TRABAJO PRÁCTICO Nº 2
Herramientas Matemáticas de los Sistemas de Control

PROBLEMA 2.1

Aplicando la definición de Transformada de Laplace encontrar la función transformada de las siguientes funciones:

a) $f(t) = e^{at}$
b) $f(t) = sen(\omega\, t)$

PROBLEMA 2.2

Encontrar las Transformadas de Laplace F(s) de las siguientes funciones con el auxilio de las tablas y de las propiedades correspondientes:

a) $f(t) = t + 4\, t^3$
b) $f(t) = 2\cos(2.5t)$
c) $f(t) = 2e^{-t} sen(3t) + e^{-2t}$

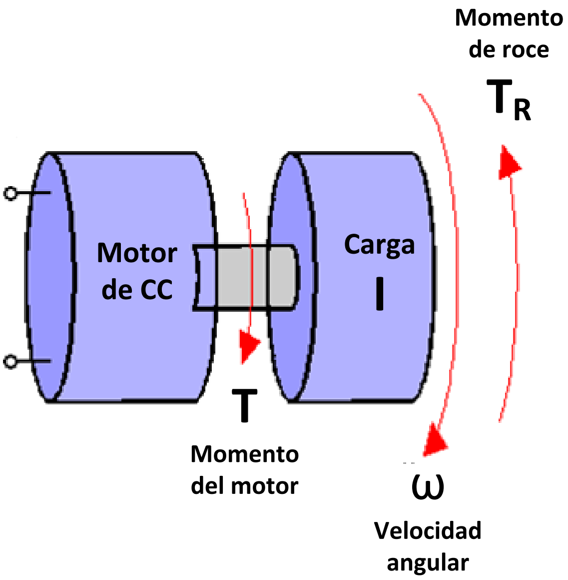
PROBLEMA 2.3

Encuentre las respuestas temporales descriptas por las ecuaciones diferenciales usando la Transformada de Laplace.

a) $2\dfrac{dy}{dt} + 3y = 1$ $\qquad$ t = 0 $\quad$ y = 1

b) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{dx}{dt} = 9$ $\qquad$ $t = 0 \quad x = 0 \quad \dfrac{dx}{dt} = 0$

PROBLEMA 2.4



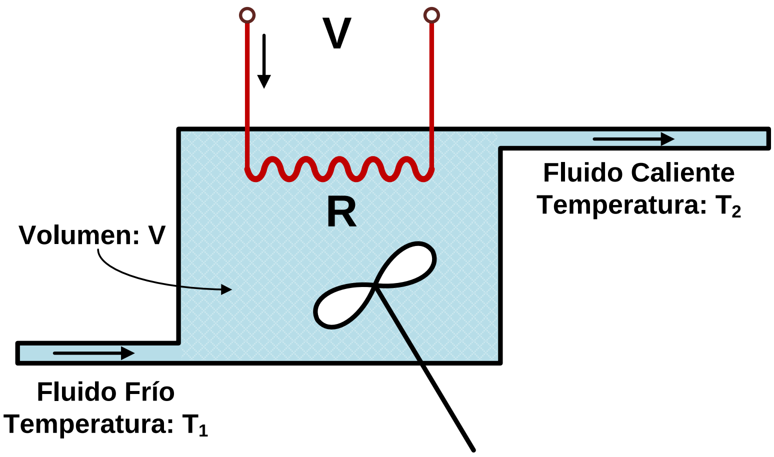
Para el sistema mecánico de la figura se pide:

a) Encontrar el modelo dinámico que permite explicar la relación entre las variables de entrada y salida y parámetros.
b) Encuentre la función de transferencia e indique de qué tipo de sistema se trata.
c) Bosqueje la respuesta del sistema a un escalón en la entrada.

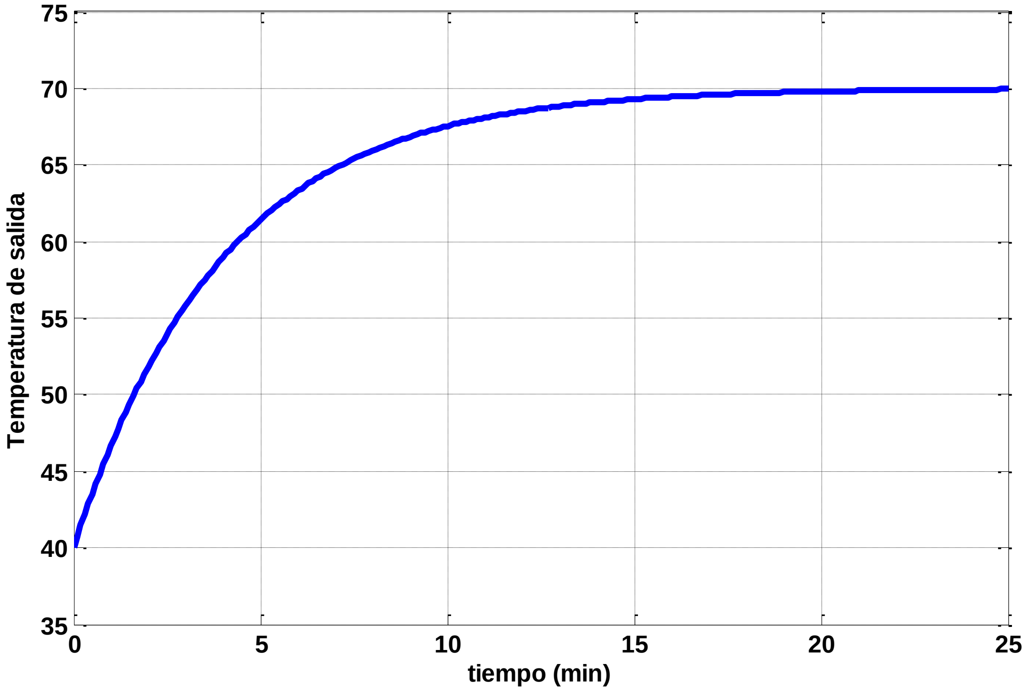
- Variable de entrada: Momento **T** aplicado por el motor a la carga (momento de inercia I)
- Variable de salida: Velocidad angular ω
- Parámetro: Coeficiente de rozamiento dinámico η

PROBLEMA 2.5

Considere el siguiente sistema térmico. Cuando se produce un cambio abrupto de la tensión V aplicada a la resistencia de 50 a 100 Voltios, la temperatura T de salida tiene la evolución mostrada en la figura.



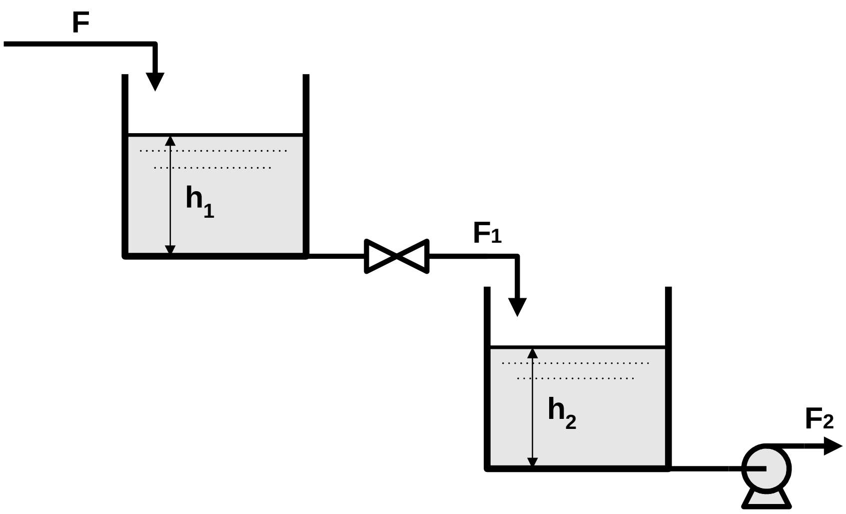
a) Encuentre la función de transferencia entre la tensión y la temperatura. Indique la relación de estado estacionario entre las variables
b) Identifique el sistema modelado en el punto (a). El tiempo se mide en minutos utilizando la respuesta temporal.



PROBLEMA 2.6

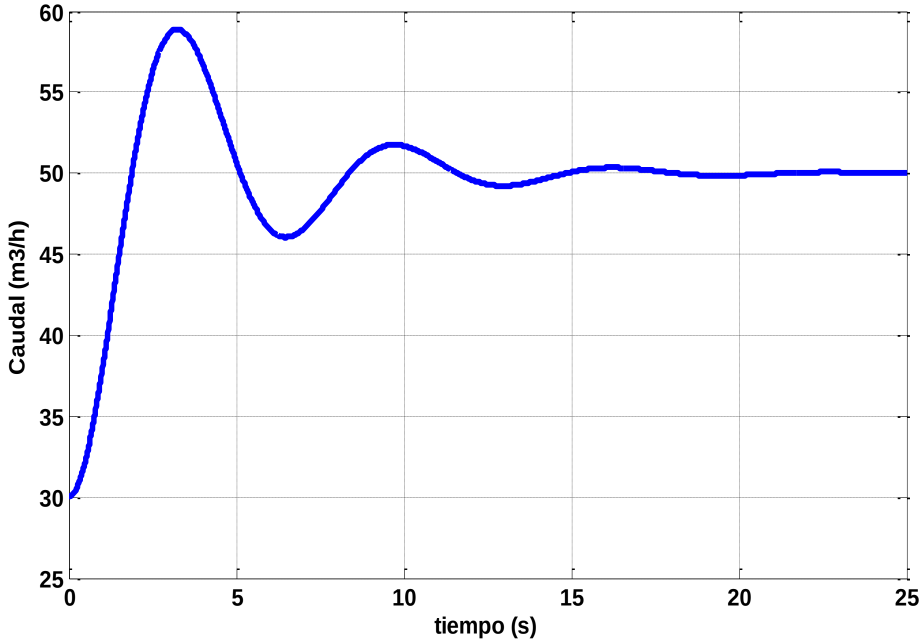
Dos tanques cilíndricos están conectados entre sí, según el esquema de la figura. Las áreas transversales son de 2 m^2 para el primero y 2.5 m^2 para el segundo. El caudal de líquido que ingresa al primer tanque es de 15 m^3/h (F). El caudal de líquido que deja pasar la válvula a la descarga el primer tanque es proporcional a la diferencia de presión. La constante de proporcionalidad es 3 $m^3/h/m$ de columna de líquido.

a) Encuentre la función de transferencia entre F y h_1.y entre F y h_2
b) Construya el diagrama en bloques donde .aparezcan como sistemas los dos tanques.
c) Encontrar la respuesta temporal de los niveles de los tanques cuando se modifica el flujo de ingreso cambia en forma abrupta de 15 a 10 m^3/h. Grafique los transitorios en un mismo diagrama.



PROBLEMA 2.7

El modelo dinámico que el comportamiento de una válvula de control (en este caso neumática) se aproxima muy bien a un sistema de Segundo Orden subamortiguado. Cuando se cambia en forma repentina la señal del cabezal de 8 a 12 psi (escalón), se obtiene la respuesta de la figura.



a) Identifique la función de transferencia de la válvula
b) Encuentre la respuesta temporal si se cambia la señal del cabezal de 12 a 8 psi en forma escalón.

PROBLEMA 2.8

Clasificar los siguientes sistemas de Segundo Orden según su amortiguamiento.

1. $G_1(s) = \dfrac{2}{s^2 + 3s + 1}$
2. $G_2(s) = \dfrac{2}{s^2 + s + 1}$
3. $G_3(s) = \dfrac{2}{s^2 + 1}$
4. $G_4(s) = \dfrac{2}{s^2 + 2s + 1}$

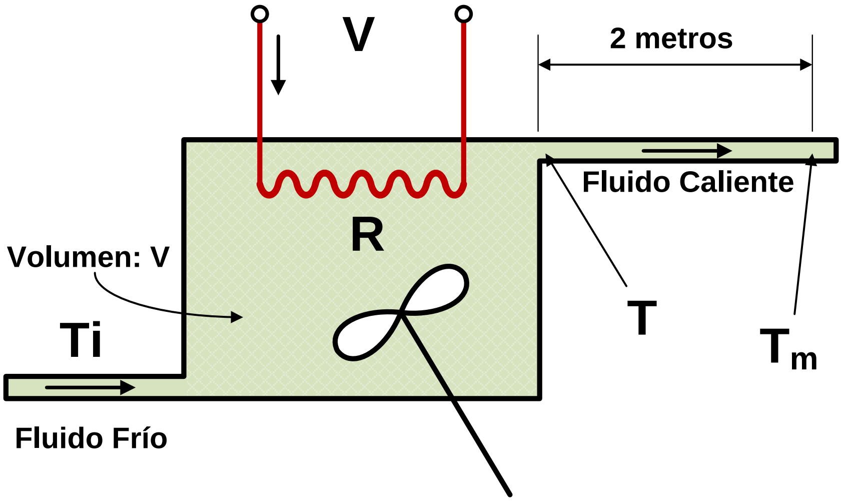
a) Encontrar las raíces del polinomio denominador manualmente.
b) Completar la tabla con el coeficiente de amortiguamiento y de la frecuencia natural (y si corresponde las constantes de tiempo τ_1 y τ_2 para cada función de transferencia. Para sistemas sobre amortiguados ó críticamente amortiguados, en la última columna, escribir la función de transferencia donde quede explícito los sistemas que están en serie.

c) Considerar la señal de entrada como un escalón unitario. Mediante tablas encuentre la respuesta temporal de la variable de salida.
d) Encontrar también las respuestas temporales usando Simulink ante la variación en la señal de entrada del punto (c).

$G_i(s)$	Polos	ω_n	ξ	τ_1	τ_2	Sistemas en Serie
$\frac{2}{s^2+3s+1}$						
$\frac{2}{s^2+s+1}$						
$\frac{2}{s^2+1}$						
$\frac{2}{s^2+2s+1}$						

PROBLEMA 2.9

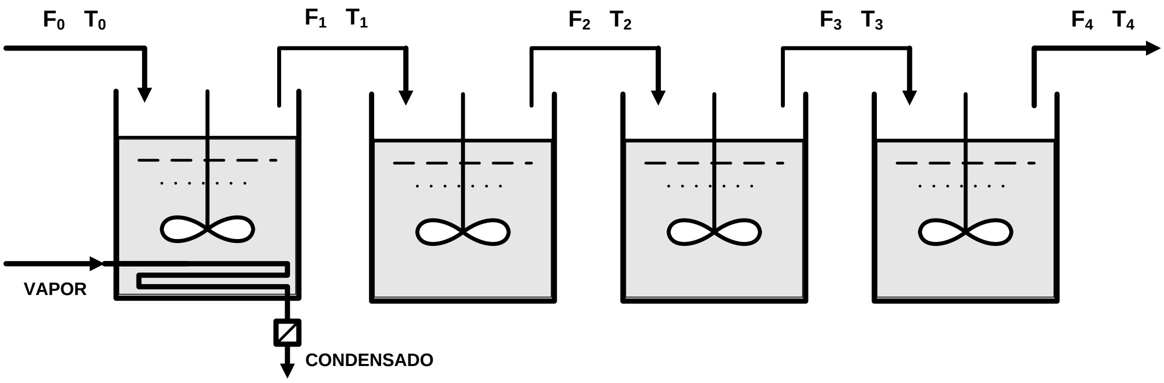
Considere el sistema térmico de la figura. Suponga que va a medir la temperatura del fluido caliente en la cañería a 2 metros de la salida. El caudal que circula es de 80 l/min y el volumen del recipiente vale 160 litros. El caño de salida tiene una sección transversal de 100 cm^2.



a) Encontrar la función de transferencia entre la temperatura de salida del recipiente T y la temperatura en el punto de medición Tm
b) Encontrar la función de transferencia entre la temperatura de entrada Ti y la temperatura medida Tm. Representar en un Diagrama en Bloques.
c) Represente gráficamente la respuesta a un escalón en la temperatura de entrada de 20 ºC, considerando que la temperatura de salida se encuentra inicialmente en 50 ºC

PROBLEMA 2.10

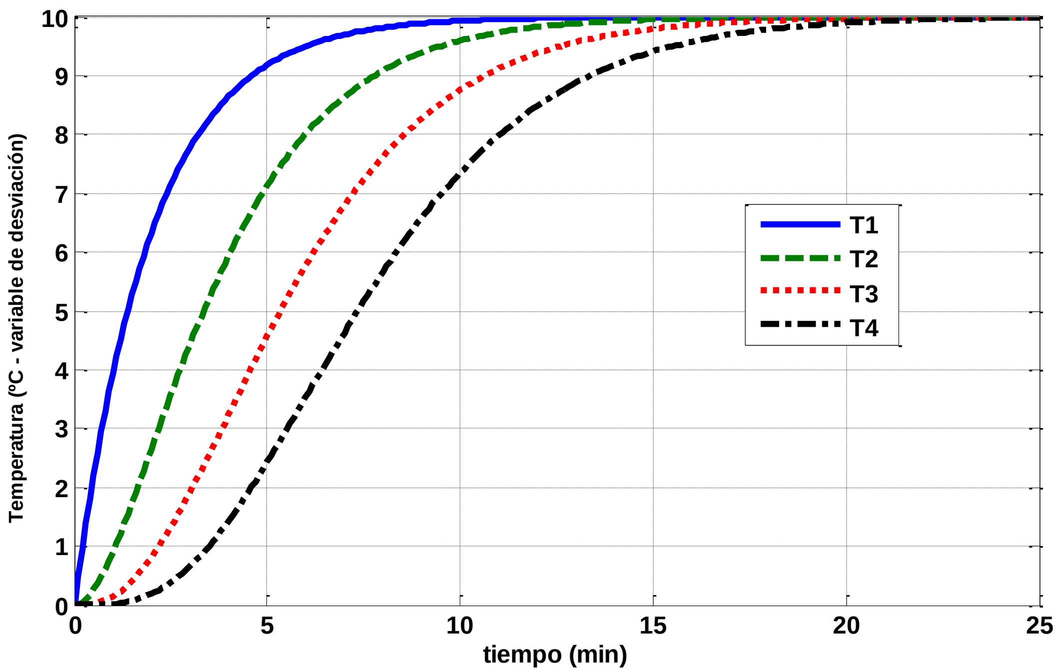
Considere una batería de 4 tanques agitados continuos en serie de igual capacidad (4 m^3) cuyo volumen se mantiene constante por rebosamiento. A la primera unidad se alimenta un caudal de 120 m^3/h de agua a 25 ºC: En el primer tanque se utiliza vapor saturado para calentar el líquido de manera que en el último tanque salga a 70 °C. Se considera que todo el sistema está aislado y que no existen pérdidas de energía hacia el exterior.



a) Deduzca la Función de transferencia que relaciona la temperatura de ingreso con las distintas temperaturas de salida de los tanques. Represente empleando un Diagrama en Boques. Analice el orden de las distintas funciones de transferencia

b) La figura a continuación representa los transitorios de las cuatro temperaturas a la salida (expresadas como variables de desviación) de los tanques cuando se cambia la temperatura del fluido de entrada, T_0, en forma de escalón de 20 a 30 [°C]. Relacionar la forma de las mismas con el orden del modelo dinámico encontrado en el punto anterior.

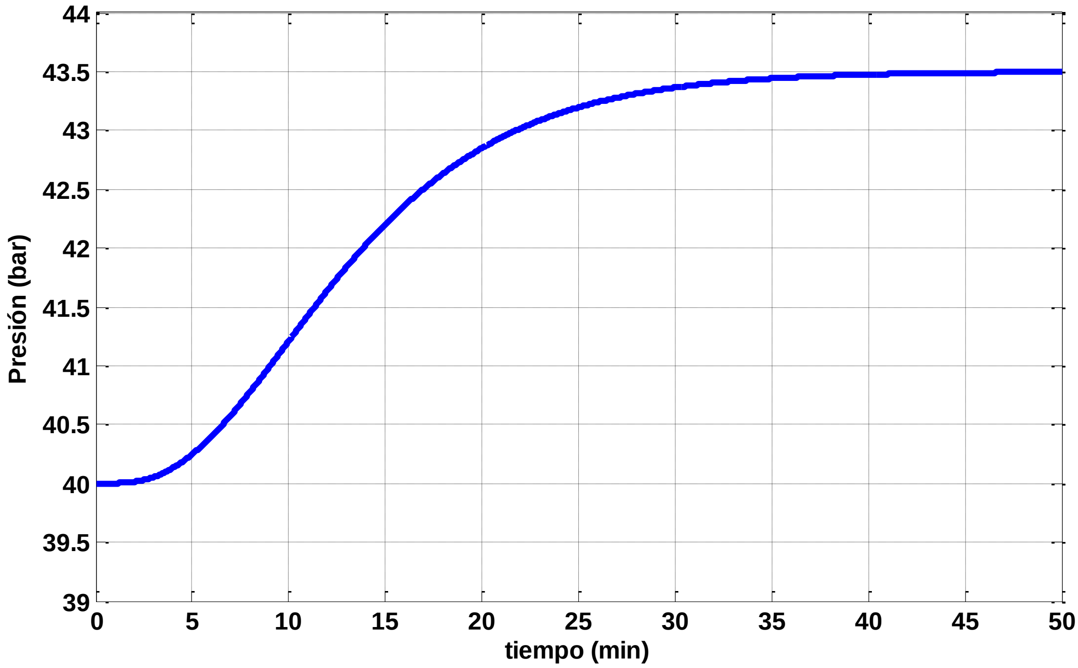
c) Realice en Simulink la simulación dinámica y verifique la gráfica que se siguiente.



PROBLEMA 2.11

Se quiere obtener la función de transferencia que relaciona el caudal de combustible quemado en una caldera con la presión del vapor generado. Con este fin se produce un cambio escalón de 10 m^3/h

de caudal de gas natural y se obtiene la curva de respuesta mostrada en la gráfica siguiente.



Identifique el sistema suponiendo una estructura simplificada para la función de transferencia consistente en una constante de tiempo y tiempo muerto.

PROBLEMA 2.12

Considere las siguientes afirmaciones que definen variables booleanas:

a = "María estudia mucho"
b = "María sabe todos los temas"

En forma verbalizada que significan la expresiones booleanas $a\bar{b}$, a + b

PROBLEMA 2.13

Utilizando postulados y teoremas del álgebra de Boole simplifique las expresiones:

a) $z = abc + ab\bar{c} + a\bar{b}c$
b) $w = \left(\overline{a+b}\right)\left(\overline{ab\bar{c}}\right)$

PROBLEMA 2.14

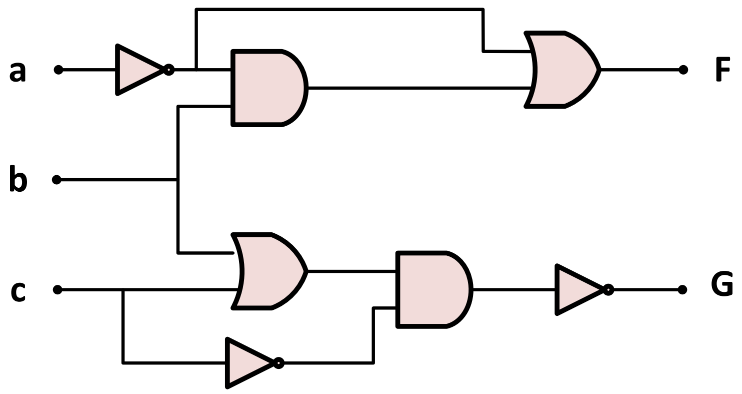
Considere la propiedad distributiva del álgebra de Boole: $\mathrm{a} + \mathrm{bc} = (\mathrm{a} + \mathrm{b})(\mathrm{a} + \mathrm{c})$. Demuestre que siempre se cumple:

a) Empleando propiedades y teoremas
b) Por inducción completa (usando la tabla de la verdad)

PROBLEMA 2.15

Analice el siguiente diagrama de compuertas lógicas:

a) Escriba la función booleana a la que corresponde. Confeccione la Tabla de verdad.
b) Exprese la función en forma canónica “sigma” (Σ).
c) Haga una representación con diagrama de contactos



PROBLEMA 2.16

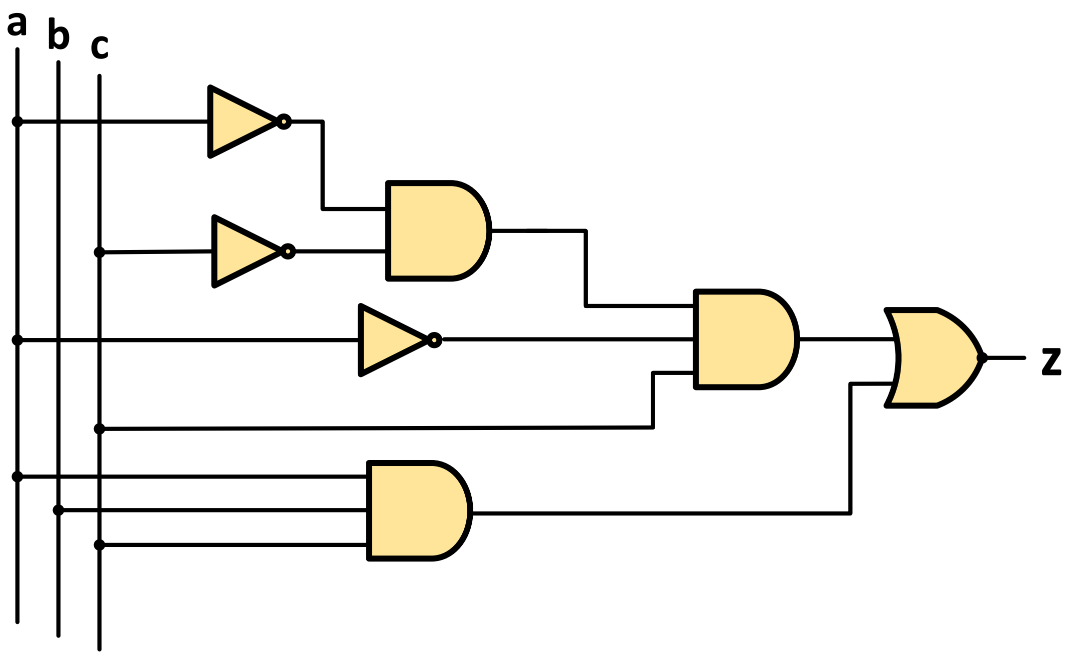
Dada las siguientes funciones de Boole:

$$F(a,b,c) = \bar{a}\,\bar{b} + a\,b\,c + b\,\bar{c} + \bar{a}\,\bar{b}\,c + \bar{a}\,b\,c$$
$$G(a,b,c) = \bar{a} + b$$

a) Demuestre que se trata de funciones equivalentes.
b) Representar ambas funciones usando diagrama de compuertas lógicas
c) Representar ambas funciones empleando diagrama de contactos

PROBLEMA 2.17

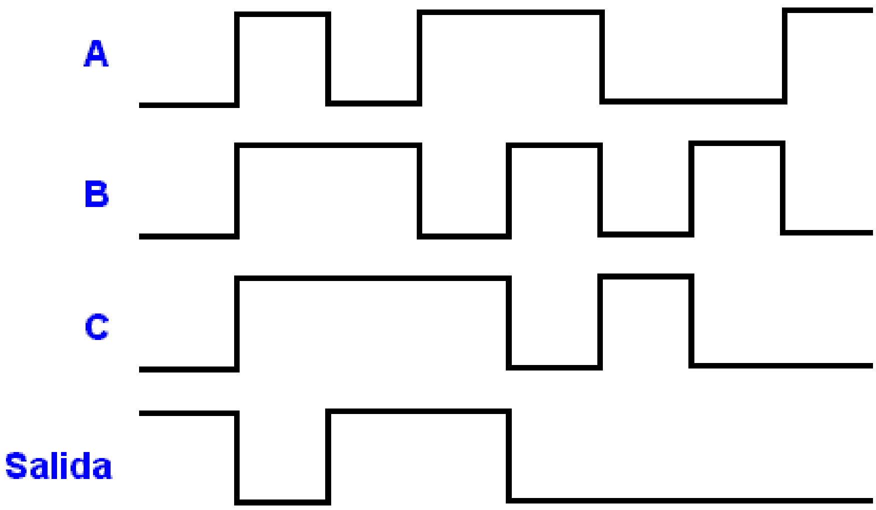
Simplifique al máximo el circuito representado en la figura. Represente la versión simplificada en diagramas de compuertas lógicas y de contacto.



PROBLEMA 2.18

A un dispositivo digital ingresan tres señales binarias A, B y C y se genera una señal binaria de salida. El diagrama temporal de la figura muestra cómo se relacionan entre sí.

Encuentre la función booleana que relaciona la salida con las entradas. Exprésela en la forma más simplificada posible.

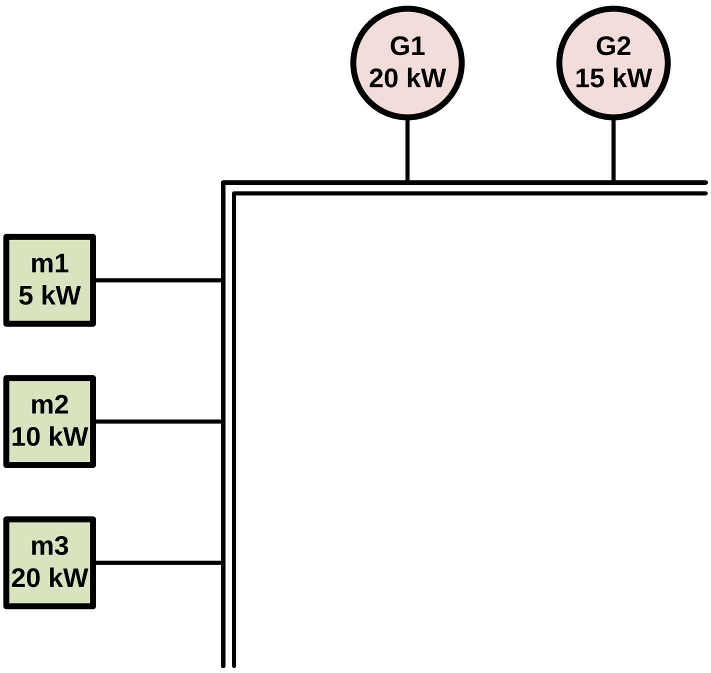


PROBLEMA 2.19

En una citrícola se dispone de dos generadores: G1 de 20 kW y otro de 15 kW. Se emplean para alimentar tres motores de 5, 10 y 20 kW que funcionan en forma cambiante, demandando cambios en la potencia suministrada.

Se necesita un sistema de control automático que detecte los motores que están encendidos y que de acuerdo a esto haga entrar en funcionamiento primero el generador de 20 kW y si no es suficiente, activar el otro generador.

Desarrollar el circuito lógico combinacional (el más simple posible) que relacione mediciones con actuadores.

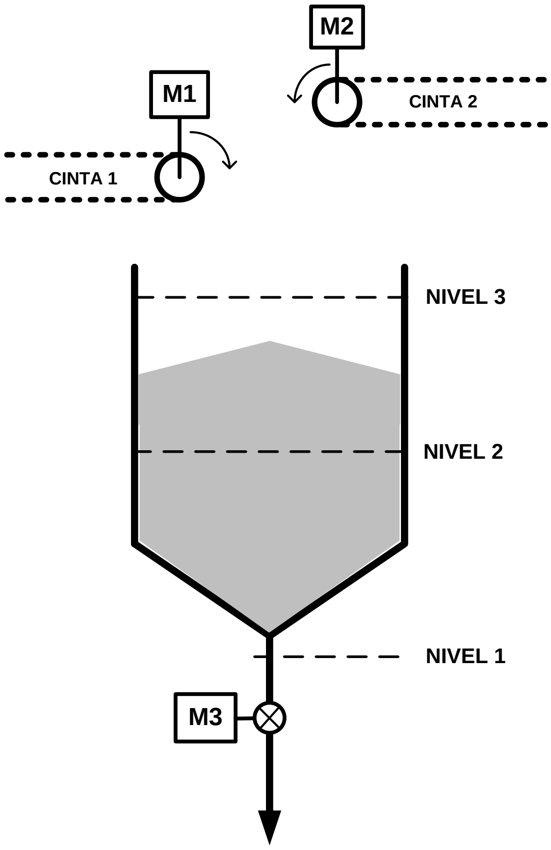


Escribirlo como una función de Boole, Tabla de verdad y representar con diagramas apropiados.

PROBLEMA 2.19

Una tolva para almacenar carbón se alimenta a través de dos cintas transportadoras accionadas por motores. La descarga se hace a través de una válvula rotatoria que también es accionada por un motor. El sistema debe operar de la siguiente manera:

- Si el nivel de sólidos está por debajo de Nivel 1 (vaciado total), deben estar activadas las cintas y debe estar cerrada la válvula de descarga.
- Si el nivel de sólidos supera el Nivel 1 pero no alcanza el nivel 2 las dos cintas deben alimentar el silo y la válvula de descarga debe estar abierta.
- Si el nivel 2 es superado por el carbón pero no alcanza el nivel 3, la cinta 2 debe estar detenida.
- Si el carbón supera el nivel 3, entonces, ambas cintas deben detenerse y permanecer abierta la descarga.



a) Desarrollar el circuito lógico combinacional que relaciona mediciones con actuadores. Escribirlo como una función de Boole, Tabla de verdad y represéntelo con diagramas apropiados.
b) Usando los resultados anteriores, puede explicar por qué se necesitan tablas de la verdad incompletas

Al finalizar este tema el alumno sabrá:

- Plantear principios de conservación para desarrollar modelos dinámicos
- Encontrar funciones de transferencias de sistemas de primer y segundo orden
- Entender el significado del tiempo muerto asociado al transporte de materia
- Calcular la respuesta temporal a cambios en las variables de entrada
- Identificar parámetros estáticos y dinámicos de la función de transferencia de sistemas de primer y segundo orden
- Usar Simulink como herramienta de simulación dinámica para análisis y modelado de sistemas de orden superior
- Emplear los postulados y teoremas fundamentales, funciones de Boole y su representación.
- Plantear Circuitos combinacionales