ANÁLISIS MATEMÁTICO II- CÁLCULO NIVEL III

T.P.Nº4

1. Representar gráficamente las curvas parametrizadas por las siguientes funciones y determinar la ecuación de la recta tangente en $f(t_o)$

a) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ $\quad t_o=1$
$t \mapsto (t, t^3)$

b) $f: [-1,2] \to \mathbb{R}^2$ $\quad f(t_o) = (2,1)$
$t \mapsto (2t, t^2)$

c) $f: [0,2\pi] \to \mathbb{R}^2$ $\quad t_o=\frac{\pi}{6}$
$t \mapsto (\cos t,\ sen t)$

d) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ $\quad t_o=1$
$t \mapsto (2t, 1+t, 2-t)$

¿ En qué punto de la curva del apartado *b)* la tangente tiene la dirección del vector (-2, 1).?

2. El movimiento de dos partículas en el plano está descripto por:

$$\alpha_1(t) = (4sent, 3\cos t) 0 \le t \le 2\pi \quad \text{y} \quad \alpha_2(t) = (t,t) 0 \le t \le 5$$

Dibuje las trayectorias. ¿Cuántos puntos de intersección tienen?.¿Algunos de esos puntos son puntos de colisión?(Esto es: ¿Se encuentran las partículas en algunos de esos puntos al mismo tiempo?). ¿Se detienen en algún momento ?

3. Dada f , calcular f_x (P_o) , f_y (P_o). Luego encontrar f_x y f_y dando sus dominios.

a) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ $\quad P_o= (1,1)$
$(x, y) \mapsto e^{x-y}$

b) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ $\quad P_o= (0,0)$
$(x, y) \mapsto \sqrt[3]{x^3+y^3}$

c) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ $\quad P_o= (0,0)$

$$(x,y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^2-xy}{x+y} & si \quad y \neq -x \\ 0 & si \quad y = -x \end{cases}$$

d) $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ $\quad P_o= (1,1,1)$
$(x, y, z) \mapsto x + yz + y^2$

f) $f: \mathbb{R}^2 - \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ $\quad P_o= (1,0)$
$(x, y) \mapsto \left(\frac{x^2y^2-x^4}{x^2+y^2}, x^3 \text{sen} y\right)$

4. Pruebe que:

a) $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$(x,y) \mapsto \begin{cases} \frac{x}{x-y} & si \quad x \neq y \\ 0 & si \quad x = y \end{cases}$$

No es continua en (0,0) y *no existe* una de las derivadas parciales en (0,0).

b) $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$(x,y) \mapsto \begin{cases} x+y & si \quad x.y = 0 \\ 1 & si \quad x.y \neq 0 \end{cases}$$

No es continua en (0,0) ; pero *existen* las derivadas parciales en (0,0).

c) $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$(x,y) \mapsto \sqrt{|x|+|y|}$$

Es continua en (0,0) ; pero *no existen* las derivadas parciales en (0,0).

d) La continuidad en un punto *no es* condición necesaria para la existencia de las derivadas parciales en el punto.

5. Hallar las derivadas parciales de 2do orden de la función *f*, en (1,1).

$$f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

$$(x,y) \mapsto 3x^2 - xy$$

6. Si $z = x\,y + y\,ln\,(x\,y)$, $x\,y > 0$; probar que $x\,z_{xx} + y\,z_{xy} = y^2\,z_{yy}$.

7. Calcule la derivada direccional $D_{\vec{v}}f(P_0)$ si :

   a) $f(x,y) = x^3 + y$ $\quad P_0 = \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ $\quad \vec{v} = (1,2)$.

   b) f (x , y) = $\sqrt{|x^3y^3|} + x$ $\quad P_0 = (0,0)$ $\quad \vec{v} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$