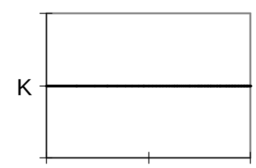
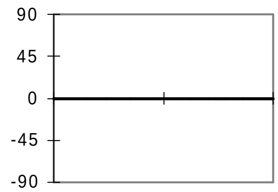
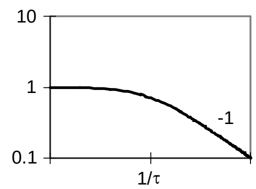
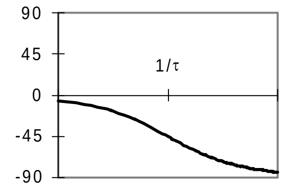
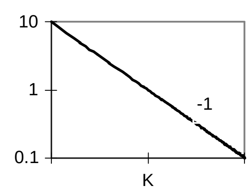
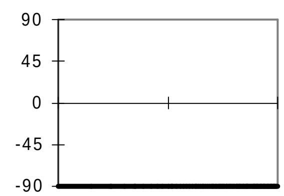
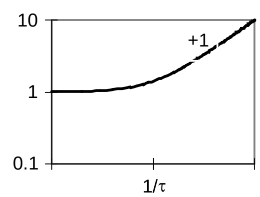
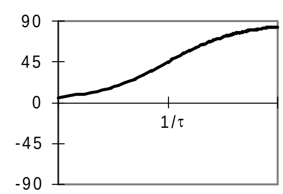
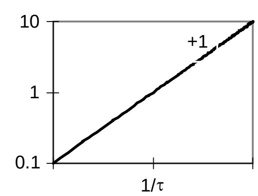
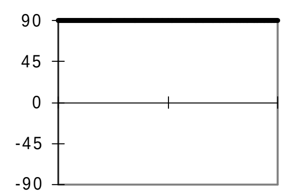
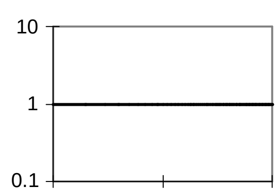
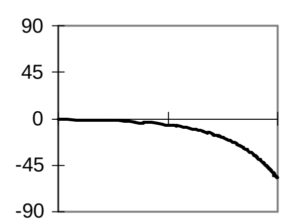
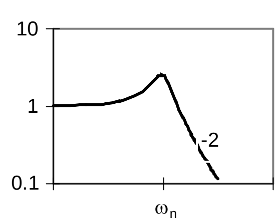
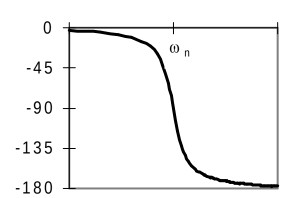
Respuesta en Frecuencia de Elementos Simples

La Respuesta en Frecuencia de un elemento con una Función de Transferencia G(s) se obtiene analizando el complejo que resulta de reemplazar s por jω en la función de transferencia.

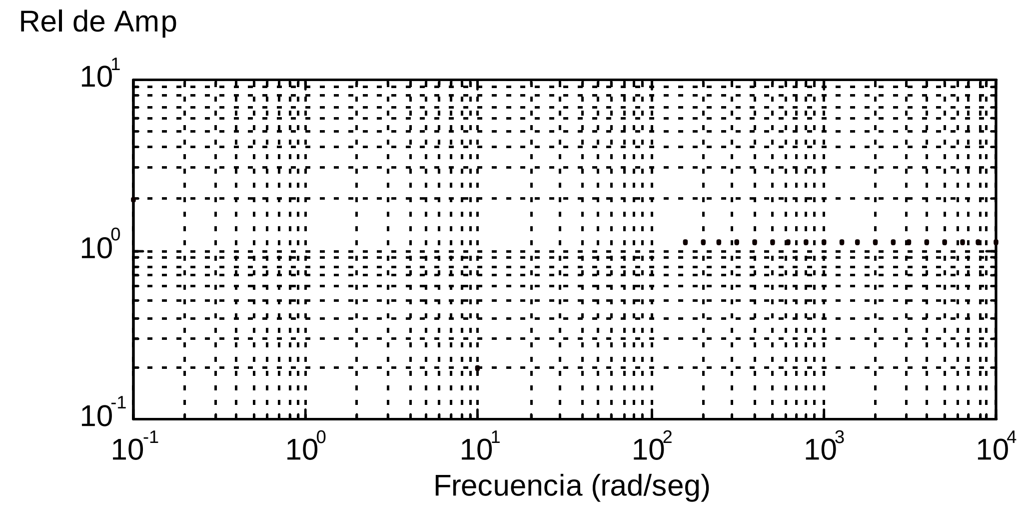
Relación de Amplitudes ρ	$\rho(\omega) = \sqrt{[\text{Parte Real de } G(j\omega)]^2 + [\text{Parte Imaginaria de } G(j\omega)]^2}$
Ángulo de fase o desfasaje φ	$\Phi(\omega) = tg^{-1}\left[\dfrac{\text{Parte imaginaria de } G(j\omega)}{\text{Parte real de } G(j\omega)}\right]$

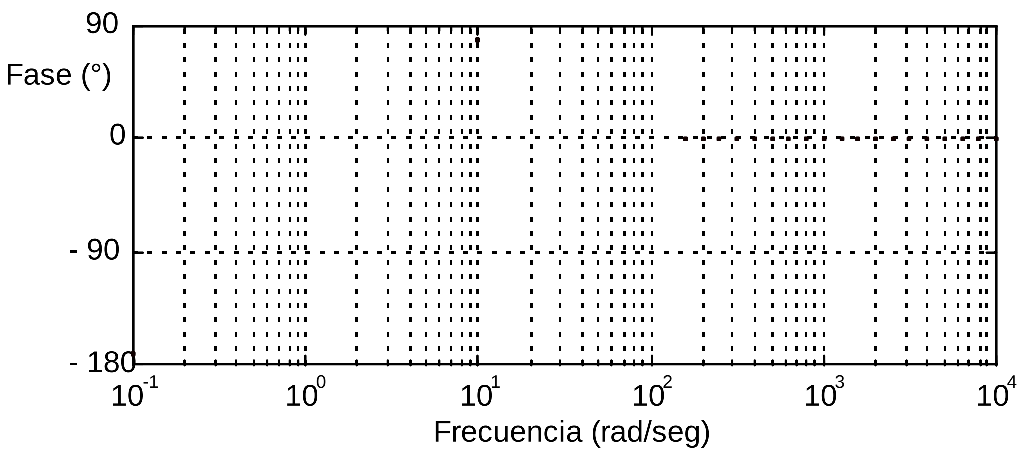
SISTEMA	G(s)	G(jω)	
		Módulo	**Fase**
Escalar	K	K	0 °
Retardo de Primer Orden	$\dfrac{1}{\tau s + 1}$	$\dfrac{1}{\sqrt{\tau^2\omega^2 + 1}}$	$- tg^{-1}(\tau\omega)$
Integrador Puro	$\dfrac{K}{s}$	$\dfrac{K}{\omega}$	- 90 °
Adelanto de Primer Orden	$\tau s + 1$	$\sqrt{\tau^2\omega^2 + 1}$	$tg^{-1}(\tau\omega)$
Derivador Puro	τs	$\tau \omega$	+ 90 °
Tiempo Muerto	e^{-Ls}	1	- L ω (radianes)
Oscilador de Segundo Orden	$\dfrac{1}{\dfrac{1}{\omega_n^2}s^2 + \dfrac{2\xi}{\omega_n}s + 1}$	$\dfrac{1}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\xi^2\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}}}$	$-tg^{-1}\left(\dfrac{2\xi\dfrac{\omega}{\omega_n}}{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}}\right)$

TEMA 5 – Nota Auxiliar A
BOSQUEJO DE LA RESPUESTA EN FRECUENCIA EN DIAGRAMAS LOGARÍTMICOS

<table>
<tr><th rowspan="2">SISTEMA</th><th rowspan="2">G(s)</th><th colspan="2">DIAGRAMA DE BODE</th></tr>
<tr><th>Relación de amplitudes</th><th>Desfasaje</th></tr>
<tr><td>Escalar</td><td>K</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Retardo de Primer Orden</td><td>$\frac{1}{\tau s + 1}$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Integrador Puro</td><td>$\frac{K}{s}$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Adelanto de Primer Orden</td><td>$\tau s + 1$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Derivador Puro</td><td>τs</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Tiempo Muerto</td><td>e^{-Ls}</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Oscilador de Segundo Orden</td><td>$\frac{1}{\frac{1}{\omega_n^2}s^2 + \frac{2\xi}{\omega_n}s + 1}$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Esquema de un Diagrama de Bode o Diagrama Logarítmico





Condiciones asintóticas de Bode

Las condiciones asintóticas de Bode permiten verificar el trazado esquemático de la Respuesta en Frecuencia de un sistema en el diagrama logarítmico. Considérese una función de transferencia general de la forma:

$$G(s) = \frac{K(\tau n_1 s + 1)(\tau n_2 s + 1) \ldots (\tau n_N s + 1)}{s^m (\tau d_1 s + 1)(\tau d_2 s + 1) \ldots (\tau d_M s + 1)}$$

Donde:

- N es el número de constantes de tiempo del numerador (y en definitiva el grado del polinomio numerador),
- M en número de constantes de tiempo del denominador,
- m es el exponente del integrador (si es cero no existe integrador, si es negativo corresponde a derivadores puros.

El grado del polinomio denominador es (m+M). El grado relativo de G(s) es la diferencia entre el grado del polinomio del denominador y el correspondiente al numerador, siendo en este caso (m+M-N). Los sistemas de la vida real son causales, es decir, las variables de salida quedan determinadas por los valores históricos y presentes de las variables. En tales sistemas el grado relativo debe ser 0 ó positivo.

Las condiciones asintóticas de Bode se cumplen para sistemas de fase no mínima, esto es, para sistemas que no poseen tiempos muertos o constantes de tiempo negativas tanto en numerador como en denominador.

Si llamamos ρ a la relación de amplitudes, pend(ρ) a la pendiente en el Diagrama Logarítmico y ϕ a la fase, las Condiciones Asintóticas de Bode son:

$\omega \to 0$	$\text{pend}(\rho) \to -m$	$\Phi \to -m\ 90°$
$\omega \to \infty$	$\text{pend}(\rho) \to N - M - m$	$\Phi \to (N - M - m)\ 90°$

Considérese por ejemplo un sistema con la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{(5s+1)}{(s+1)^3}$$

las condiciones asintóticas indican:

$$\omega \to 0 \qquad \text{pend}(\rho) \to -m = 0 \qquad \Phi \to -m\ 90° = 0°$$

$$\omega \to \infty \qquad \text{pend}(\rho) \to N - M - m = -2 \qquad \Phi \to (N - M - n)\ 90° = -180°$$

que se pueden verificar fácilmente observando el Diagrama de Bode.