

## Ejercicios integradores para 1er parcial de AMII y CNIII

- 1) Dada la función  $f$  definida por la ecuación:  $f(x, y) = 16 - x^2 - y^2, x^2 + y^2 \leq 9$
- Representarla gráficamente en  $\mathbb{R}^3$ .
  - Analizar si es continua en  $(1,2)$ .
  - Calcular  $f_x(1,2), f_{xy}(1,2)$ .
  - Analizar si es diferenciable en  $(1,2)$ .
  - Calcular la derivada direccional en  $(1,2)$ , en la dirección del vector  $(4,3)$ .
  - ¿Cuál es el máximo valor de las derivadas direccionales en  $(1,2)$ ? ¿En qué dirección se da ese máximo valor?

- 2) Dada la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \operatorname{sen}(x^2 + y^2) - x^3}{x^2 + y^2 + 1} & \text{si } y \neq 0 \\ 0 & \text{si } y = 0 \end{cases}$$

- Probar que es continua en  $(0,0)$ , pero que no lo es en  $(1,0)$ .
  - Probar que es diferenciable en  $(0,0)$  pero que no lo es en  $(1,0)$ .
- 3) Sea  $g(t) = (t, t^3), t \in [-1,3]$ ,
- Pruebe que la imagen de  $g$  es una curva en  $\mathbb{R}^2$ .
  - Calcule  $g'(2)$ .
  - Represente gráficamente lo analizado en a. y b.
  - Escribir la ecuación de la recta tangente en el punto  $(2,8)$ , a la curva dada.

- 4) Dado el campo vectorial

$$\vec{f}(x, y) = (x + y, x + y)$$

- Representar gráficamente al menos cuatro elementos del campo. ¿Qué puede observar sobre este campo?
  - Analice la continuidad de  $\vec{f}$ .
- 5) Dada la función  $f$  definida por la ecuación:  $f(x, y) = 9 - x^2 - y^2, x^2 + y^2 \leq 3$ ,
- Representarla gráficamente en  $\mathbb{R}^3$ .
  - Analizar si es continua en  $(0,1)$ .
  - Calcular  $f_y(0,1), f_{yx}(0,1)$ .
  - Analizar si es diferenciable en  $(0,1)$ .
  - Calcular la derivada direccional en  $(0,1)$  en la dirección del vector  $(1,3)$ .
  - ¿Cuál es el máximo valor de las derivadas direccionales en  $(0,1)$ ? ¿En qué dirección se da ese máximo valor?

- 6) Dada la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \cos y + y^2}{y^2 + 1} & \text{si } y \neq x \\ 0 & \text{si } y = x \end{cases}$$

- a. Probar que es continua en  $(0,0)$ .
  - b. ¿Tiene  $f$  derivada parcial respecto de  $x$  en el punto  $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ ? ¿Es diferenciable en dicho punto?
- 7) Si una partícula realizó la trayectoria descrita por la función

$$g(t) = (t^2, t^3, \cos t), t \in [\pi, 2\pi]$$

- a. ¿Pasó por los puntos  $P_1(16, 64, \cos 4)$ ,  $P_2(1, -1, -1)$ ? En caso afirmativo, en qué instante de tiempo pasó por dicho punto y con qué velocidad?
- b. La partícula se detuvo en algún momento?
- c. Si otra partícula hubiese seguido la trayectoria dada por la función

$$f(t) = (4t, 4t^2, \cos t), t \in [0, 2\pi]$$

¿hubiese colisionado con la anterior?. En caso afirmativo, ¿en qué punto?

- 8) Dado el campo vectorial

$$\vec{f}(x, y, z) = (x \cos z, x \operatorname{sen} z, \sqrt{1 - x^2})$$

- a. Representar gráficamente al menos cuatro elementos del campo. ¿Qué puede observar sobre este campo?
- b. ¿Es  $f$  continuo?
- c. Calcule  $\operatorname{div} \vec{f}(1/2, 1, 0)$ .