

### PARÁMETROS ESTÁTICOS A PARTIR DE LA CURVA DE RESPUESTA AL ESCALÓN

Todos los métodos evalúan la ganancia estática  $K$  a partir de los valores de los estados estacionarios inicial y final de la curva de respuesta al escalón según:

$$K = \frac{y(t \rightarrow \infty) - y(t=0)}{B}$$

$y(t \rightarrow \infty)$ : Valor correspondiente al nuevo estado estacionario

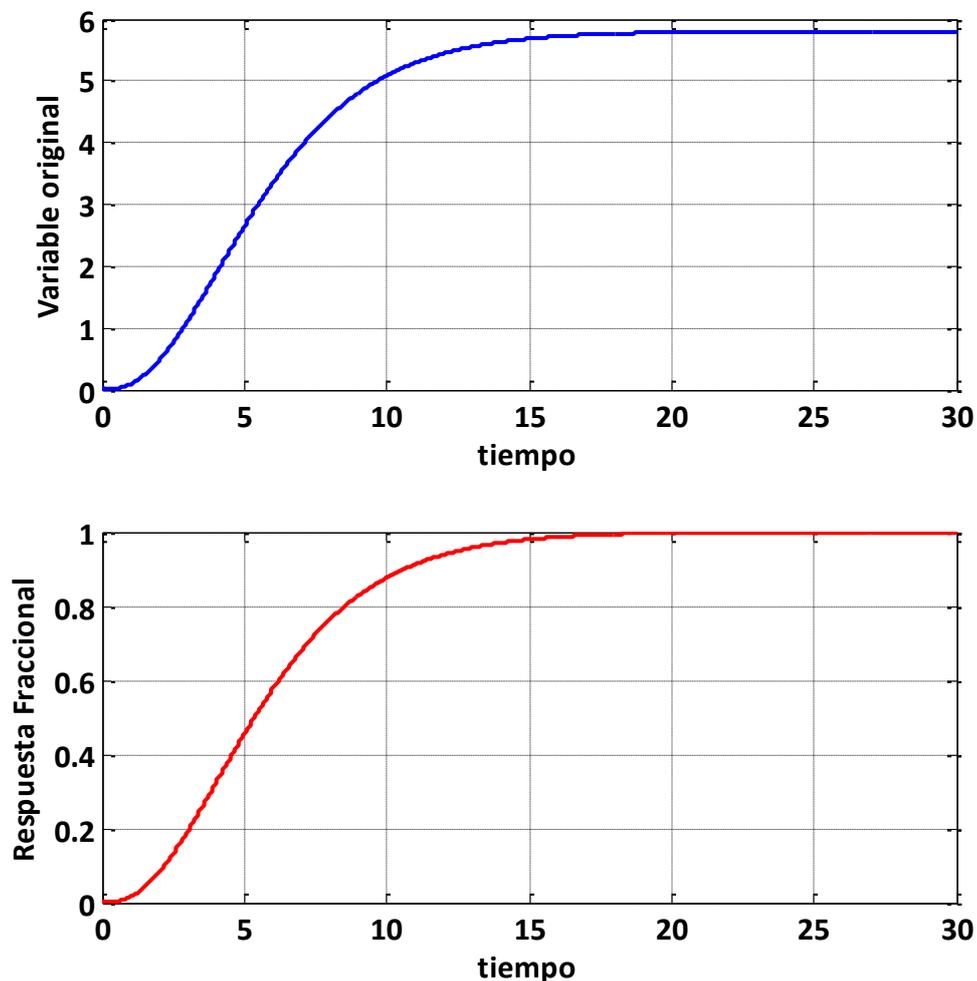
$y(t=0)$ : Valor de estado estacionario inicial

$B$ : magnitud del escalón

### RESPUESTA FRACCIONAL

Es la curva de respuesta al escalón, pero estandarizada, de modo que, la respuesta quede acotada entre los valores 0 y 1. Para eso, se divide el valor de la variable de desviación  $\Delta y(t)$  en el cambio total ( $\Delta y \rightarrow \infty$ ), que es el producto  $K B$  (ganancia por magnitud del escalón):

$$\Delta y^* = \frac{\Delta y}{KB} \quad (\text{se puede expresar también como porcentaje})$$



## IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN. MÉTODO DE HARRIOTT

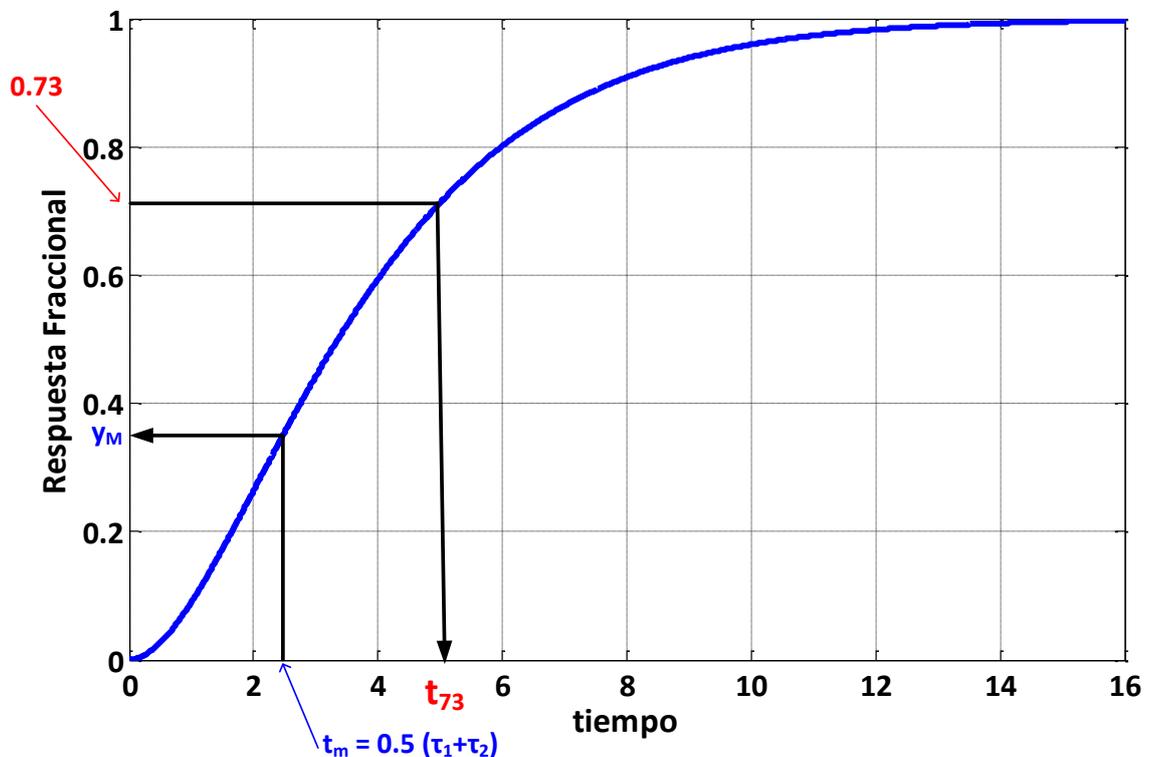
Es un método que se usa para identificar sistemas dinámicos de segundo orden sobreamortiguados ó críticamente amortiguados, caracterizados por la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

$\tau_1$  y  $\tau_2$  Constantes de tiempo

Se recomienda su uso cuando las dos constantes de tiempo tienen valores similares. Los pasos a seguir son los siguientes:

1. Se determina  $t_{73}$ , que es el tiempo para alcanzar una respuesta fraccional del 73%.

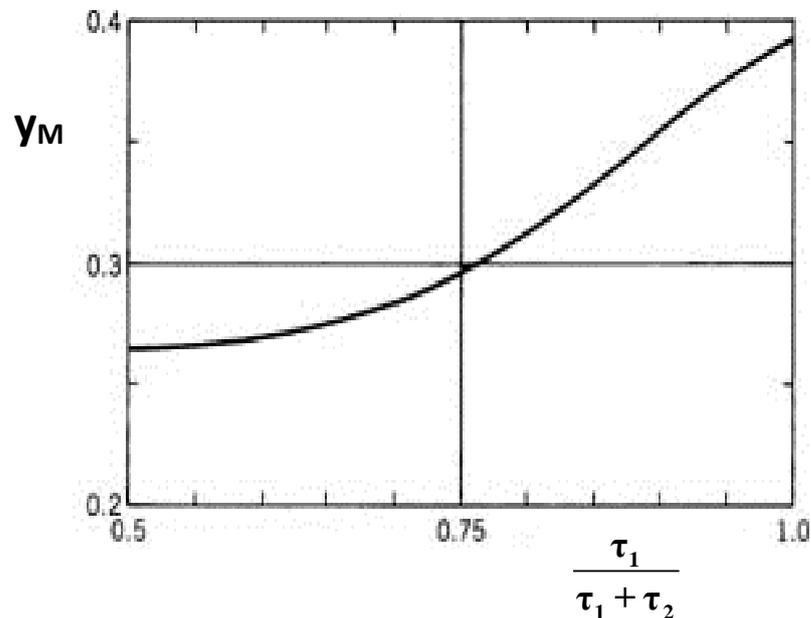


Se encontró que  $t_{73} = 1.3(\tau_1 + \tau_2)$ . De esta forma se puede calcular  $\tau_1 + \tau_2$ .

2. Se calcula la respuesta fraccional que corresponde a semisuma de las constantes de tiempo [ $t_m = 0.5(\tau_1 + \tau_2)$ ] a la que se designa como  $y_M$ .
3. Usando el gráfico de Harriott de  $y_M$  versus  $\tau_1/(\tau_1 + \tau_2)$  se puede obtener el valor de las constantes de tiempo

**CONTROL DE PROCESOS – FACET – UNT**  
**TEMA 2**  
**DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA**

---



Este método es también válido para funciones de transferencia trasladadas en el tiempo de la forma:

$$G(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-Ls}$$

Se determina inicialmente el tiempo muerto  $L$  y tomando como tiempo inicial  $L$  se aplica el método visto para computar los otros parámetros.

### IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN. MÉTODO DE SMITH

Este método se aplica a cualquier sistema de segundo orden descrito por la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{K}{\frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \frac{2\xi}{\omega_n} s + 1}$$

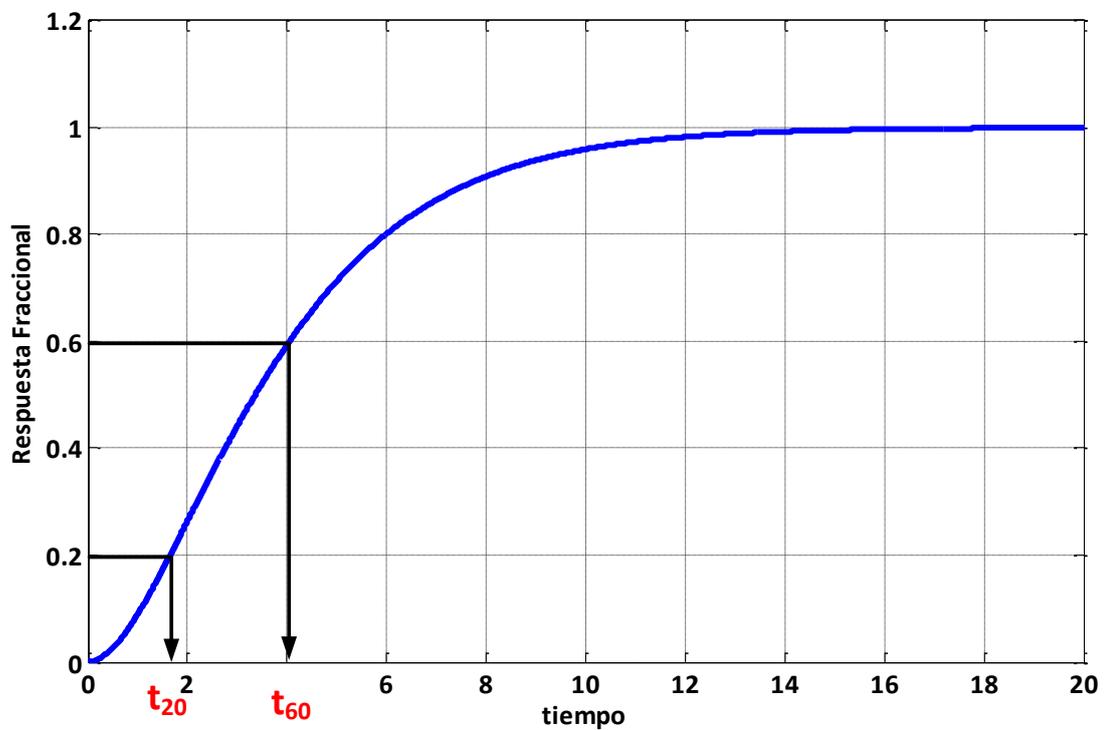
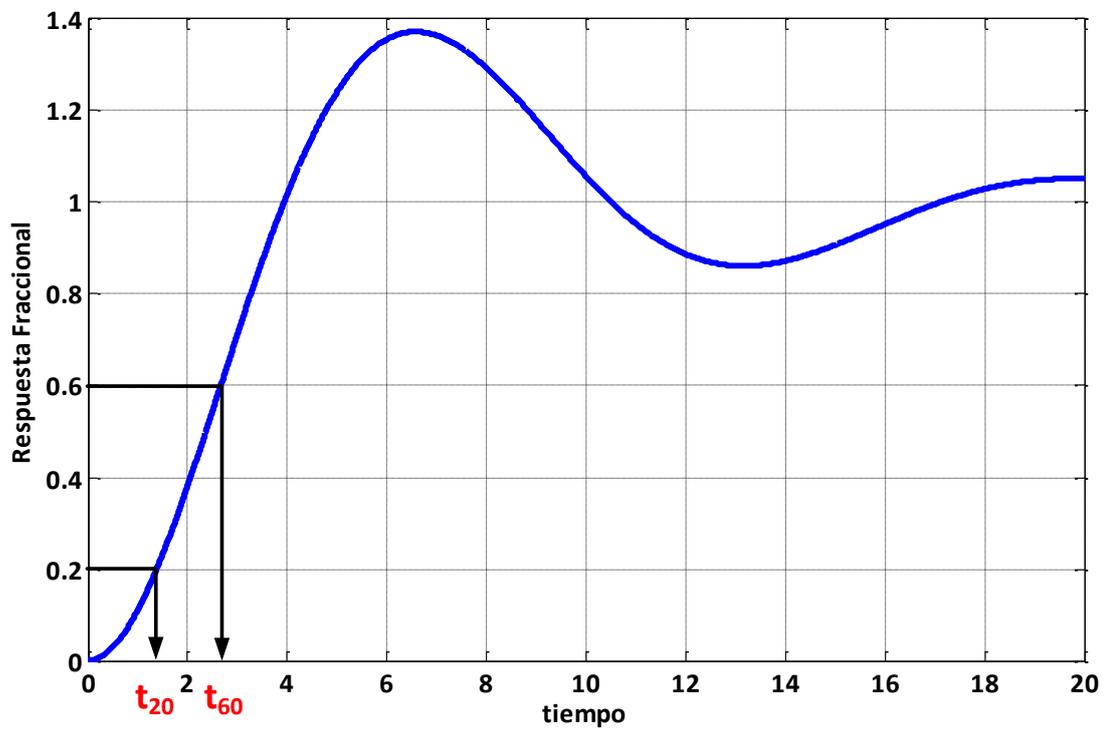
donde:

- $\xi$ : Coeficiente de amortiguamiento.
- $\omega_n$ : frecuencia natural de oscilación

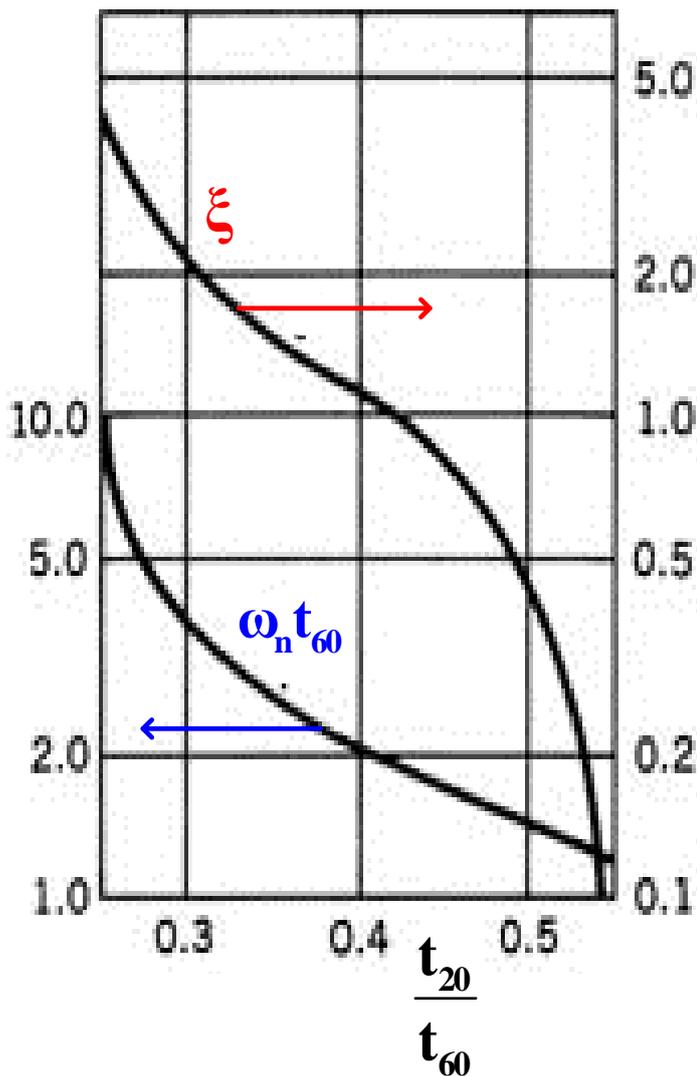
El método se basa en el cálculo de  $t_{20}$  y  $t_{60}$  que son los tiempos para alcanzar respectivamente una respuesta fraccional del 20 y del 60 % por primera vez. Es por eso que se lo designa como método de dos puntos. Las figuras siguientes muestran el significado de ambos tiempos para sistemas sub y sobreamortiguados.

**CONTROL DE PROCESOS – FACET – UNT**  
**TEMA 2**  
**DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA**

---



La grafica siguiente permite obtener los valores de  $\omega_n$  y  $\xi$ .



Si  $\xi < 1$  la identificación dinámica está concluida. Si  $\xi \geq 1$ , conociendo la frecuencia natural  $\omega_n$  y el coeficiente de amortiguamiento  $\xi$  se evalúa las constantes de tiempo con:

$$S_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \quad \tau_{1,2} = -\frac{1}{S_{1,2}}$$

### IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN SUBAMORTIGUADOS

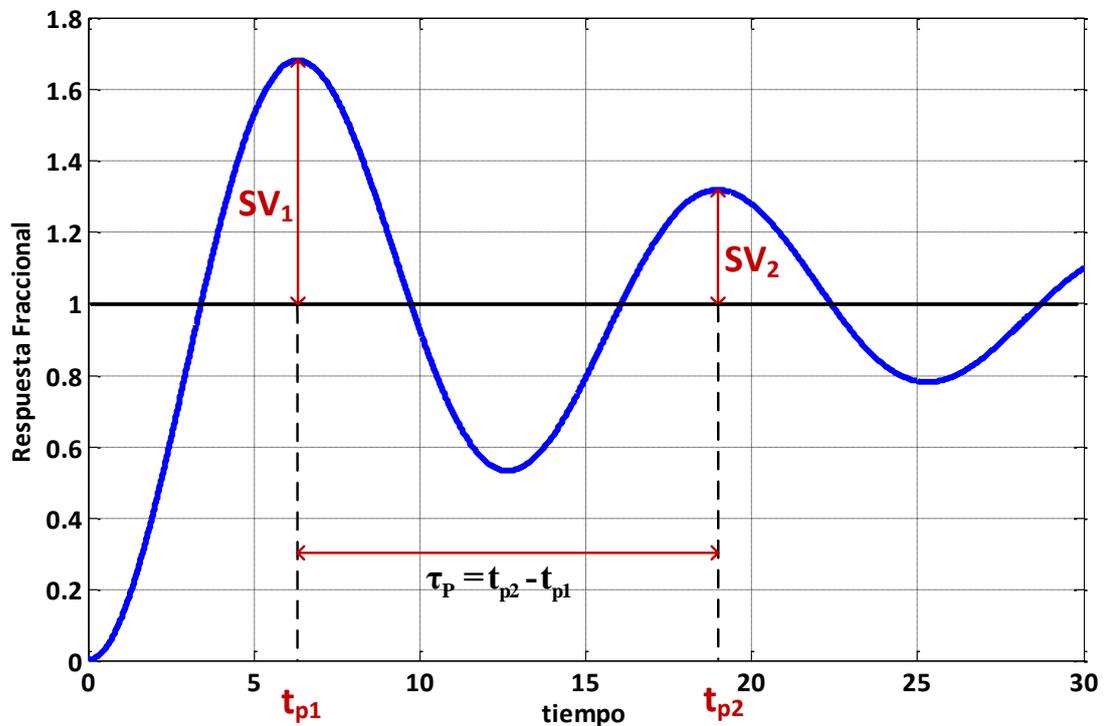
Para sistema de segundo orden subamortiguado para los que  $\xi$  es menor que la unidad, se puede seguir un método tradicional a partir de la respuesta al escalón.

De la respuesta fraccional que se obtienen tres magnitudes (ver gráfico siguiente):

- El período propio de oscilación ( $\tau_p$ )
- El primer sobrevalor ( $SV_1$ )
- El segundo sobrevalor ( $SV_2$ )

**CONTROL DE PROCESOS – FACET – UNT**  
**TEMA 2**  
**DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA**

---



El coeficiente de amortiguamiento puede estimarse a partir de la expresión de primer sobrevalor:

$$SV_1 = \exp\left(-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$$

También puede evaluarse  $\xi$  usando la Relación de Atenuación:

$$RA = \frac{SV_2}{SV_1} = \exp\left(-\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \rightarrow \xi = \frac{|\ln(RA)|}{\sqrt{(\ln(RA))^2 + 4\xi^2}}$$

La frecuencia propia de oscilación es:

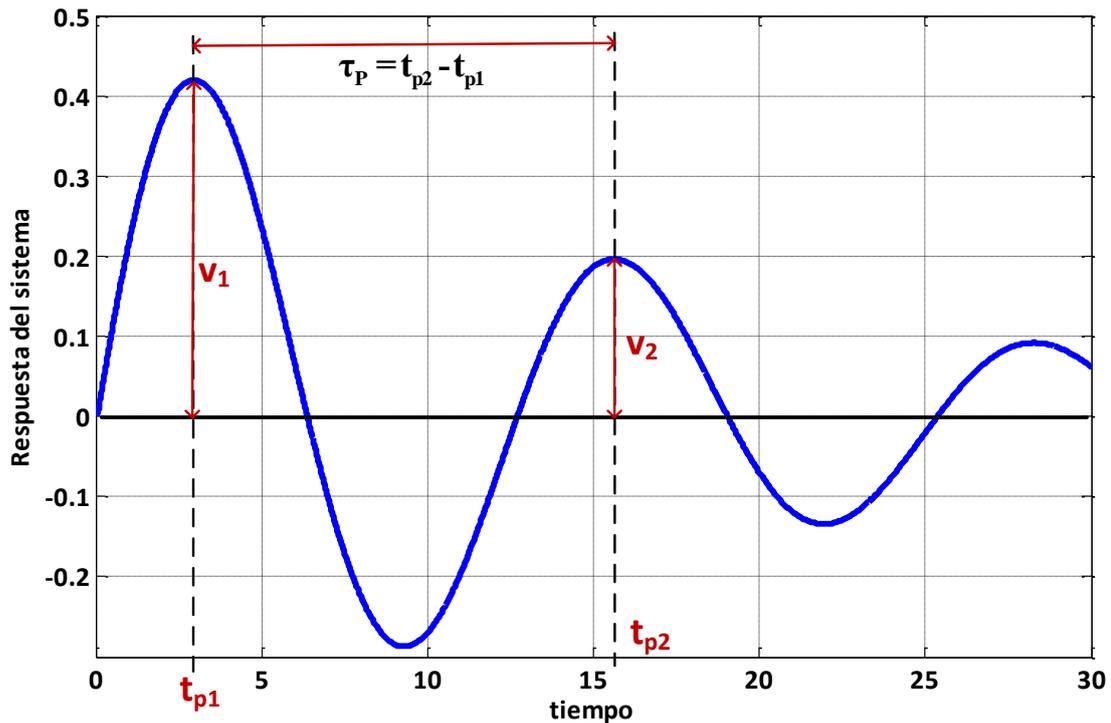
$$\omega_p = \frac{2\pi}{\tau_p}$$

y la frecuencia natural se calcula partir de

$$\omega_p = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$$

**RESPUESTA DE UN SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN SUBAMORTIGUADO A UN IMPULSO**

Un sistema subamortiguado de segundo orden puede ser identificado a partir de la respuesta a un impulso perfecto de magnitud  $C$ . Del transitorio (de la variable medida) se obtienen el primer sobrevalor ( $v_1$ ), el segundo sobrevalor ( $v_2$ ) y el período propio de oscilación ( $\tau_p$ )



El coeficiente de amortiguamiento se obtiene de la Relación de Atenuación:

$$RA = \frac{v_2}{v_1} = \exp\left(-\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$$

La frecuencia propia de oscilación es:

$$\omega_p = \frac{2\pi}{\tau_p}$$

y la frecuencia natural se calcula partir de

$$\omega_p = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$$

La ganancia se estima de primer sobrevalor y de la magnitud del impulso:

$$K = \frac{v_1 \sqrt{1-\xi^2}}{C \omega_n \exp\left(-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)\right)}$$

### FUNCIONES DE TRANSFERENCIAS SIMPLIFICADAS

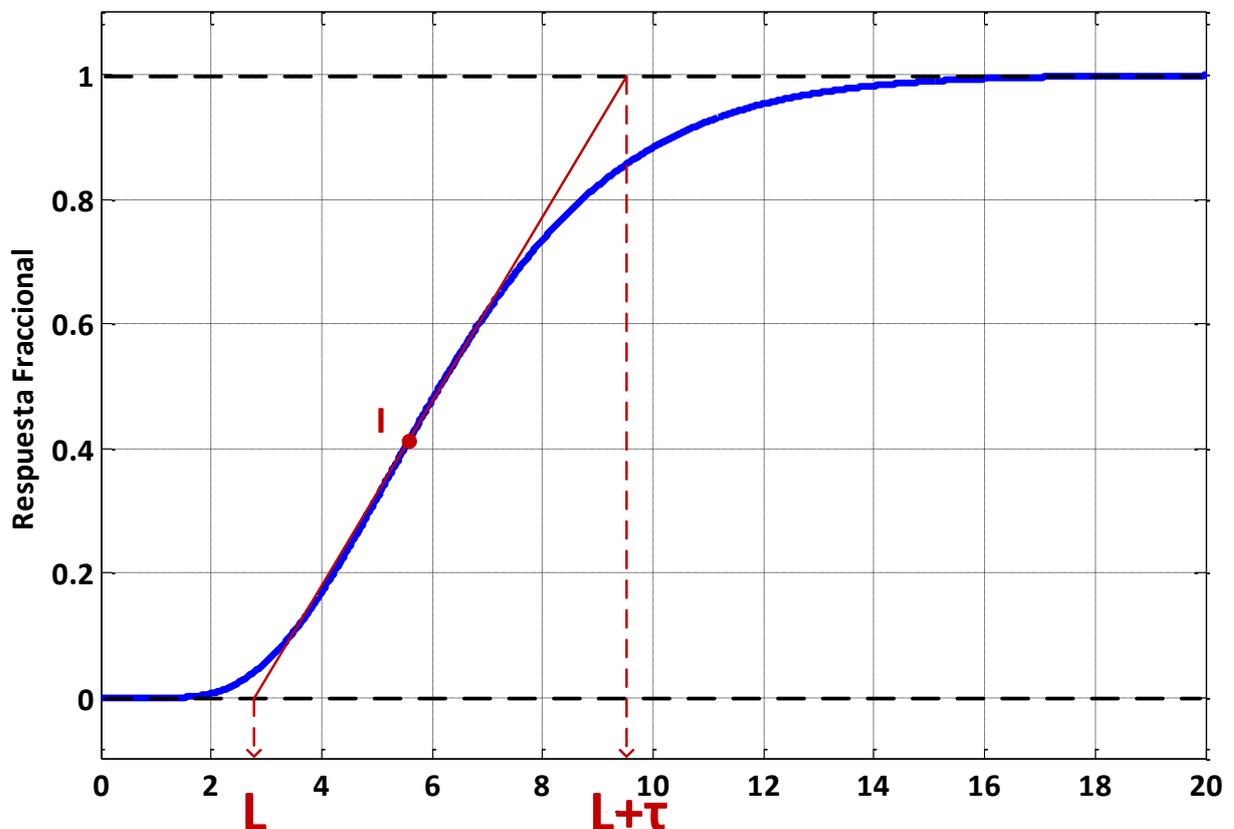
Muchos procesos al ser modelados producen funciones de transferencia con mucho parámetros que tornan muy complejo el ajuste del sistema de control. En otros casos, no existe forma de obtener el modelo por la complejidad del proceso. En tales casos, se recurre a caracterizar en forma simplificada las plantas autorreguladas, con sólo dos parámetros dinámicos: una constante de tiempo (representativa de la capacidad preponderante) y un tiempo muerto (aparente) que concentra la influencia del tiempo muerto real más los otros sistemas de primer orden menores.

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-Ls}$$

Los dos métodos de identificación propuestos parten de la respuesta del sistema a estímulos tipo escalón, que debe tener forma sigmoideal. La ganancia se computa como en los sistemas estudiados de curva de respuesta y los parámetros dinámicos se evalúan usando la respuesta fraccional.

### IDENTIFICACIÓN POR EL MÉTODO DE ZIEGLER Y NICHOLS.

Se ubica el punto de inflexión  $I$  de la sigmoide y se traza la tangente (que corta a la curva). El tiempo muerto aparente  $L$  se determina interceptando la tangente con el eje horizontal correspondiente al valor de estado estacionario inicial. El tiempo correspondiente a la intersección de la tangente con la línea horizontal del estado estacionario final es  $L + \tau$ .

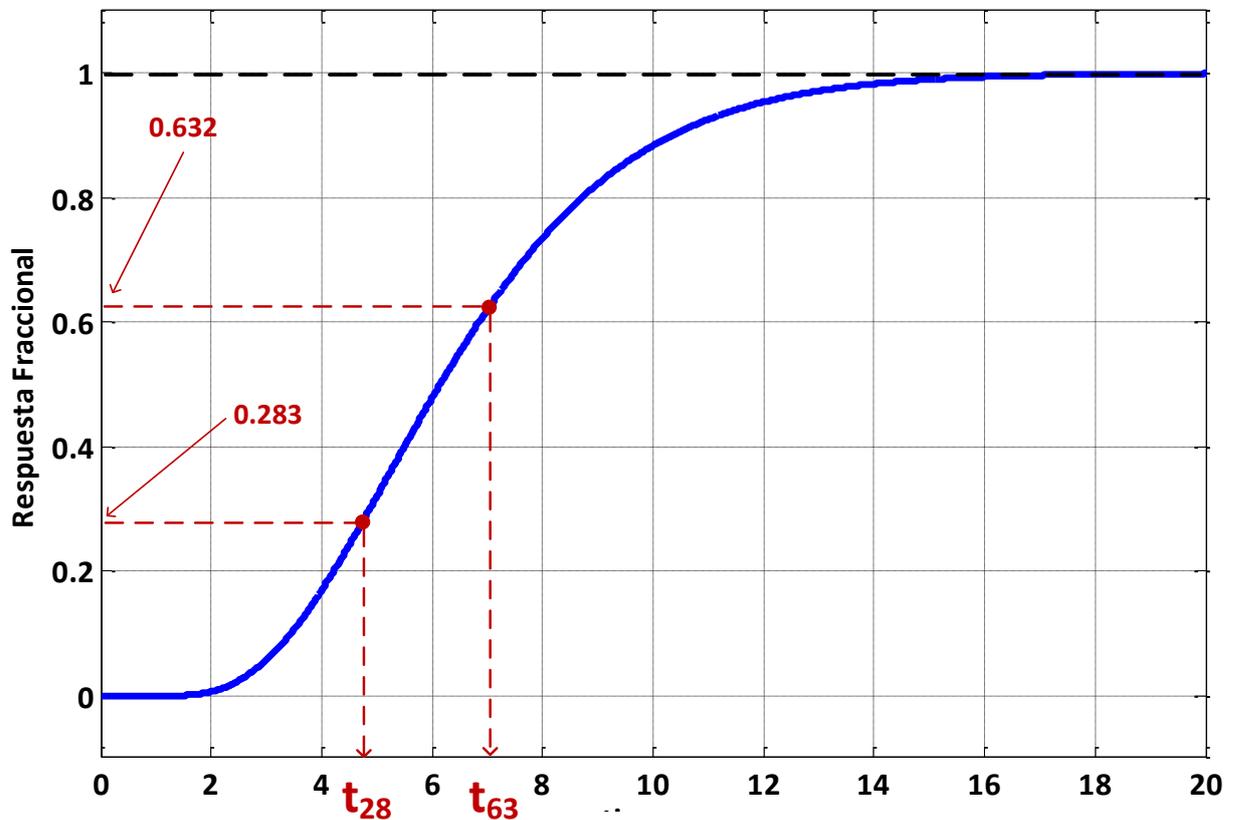


**CONTROL DE PROCESOS – FACET – UNT**  
**TEMA 2**  
**DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA**

---

**IDENTIFICACIÓN POR EL MÉTODO DE SMITH**

Smith seleccionó dos puntos del transitorio:  $t_{28}$  y  $t_{63}$  que corresponden a los tiempos para alcanzar una respuesta fraccional de 28.3 y 63.2 % respectivamente.



Para el cómputo de los parámetros dinámicos se emplean las expresiones:

$$t_{28} = L + \frac{\tau}{3} \qquad t_{63} = L + \tau$$