Mecanismo para el análisis de extremos relativos para funciones de tres o más variables

Sea $f: R^n \to R$ con variables independientes $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$.

Denotamos

$$\boldsymbol{D_{ij}f(P_0)} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i}(P_0)$$

la derivada de segundo orden de *f* respecto de x_i y luego respecto de x_j.

Llamamos Hessiano de *f* en P_0 y denotamos **H *f* (P_0)** al determinante:

$$\begin{vmatrix} D_{11}f(P_0) & D_{12}f(P_0) & D_{13}f(P_0) & \cdots & D_{1n}f(P_0) \\ D_{21}f(P_0) & D_{22}f(P_0) & D_{23}f(P_0) & \cdots & D_{2n}f(P_0) \\ D_{31}f(P_0) & D_{32}f(P_0) & D_{33}f(P_0) & \cdots & D_{3n}f(P_0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{n1}f(P_0) & D_{n2}f(P_0) & D_{43}f(P_0) & \cdots & D_{nn}f(P_0) \end{vmatrix}$$

Llamamos

H_1 = $D_{11}f(P_0)$, **H_2**=$\begin{vmatrix} D_{11}f(P_0) & D_{12}f(P_0) \\ D_{21}f(P_0) & D_{22}f(P_0) \end{vmatrix}$,

$$\mathbf{H_3}= \begin{vmatrix} D_{11}f(P_0) & D_{12}f(P_0) & D_{13}f(P_0) \\ D_{21}f(P_0) & D_{22}f(P_0) & D_{23}f(P_0) \\ D_{31}f(P_0) & D_{32}f(P_0) & D_{33}f(P_0) \end{vmatrix}, \ldots \quad \mathbf{H_n}= \mathrm{H}\, f\,(P_0).$$

<u>Teorema</u>

Dada $f: R^n \to R$ con derivadas parciales de segundo orden continuas en una bola con centro en P_0 . P_0 punto crítico de *f*.

i) Si $H_i > 0$ para todo i=1,…,n entonces en P_0 *f* tiene un mínimo relativo.
ii) Si $H_i < 0$ para todo i impar y $H_i > 0$ para todo i par, i=1,…,n entonces en P_0 *f* tiene un máximo relativo.
iii) En otro caso puede haber o no extremo relativo para *f* en P_0.

María Marcela Lazarte

Bibliografía consultada: R. Bartle- Introducción al Análisis Matemático