ANÁLISIS MATEMÁTICO II- CÁLCULO NIVEL III

T.P.Nº0

1) Represente gráficamente el conjunto de puntos indicados:

a) Los puntos que verifican la ecuación en $\mathbb{R}^2$:
i) $x^2 + y^2=1$, ii) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$, iii) $x - y = 4$, iv) $y = 3x^2$, v) $x^2 - y^2 - 2y = 0$.

b) Los puntos que verifican la ecuación en $\mathbb{R}^3$:
i) $x^2 + y^2=1$, ii) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$, iii) $x - y = 4$, iv) $y = 3x^2$.

c) Los puntos que verifican la ecuación en $\mathbb{R}^3$:
i) $x^2 + y^2 + z^2=3$, ii) $(x-1)^2 + (y+0.5)^2 + (z-2)^2 = 4$, iii) $x - y + 2z = 4$, iv) $z = 3x^2 + y^2$,
v) $z^2 = 3(y^2 + x^2)$, vi) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 3$, vii) $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, viii) $z = -\sqrt{x^2 + y^2}$.

d) La figura plana que se encuentra entre las curvas de ecuaciones $y = 2x^2$, $x + y = 1$.

e) Del sólido que se encuentra entre las superficies de ecuaciones $z = 2(x^2 + y^2)$, $z = 1$.

2) Decir si es verdadero o falso que las siguientes desigualdades se cumplen para todo $x \in \mathbb{R}$

a) $|x^3| \geq |x|$. *b)* $|\text{sen } x| \leq 1$. *c)* $|\text{sen } x| \leq |x|$.

d) $|\cos x| \leq |x|$. *e)* $|\cos x| \leq 1$. *f)* $|x| \leq |\text{tg } x|$.

Justifique su respuesta.

3) Decir si es verdadero o falso que las siguientes desigualdades se cumplen para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$

a) $|x-y| \leq |x|$. *b)* $|x|\ |y| \geq |x|$.

Justifique su respuesta.

4) En los siguientes casos, ¿es $A = \mathbb{R}^2$?. Justifique su respuesta.

a) Dado $n \in \mathbb{N}$, $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x^n||y| \geq |x||y|\}$.

b) $A = \{(x,y) \in R^2 \mid |x|\ |y| \leq x^2 + y^2\}$.

c) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x|\ |y| \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

d) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |\text{sen }(x+y)| \leq |x+y|\}$.

5) Pruebe que si $(x,y) \in \mathbb{R}^2$

a) $\forall (x,y) \neq (0,0)\quad \left| \dfrac{x\, sen\ x^3 + y^3}{x^2 + |y|} \right| \leq x^2 + y^2$.

b) $\forall x \neq 0\quad \left| \dfrac{\sqrt{x^2+y^2}\ sen\ (4x) - 4xy}{|x|} \right| \leq 8\sqrt{x^2+y^2}$.

6) Probar que $A \subset B$ y representar gráficamente A.

a) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |xy| < 1,\ (x,y) \neq (0,0)\}$,

$B = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \left| \dfrac{x\,y\, sen\ (x^2+y^2) - x^3 y}{x^2+y^2} \right| \leq 2 \right\}$.

b) A= $\{(x,y)\in \mathbb{R}^2 \mid |x| <2,\ |y| \in \left(0,\dfrac{\pi}{2}\right) \}$,

$$B = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \left| \frac{xy}{tgy} \right| \leq 2, |y| \in \left(0,\frac{\pi}{2}\right)\right\} .$$

c) Sea $\varepsilon > 0$, A= $\{(x,y)\in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| < \frac{\varepsilon}{2}, (x,y) \neq (0,0)\}$,

$$B= \{(x,y)\in \mathbb{R}^2 \mid \left|\frac{xseny-ysenx}{|x|+|y|}\right| \leq \varepsilon, (x,y) \neq (0,0) \} .$$

7) *a)* A= $\{(x,y)\in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 < 4 \}$, B= $\{(x,y)\in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 < 9 \}$. Representar gráficamente $A\cap B$ y $A\cup B$.

¿ $A \subset B$? o ¿ $B \subset A$?

b) Dados $\delta_1, \delta_2 > 0$ A= $\{(x,y)\in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 < \delta_1^2 \}$, B= $\{(x,y)\in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 < \delta_2^2 \}$.

¿Cuándo $A \subset B$? ¿Cómo expresaría $A\cap B$?