ANÁLISIS MATEMÁTICO II- CÁLCULO NIVEL III

T.P.Nº2

1. Representar gráficamente los conjuntos siguientes:

a) A= $\{(x,y)\in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 < y \leq 1\}$.

.

b) A= $\{(x,y)\in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + (y-1)^2 < 4\}$.

c) A= $\{(x,y)\in \mathbb{R}^2 \mid |x-2| < \varepsilon ,\ |y-1| < \varepsilon\}$.

d) A= $\{(x,y)\in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| < 1\}$.

e) A= $\{(x,y)\in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| \geq 1\}\cup\{0,0\}$.

f) B= $\{(x,y,z)\in \mathbb{R}^3 \mid x = x_o\}$, $x_o\in \mathbb{R}$

g) B= $\{(x,y,z)\in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 < 4\}$.

h) B= $\{(x,y,z)\in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 16,\ |z| < 1\}$.

i) B =$\{(x,y,z)\in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 1, x,y,z \geq 0\}$.

Determinar su interior, frontera y derivado. Determinar, en cada caso, si A es abierto y, o cerrado en $\mathbb{R}^2$ y si B es abierto y, o cerrado en $\mathbb{R}^3$.

2. Probar que las siguientes funciones son continuas en P_o .

a) $\begin{array}{l} f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \\ (x, y) \mapsto 4x - y \end{array}$ $P_o = (1, 2)$, *b)* $\begin{array}{l} f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \\ (x, y) \mapsto x^2 - y^2 \end{array}$ $P_o = (-2, 0)$

3. Sea $\begin{array}{l} f : [0,1]\cup\{2\} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto x \end{array}$. ¿ Es f continua en $x_o = 2$? Justifique su respuesta.

4. Sean $P_o = (x_o, y_o) \in\mathbb{R}^2$,

A=$\{(x, y) \in\mathbb{R}^2 \mid |x - x_0| < \varepsilon ,\ |y - y_0| < \varepsilon \}$

B =$\{(x, y) \in\mathbb{R}^2 \mid |x - x_0| + |y - y_0| < \varepsilon \}$

C=$\{(x, y) \in\mathbb{R}^2 \mid |x - x_0| < \frac{\varepsilon}{2} ,\ |y - y_0| < \frac{\varepsilon}{2}\}$

D=$\{(x, y) \in\mathbb{R}^2 \mid |x - x_0| < \varepsilon \}$

a) Probar que $B_{\frac{\varepsilon}{2}}(P_o) \subset B \subset A$. Representar gráficamente.

b) Probar que $B_{\frac{\varepsilon}{2}}(P_o) \subset C \subset A$. Representar gráficamente.

c) Determinar un δ tal que $B_\delta(P_o) \subset D$. Representar gráficamente.

5. Probar que

$$f(x,y) = \frac{x\text{sen}y}{1+|x|}$$

es continua en P_0 (0,0).

6. Probar que $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ es continua en $P_o \in \mathbb{R}^n$ si y sólo si cada función componente es continua en P_o .

7. Probar que

$$f(x,y) = \left(\frac{x\text{sen}y}{1+|x|}, x^2 y\right)$$

es continua en (0,0).

8. ¿Es $g(t) = (t^3, sen\ t^2)$ continua ? . Justifique su respuesta.

9. Pruebe que si $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es continua en x_0, entonces $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por la ecuación $f(x, y) = g(x)$ es continua en $P_0(x_0 , y_0)$.