ANÁLISIS MATEMÁTICO II (2da parte) - CÁLCULO NIVEL IV

T.P.Nº 6

1. Calcular la siguiente integral doble , pasando previamente a coordenadas polares :

   a) $\iint_R \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$, donde R es el círculo $(x-1)^2+y^2 \le 1$.

   b) $\iint_R x^2 dxdy$ $\qquad$ R = $\left\{(x,y)\in R^2 / x \ge \frac{1}{2},\quad y \ge \frac{1}{2},\ x^2+y^2 \le 1\right\}$

2. Calcular usando coordenadas convenientes:

   a) $\iint_R (x-y)\,\mathrm{sen}(x+y)\,dxdy$, donde R es el rombo limitado por las rectas x + y = 1, x + y = -1, x - y = 1 ,x - y = -1.

   b) $\iint_R \frac{dxdy}{\ln y}$ $\qquad$ R = $\left\{(x,y)\in R^2 / x \ge 0,\quad y \ge e^x,\ \ y \le e\right\}$

   c) El área de la región plana limitada por $(x-1)^2 + y^2 = 1$, y = $\sqrt{3}$ x , y = 0 en el 1er cuadrante.

   d) El volumen del sólido limitado por $x^2 + y^2 = 2 - z$, $x^2 + y^2 = 1 + z$.

   e) $\iint_R \frac{xydxdy}{\sqrt{x^2+y^2}}$ donde R está limitada por $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$ con $x \ge 0$, $y \ge 0$.

   f) La masa contenida en una una placa con densidad $\delta(x,y)=|x+y|$, que ocupa la región del plano limitada por x = -1, x = 1, y = 0, y = 1.

   g) El momento de inercia respecto de un lado recto de una lámina que tiene la forma de un cuarto de disco de radio 3 y cuya densidad superficial de masa es proporcional a la suma de las distancias de cada punto a las orillas rectas.

   h) $\iint_R \frac{x\,dx\,dy}{x^2+y^2}$, donde R es la región limitada por las curvas $y=\frac{x^2}{2}$, $y = x$.

   i) Se define el valor medio de una función f en R al número $\mu = \frac{1}{A(\mathrm{R})}\iint f(x,y)\,dx\,dy$.

   Hallar el valor medio del cuadrado de la distancia del un punto del círculo $(x-a)^2 + y^2 \le \mathrm{R}^2$, al origen de coordenadas.

   j) Hallar el volumen del sólido limitado por las siguientes superficies de ecuación:

   I) $z = x^2 + y^2$; $x^2 + y^2 + z^2 = 6$; $z = 0$.

   II) $4 - z = 16x^2 + 4y^2$; $y = x$; $x = 0$; $z = 0$

   III) $x + y + z = 2$; $y = 1$; $y = 0$; $z = 0$; $x = 0$.

   I V) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}+z^2=1$