**ANÁLISIS MATEMÁTICO II- CÁLCULO NIVEL III**

**T.P.Nº6**

1. Encuentre las ecuaciones del plano tangente y la recta normal a las superficies dadas en los puntos indicados. Represente gráficamente.

   a) $z = y^2 - x^2$ $\quad Q_0\ (0,0,0)$.

   b) $x^2 + y^2 - z^2 = 6$ $\quad Q_0\ (3,-1,2)$

2. Pruebe que las superficies $z = x^2 + y^2 + 1$ , $z = -(2x^2 + y^2) + 1$ son tangentes en el punto de coordenadas (0,0,1). Represente gráficamente.

3. ¿ Son perpendiculares las superficies:

   a) $z = 4y^2$ y $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ en (0,0,2)?
   b) $z = -x$ y $z = x + y$ en (1,-2,-1) ?.

4. Encuentre el ángulo de intersección de las superficies:
   $$z^2 = x^2 + y^2 \quad y \quad x^2 + y^2 + z^2 = 4$$
   en el punto $(1,1,\sqrt{2})$. Represente gráficamente.

5. Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el punto (2,0,0) y es normal a la superficie de ecuación $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. Represente gráficamente.

6. Dada la superficie de ecuación $\frac{1}{4}x^2 + y^2 - z - 1 = 0$
   a. Ver si el plano de ecuación $y - \frac{1}{2}z - 2 = 0$ resulta tangente a la superficie en el punto (0,1,0). Represente gráficamente.
   b. Ver si el plano de ecuación $y - \frac{1}{2}z - 1 = 0$ resulta tangente a la superficie en el punto (0,1,0). Represente gráficamente.
   c. Ver si el plano de ecuación $2y - z - 2 = 0$ resulta tangente a la superficie en el punto (0,1,0). Represente gráficamente.
   d. En caso de respuesta afirmativa en los apartados anteriores, encuentre el valor de

$df_{(0,1)}((0,2)$,

$\omega(0,2)$,

$df_{(0,1)}((0,1/2)$,

$\omega(0,1/2)$.

Si $f$ es la función diferenciable que utilizó para encontrar el plano tangente a la superficie. Represente gráficamente.

7. Calcule $D_v f(1,1)$ con $f(x,y) = 2x^2 + y^2$ y $\mathbf{v} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Usando este cálculo, encuentre el vector dirección de la recta que es tangente en (1,1,3) a la superficie $2x^2 + y^2 - z = 0$ y que está contenida en el plano $x = y$. Compruebe que dicha recta está contenida en el plano que es tangente a la superficie en (1,1,3).

8. Probar que la curva parametrizada por $g(t)=(t^3, t^2, 3t)$, $t \in [0,2]$ y la superficie de ecuación $3z + x^3 + y^2 = 11$ son ortogonales en el punto (1, 1, 3).