<u>Ejercicios adicionales del TP 5 para alumnos de</u>

<u>Licenciatura en Física y BUF</u>

Dadas f, g campos escalares diferenciables en R^3 y $\overrightarrow{F}, \vec{G}$ campos vectoriales diferenciables en R^3, se define

$$\left(f\vec{F}\right)(P) = f(P)\vec{F}(P), \quad \left(\vec{F} \times \vec{G}\right)(P) = \vec{F}(P) \times \vec{G}(P),$$

$$\left(\vec{F} \cdot \vec{G}\right)(P) = \vec{F}(P) \cdot \vec{G}(P), \quad \left(\vec{F} + \vec{G}\right)(P) = \vec{F}(P) + \vec{G}(P)$$

Probar que:

a) div$(\vec{F} + \vec{G})$ = div $\overrightarrow{F}$ + div $\vec{G}$
b) rot$(\vec{F} + \vec{G})$= rot $\overrightarrow{F}$ + rot $\vec{G}$
c) div $\left(f\vec{F}\right)$= f div $\overrightarrow{F}$ + $\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{\nabla f}$
d) rot $\left(f\vec{F}\right)$= f rot $\overrightarrow{F}$ + $\overrightarrow{\nabla f} \times \overrightarrow{F}$
e) div$(\vec{F} \times \vec{G})$ =$\vec{G}$ ·rot $\overrightarrow{F}$ - $\overrightarrow{F}$ · rot $\vec{G}$

Si además f, g y $\overrightarrow{F}$, tienen sus derivadas de segundo orden continuas

f) div$(\overrightarrow{\nabla f} \times \overrightarrow{\nabla g})$ = 0
g) $\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{F}\right) = 0$, es decir div rot$\overrightarrow{F}$=0
h) $\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} f\right) = \vec{0}$, es decir rot $\vec{\nabla} f = \vec{0}$