

# ANÁLISIS MATEMÁTICO II- CÁLCULO NIVEL III

## T.P.Nº1

1) Representar gráficamente las siguientes funciones y determinar el rango. En el caso de funciones con dominio contenido en  $\mathbb{R}^2$  e imagen en  $\mathbb{R}$ , realizar la representación tridimensional y también con curvas de nivel.

Sea  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$

a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto 2x + 1$

b)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto 2x + 1$

c)  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $(x, y) \mapsto 1 - x - 2y$

d)  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $(x, y) \mapsto x + y$

e)  $f: D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $(x, y) \mapsto x^2 + y^2$

f)  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $(x, y) \mapsto x^2$

g)  $f: D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $(x, y) \mapsto \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

h)  $f: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$   
 $(x, y) \mapsto \sqrt{1 - x^2}$

i)  $f: D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$(x, y) \mapsto \begin{cases} \sqrt{4 - x^2 - y^2}, & \frac{1}{4} \leq x^2 + y^2 \leq 1 \\ 1, & x^2 + y^2 < \frac{1}{4} \end{cases}$$

2) Describir el conjunto de superficies de nivel de la función:

a)  $F(x, y, z) = x + 3y + z$       b)  $F(x, y, z) = x^2 + y + z^2$

3) Representar gráficamente el rango de  $f$ .

a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$   
 $t \mapsto (2\cos t, \sin t)$

b)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$   
 $t \mapsto (1+t, 2-t, t)$

c)  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$   
 $(u, v) \mapsto (u, v, 1-u-v)$

d)  $f: \mathbb{R} \times [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$   
 $(u, v) \mapsto (u \cos v, u \sin v, u^2)$

4) Representar gráficamente algunos elementos del campo vectorial definido por  $F$  y obtener algunas conclusiones sobre su comportamiento.

a)  $F(x, y) = (\cos x, \sin x)$     b)  $F(x, y, z) = (x^2y, x^2y, x^2 + y^2 + z^2)$

5) Dada la función  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$(x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} & \text{si } x \neq y \\ 0 & \text{si } x = y \end{cases}$$

calcular  $\frac{f(h, 0) - f(0, 0)}{h}$  si  $h \neq 0$ .

6) Dada la función  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$      $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \neq 0\}$

$$(x, y) \mapsto \frac{x^2 - y^2}{2xy}$$

a) ¿ Existe  $f(x_0, y_0 + k)$  para cualquier valor real de  $x_0, y_0, k$  ?

b) ¿ Qué valores toma la función en los puntos de la recta  $y = mx$ , tales que

$$x \neq 0, m \in \mathbb{R}^+ ?$$