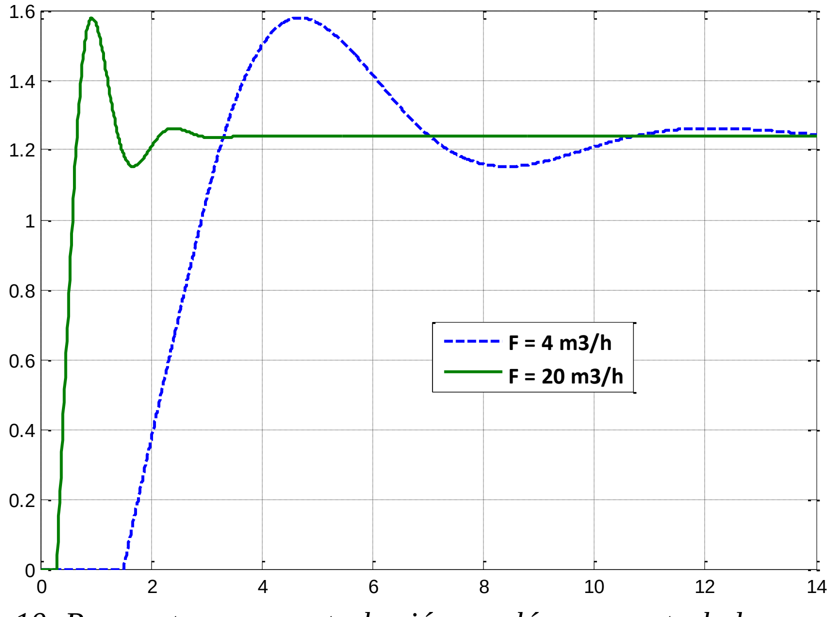


Figura 10: Respuesta a una perturbación escalón con controlador proporcional en las condiciones extremas de carga

Un problema más complicado se presenta si el controlador es PI, ya que se deben asignar valor a dos parámetros: ganancia y tiempo integral. Pero aún en este caso, la Respuesta en Frecuencia puede resultar de inestimable ayuda. Se sabe en principio que solo el caudal F modifica la función de transferencia de los elementos del lazo. Si se empleará como antes el método de Ziegler y Nichols de las oscilaciones sostenidas, como Kc_U es constante, habría un sólo valor de ganancia:

$$\mathbf{Kc = \frac{Kc_u}{2.2} = \frac{\pi}{4.4K}\frac{\tau}{L} = \frac{2.70}{2.2} = 1.23}$$

pero como el tiempo muerto es variable, el período natural variará en el intervalo:

$$\boldsymbol{\tau}_{n2} = 4L_2 \le \boldsymbol{\tau}_u \le \boldsymbol{\tau}_{n1} = 4L_1$$

$$1.2\ \text{min} \le \boldsymbol{\tau}_u \le 6.0\ \text{min}$$

Como el tiempo integral con esta regla de sintonización se calcula como:

$$T_I = \frac{\boldsymbol{\tau}_u}{1.2}$$

su valor debería estar en el ámbito:

$$1.0\ \text{min} \le T_I \le 5.0\ \text{min}$$

La solución más directa sería emplear el valor más grande, es decir 5 min, de modo que siempre tendría un sistema estable y en una de las situaciones extremas (menor caudal), el controlador estaría sintonizado según las previsiones del método. Cuanto mayor sea el caudal, mayor sería la intensidad de la acción integral que se podrían asignar al controlador (siempre por abajo de lo establecido en el método de ajuste).

Una solución no tan conservadora consiste en identificar cuál sería el T_I que torna inestable el lazo para el menor caudal, que es cuando se necesita el menor T_I. Este valor resulta 1.62 min. Adoptando un valor mayor para T_I hay seguridad que el sistema no se tornará inestable. Los parámetros críticos en este caso resultan:

Parámetros
Kc = 1.23
T_I = 2.0 min

F (m^3/h)	4	20
ω_c (min^{-1})	0.74	5.24
MG	1.3	2.3

El análisis de estos valores permite hacer los siguientes pronósticos:

- Como hay un cambio notable en el MG se espera que a mayores caudales la respuesta sea más atenuada.
- Como la ω_C es mayor a caudales mayores que es cuando es más atenuado, la velocidad con la que reacciona el lazo debería ser mayor a caudales altos.

Si se considera una perturbación escalón como antes, las respuestas se presentan en la Figura 11.

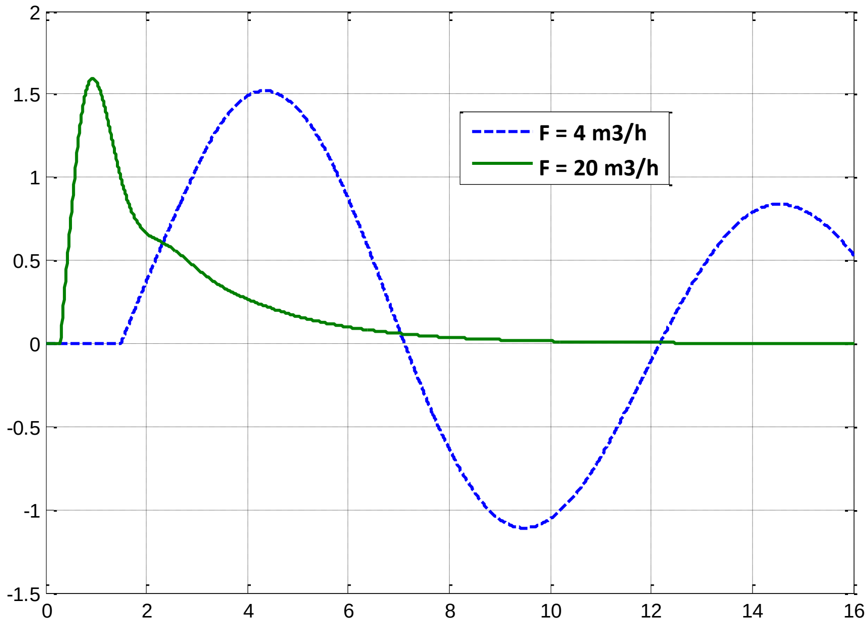


Figura 11: Respuesta a una perturbación escalón con PI en las condiciones extremas de carga

La respuesta temporal confirma las predicciones. En el caso de la atenuación la relación es directa y a los 10 minutos alcanza el estado estacionario. Para el máximo caudal, incluso la respuesta es sobre amortiguada, es decir no presenta oscilaciones. Esto hace que no se pueda hablar frecuencia propia de oscilación en ese caso pero sí de velocidad de respuesta.

En conclusión, el análisis de los parámetros críticos de la Respuesta en Frecuencia permiten:

- ***inferir el cambio en el patrón de la respuesta temporal cuando cambian los parámetros de las funciones de transferencia de los elementos del lazo;***
- ***elegir en forma más simple las condiciones en las que debe ser sintonizado el controlador tomando como base la estabilidad.***