

## ANÁLISIS MATEMÁTICO II – CÁLCULO NIVEL III

### T.P.Nº 10

1) Encuentre los extremos absolutos y relativos de las funciones.

a)  $z = -\sqrt{9 - 4x^2 - y^2} \quad \forall (x,y) / 4x^2 + y^2 < 9$   
Compruebe su resultado gráficamente.

b)  $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 4} \quad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$

c)  $z = 2 + x^6 + y^4 \quad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$

2) Dada la función  $f(x,y) = 4 - \sqrt{x^2 + y^2} \quad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$ , ¿Es continua en (0,0)?  
¿Es diferenciable en (0,0)? ¿Tiene extremos relativos o absolutos en (0,0)?  
Represente gráficamente la función y vuelva a analizar las respuestas a las preguntas hechas.

3) Encuentre los extremos relativos de las funciones:

a)  $f(x,y) = y^3 + x^3 - 18xy \quad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$   
Calcular el Hessiano en (10, 1). ¿ Hay extremo relativo en (10, 1) ?

b)  $f(x,y) = \frac{2}{x^2} - \frac{4}{y^2} + xy \quad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2 / x \neq 0 \wedge y \neq 0$

c)  $f(x,y) = e^x \cos y + x \quad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$

d)  $f(x,y) = e^{xy+1} - xy + x^2 + y^2. \quad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$

e)  $f(x,y) = \sin x + \sin y + \cos(x+y), \quad 0 \leq x \leq 2\pi \quad y \quad 0 \leq y \leq 2\pi .$

4) ¿ Tiene extremos relativos en los puntos (0,0) y (2,1) la función definida por la ecuación  $f(x,y) = x^2y - x^2 - 4xy + 4x + 4y - 4 \quad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$  ?. ¿Qué ocurre en (2,0)?

5) ¿ Tiene extremos relativos en los puntos (0,0) y  $(\pi,\pi)$  la función definida por:

$$f(x,y) = \sin x + \sin y + \sin(x+y)?$$

6) Hallar los extremos de las funciones definidas por:

a)  $f(x,y) = (x+y)^3$  si  $x-y=3$ .

b)  $f(x,y,z) = \sin x - \cos y + z^2$  con  $z = \cos y$ ,  $0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi$ .

c)  $f(x,y) = x^2 + 2y^2$  si  $x^2 + y^2 = 1$ .

d)  $f(x,y) = x^2 \sin y + x$  si  $x=1$ .

Encuentre de nuevo los puntos críticos utilizando Multiplicadores de Lagrange.

7) ¿Conoce algún resultado que le permita saber si la función

$f(x,y) = 2y + x^2 - 2xy$  tiene extremos absolutos en el rectángulo

$\mathfrak{R} = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq y \leq 2, 0 \leq x \leq 3 \}$ ? En caso afirmativo, encuentre dichos extremos absolutos. (sug: estudie extremos relativos y los valores de la función sobre los lados de  $\mathfrak{R}$ ).

8) Hallar el punto de la superficie  $z = xy - 1$  más próximo al origen de coordenadas.

9) Encontrar la distancia entre las superficies:  $x + y - z = 1$  ;  $z = x^2 + y^2$ .

10) Hallar los extremos de la función  $z$  dada en forma implícita:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0.$$